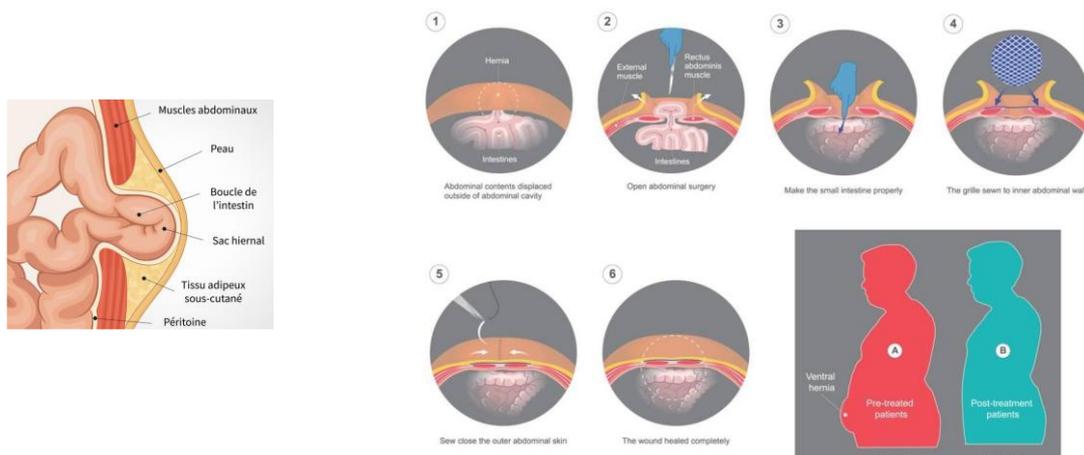


# Mini-projet de Biomécanique

Simulation de l'augmentation de pression intra-abdominale lors d'une réparation de hernie

## Contexte

La hernie abdominale est une pathologie relativement fréquente suite à une première opération chirurgicale. Il s'agit de l'apparition d'un défaut dans la paroi abdominale conduisant à la création d'un sac hernial sous la peau. Cette pathologie ne peut pas se réparer toute seule ; on procède donc à une chirurgie consistant à réintégrer le contenu du sac hernial dans la cavité abdominale, puis à refermer la paroi, souvent à l'aide d'un implant appelé *mesh*.



## Problématique

La réparation des hernies abdominales repose beaucoup sur l'expérience des cliniciens. En effet ils ne disposent pas de critères quantitatifs leur permettant de choisir leur geste, la taille de l'implant, les systèmes de fixation de l'implant sur les tissus, etc.

Les risques associés à cette chirurgie, et qu'on souhaite limiter, sont :

- En premier lieu, la récurrence, c'est-à-dire la réouverture du défaut, à court ou long terme, sous l'effet des sollicitations du quotidien (respirer, soulever une charge, tousser, etc)
- Pendant l'opération, la difficulté à refermer la hernie due à une augmentation trop forte du volume abdominal
- Pendant et juste après l'opération, les difficultés à respirer, dues à une trop grande augmentation de la pression intra-abdominale (PIA)

## Données disponibles pour les cliniciens

Pour prendre des décisions quant à la procédure chirurgicale pour un patient particulier, le clinicien dispose des informations suivantes :

1. Des données de routine : âge, sexe, IMC, tabagisme, etc
2. Des images médicales : scanner pré-opératoire, permettant de mesurer et localiser le sac hernial, mesurer l'épaisseur et la qualité des muscles, mesurer la taille du collet, etc
3. Parfois, une mesure de la pression vésicale, proche de la pression intra-abdominale.

## Objectif

Dans ce mini-projet, nous allons explorer la possibilité d'utiliser la simulation numérique pour fournir aux cliniciens des informations quantitatives quant à la **variation de pression intra-abdominale** et de **tension circonférentielle au bord de la hernie** quand on referme l'abdomen, après avoir réintégré le sac hernial.

## Méthode

Nous allons développer un modèle par éléments finis générique, paramétré permettant de représenter de façon simplifiée l'abdomen d'un patient et de simuler une augmentation de volume à l'intérieur pour en extraire la tension circonférentielle et la variation de pression intra-abdominale.

L'objectif est de réfléchir ensemble à la démarche scientifique à mettre en place, à partir des données dont on dispose. Ce mini-projet est collectif et vous ne mènerez sans doute pas les mêmes études. Il sera intéressant d'avoir des approches complémentaires.

## Données à disposition pour ce projet

- Scanners pré-opératoire et post-opératoire d'un patient<sup>1</sup> (consultables avec Slicer)
- Données quantitatives de dimensions et volumes pour 5 patients (fichier excel)
- Modèle générique modélisé sous Abaqus (abdomen.cae)
- Courbe expérimentale de caractérisation du comportement en traction biaxiale de la paroi abdominale humaine ex-vivo<sup>2</sup>
- Un pense-bête sur la théorie de l'hyperélasticité

---

<sup>1</sup> Données fournies par les HCL

<sup>2</sup> Florence Podwojewski. Caractérisation biomécanique globale de la paroi abdominale saine, lésée et réparée : de l'ex-vivo à l'in-vivo. Ingénierie biomédicale. UNIVERSITE DE LYON, 2012.

## Hyperélasticité

Il ne s'agit pas ici de décrire la théorie complète de l'hyperélasticité mais d'en définir les principaux éléments. Ce pense-bête est inspiré de deux livres de référence en biomécanique<sup>3</sup>.

### Principe

L'hyperélasticité est une sous-catégorie de l'élasticité, en ce sens qu'elle décrit un comportement élastique donc réversible. Cela signifie qu'on obtient le même comportement en charge et en décharge, qu'on revient au même état initial à contrainte nulle, et que le comportement ne dépend pas de la vitesse de sollicitation.

Le formalisme de l'hyperélasticité permet de décrire des tissus, en particulier les tissus biologiques mous ou les élastomères, dont le comportement est non-linéaire. Pour les tissus biologiques, du fait de leur microstructure, il est en général raidissant, c'est-à-dire que la raideur tangente augmente avec le niveau de déformation.

### Formalisme

Les lois hyperélastiques sont formulées en termes de fonctions de densité d'énergie de déformation (définies par unité de volume), qui décrivent l'énergie élastique stockées dans le tissu sous l'effet d'un chargement extérieur. Les lois de comportement hyperélastiques dérivent de ces fonctions, qui sont des **potentiels** respectant un certain nombre de caractéristiques mathématiques. On notera le potentiel hyperélastique  $W$ .

Le potentiel  $W$  est une fonction de la déformation. L'hyperélasticité étant par définition associée aux grandes déformations, il existe plusieurs descripteurs de la déformation d'un solide, parmi lesquels :

- Le tenseur gradient des déformations :  $\mathbf{F} = \text{grad}(\underline{u})$
- Le tenseur de Cauchy-Green droit  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$
- Le tenseur de Green-Lagrange  $\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{C} - \mathbf{I})$

Où  $\underline{u}$  est le champ de déplacement dans le solide et  $\mathbf{I}$ . Les composantes de ces tenseurs dépendent du repère dans lequel ils sont exprimés ; le formalisme hyperélastique est donc plutôt formulé sur la base de leurs invariants qui, dans le cadre de l'isotropie, sont :

$$I_1 = \text{tr}(\mathbf{C}) \quad I_2 = \frac{1}{2} (\text{tr}(\mathbf{C})^2 - \text{tr}(\mathbf{C}^2)) \quad I_3 = \det(\mathbf{C})$$

On pourra remarquer que  $I_3$ , souvent noté  $J$ , décrit la variation de volume du solide ; or les tissus biologiques, constitués principalement d'eau, sont en général supposés incompressibles.  $I_3$  est donc très proche de 1.

Dans le cas quasi-incompressible, il est pratique de travailler avec des invariants modifiés. Ces invariants sont ceux des tenseurs déviatoriques, c'est-à-dire excluant les déformations volumétriques (les changements de volume). Le tenseur déviatorique de Cauchy-Green droit  $\bar{\mathbf{C}}$  est tel que :

<sup>3</sup> Y. Payan and J. Ohayon. *Biomechanics of living organs – Hyperelastic constitutive laws for finite element modeling*. Elsevier 2017.

G.A. Holzapfel. *Nonlinear Solid Mechanics – a continuum approach for Engineering*. John Wiley & Sons 2000.

$$C = J^{2/3} \bar{C}$$

et on obtient les invariants  $\bar{I}_1$  et  $\bar{I}_2$  avec les mêmes formules que précédemment.

Il existe également des invariants pour les cas anisotropes, associés aux directions principales d'anisotropie des tissus, qu'on ne décrira pas ici.

Le potentiel hyperélastique peut donc adopter deux formes :

- Une forme couplée :  $W = W(I_1, I_2, J)$
- Une forme découplée :  $W = \bar{W}(\bar{I}_1, \bar{I}_2) + W_{vol}(J)$

Dans Abaqus, c'est cette dernière forme qui sera adoptée dans le cadre de l'hyperélasticité.

A partir du potentiel hyperélastique, on peut alors déterminer les tenseurs des contraintes par les relations suivantes (valables aussi pour les formes découplées) :

- Contrainte de Cauchy :  $\sigma = J^{-1} \mathbf{F} \left( \frac{\partial W}{\partial \mathbf{F}} \right)^T$
- Contrainte de Piola-Kirchhoff II :  $\mathbf{S} = 2 \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}}$

Ces relations sont implémentées dans les routines matériau d'Abaqus. L'aide d'Abaqus décrit les différents potentiels disponibles.

### Remarque sur la compressibilité

Il peut être intéressant de connaître l'ordre de grandeur du coefficient de Poisson équivalent à un comportement hyperélastique, notamment pour déterminer une valeur cohérente de  $D$ , le paramètre gérant la partie volumétrique de la loi hyperélastique dans Abaqus.

L'aide d'Abaqus fournit une estimation des modules de compressibilité  $K_0$  et de cisaillement  $\mu_0$  en fonction de la forme et des paramètres de la loi hyperélastique choisie. On peut également établir, en petites déformations, la relation entre le coefficient de Poisson  $\nu$  et ces deux paramètres :

$$\nu = \frac{\frac{2K_0}{\mu_0} - 2}{\frac{6K_0}{\mu_0} + 2}$$

Cette relation permet d'établir le tableau suivant, sachant que les tissus biologiques pleins (foie par exemple) devraient s'approcher de  $\nu = 0.49999$  pour un comportement réaliste.

$K_0/\mu_0$	Poisson's ratio
10	0.452
20	0.475
50	0.490
100	0.495
1000	0.4995
10,000	0.49995

### Application en 1D

On suppose qu'on dispose d'une courbe expérimentale en traction uniaxiale et qu'on souhaite déterminer la loi hyperélastique la plus adaptée avec les paramètres matériaux correspondants. La courbe expérimentale est donnée en force vs. déplacement. L'éprouvette testée avec comme dimensions initiales :

- Epaisseur : 1.63 mm
- Largeur : 23 mm
- Distance entre mors : 63 mm

### Post-traitement préalable

- calculer la contrainte ingénieur :  $\sigma_{ing} = \frac{F}{S_0}$
- calculer l'allongement :  $\lambda = \frac{L}{L_0}$
- calculer la contrainte vraie (contrainte de Cauchy) :  $\sigma = \sigma_{ing} \cdot \lambda$
- tracer la courbe  $\sigma(\lambda)$  et analyser son allure

### Elaboration de l'équation hyperélastique en 1D

Tenseur gradient des déformations

$$\underline{\underline{F}} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{\lambda} \end{pmatrix}$$

Tenseur de Cauchy-Green droit

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{F}}^T \underline{\underline{F}} = \begin{pmatrix} \lambda^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1/\lambda \end{pmatrix}$$

Tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff II

$$\underline{\underline{S}} = 2 \frac{\partial W}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \left[ \frac{\partial W}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \underline{\underline{C}}} \right]$$

Invariants de la déformation :

$$I_1 = \text{tr}(\underline{\underline{C}}) = \lambda^2 + 2/\lambda$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \left( \text{tr}(\underline{\underline{C}})^2 - \text{tr}(\underline{\underline{C}}^2) \right) = 2\lambda + 1/\lambda^2$$

$$I_3 = \det(\underline{\underline{C}}) = 1$$

dans le cas incompressible.

Finalement :

$$s = (\underline{\underline{S}})_{11} = 2 \frac{\partial W}{\partial I_1} \left(1 - \frac{1}{\lambda^3}\right) + 2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda^4}\right)$$

En appliquant la relation

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{1}{J} \underline{\underline{F}} \underline{\underline{S}} \underline{\underline{F}}^T$$

on obtient

$$\sigma = s \lambda^2$$

Il existe de nombreuses formes de potentiels hyperélastiques. On en présente ici quelques-unes :

- Mooney-Rivlin :  $W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3)$
- Polynomial :  $W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2$
- Haines et Wilson :

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{02}(I_2 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3)$$