

## ECHANGES RADIATIFS ENTRE SURFACES NOIRES ET GRISES

Un câble chauffant électrique (1) de longueur 20cm est placé au centre d'une gaine (2), le vide étant fait entre le câble et la gaine. Le diamètre du câble est de 5mm et celui de la gaine de 2cm.

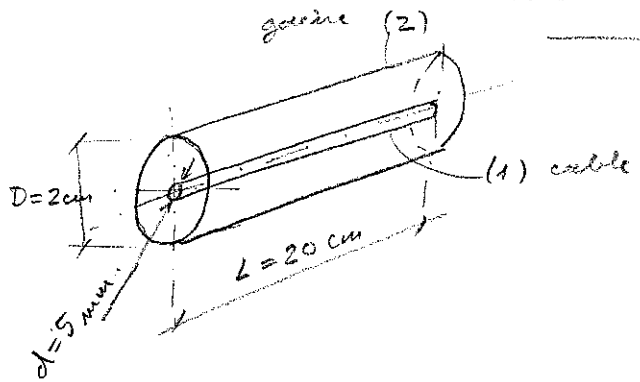
3.1) En négligeant les effets de bords aux extrémités, donner la valeur des différents facteurs de forme.

3.2) Le câble doit dissiper une puissance de 30 W sans que sa température ne dépasse 800 K. Sachant que les deux surfaces sont noires, donner la température maximale que doit avoir la gaine.

3.3.) Que devient cette température si le câble a coefficient d'émission de 0.9 et la gaine un coefficient de 0.8

3.4.) Dans les conditions de la question 3.3), donner la température maximale de la gaine si l'on place un cylindre écran de diamètre 1 cm et de coefficient d'émission = 0.6

Echanges radiatifs entre surfaces noires et grises  
 - câble chauffant électrique -



on néglige les effets de bord

$D = 2 \text{ cm} = 0.020 \text{ m}$   
 $d = 5 \text{ mm} = 0.005 \text{ m}$   
 $L = 20 \text{ cm} = 0.200 \text{ m}$

1) Facteurs de forme

$F_{12} = 1$  le câble "voit" seulement la gaine

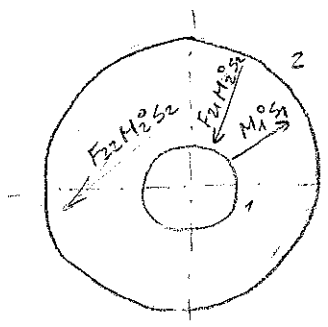
$S_1 F_{12} = S_2 F_{21} \Rightarrow F_{21} = \frac{S_1}{S_2} F_{12} = \frac{\pi d \cdot L}{\pi D \cdot L} = \frac{d}{D} = \frac{0.5 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} = \frac{1}{4}$

$F_{21} = \frac{1}{4} \quad F_{21} + F_{22} = 1 \Rightarrow F_{22} = \frac{3}{4}$

$F_{11} = 0 \quad F_{12} = 1 \quad F_{21} = \frac{1}{4} \quad F_{22} = \frac{3}{4}$

2) Le câble doit dissiper 30 W à une température de 800 K. Les surfaces sont noires. Quelle est la température de la gaine ?

Bilan énergétique



$\Phi_{net 1} = \Phi_{emis 1} - \Phi_{abs 1} \quad \Phi_{net 1} = 30 \text{ W}$

$\Phi_{emis 1} = M_1^0 S_1$

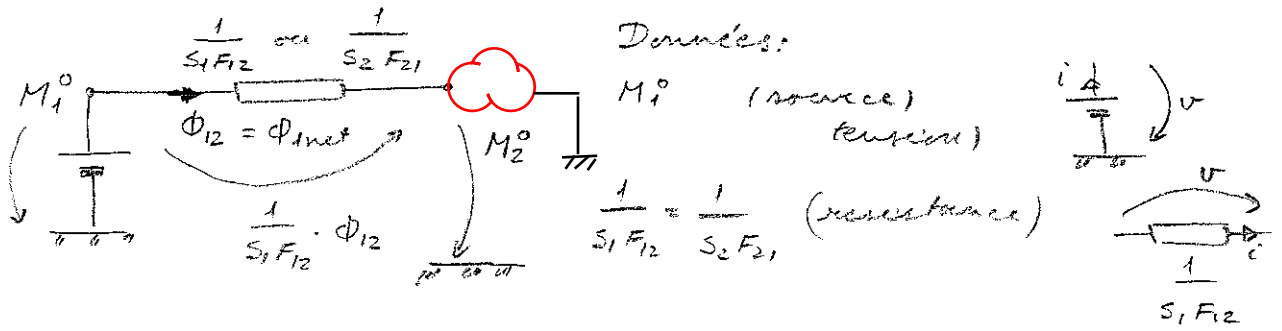
$\Phi_{abs 1} = \Phi_{21} = F_{21} \Phi_2 = F_{21} M_2^0 S_2 = F_{12} S_1 \cdot M_2^0$

$\Phi_{net 1} = M_1^0 S_1 - F_{12} M_2^0 S_1 = (M_1^0 - F_{12} M_2^0) S_1 = (M_1^0 - M_2^0) S_1 = \sigma (T_1^4 - T_2^4) S_1$

$\Rightarrow T_2^4 = T_1^4 - \frac{\Phi_{net 1}}{\sigma S_1}$

$T_2 = \sqrt[4]{800^4 - \frac{30}{(5.68 \cdot 10^{-8}) \cdot \pi \cdot 0.005 \cdot 0.20}} = 701 \text{ K}$

# Analogie électrique



$$\Rightarrow M_2^0 = M_1^0 - \frac{1}{S_1 F_{12}} \cdot \Phi_{12}$$

$$S_1 F_{12} M_2^0 = S_1 F_{12} M_1^0 - \Phi_{12}$$

$$F_{12} = 1$$

$$\Rightarrow M_2^0 = M_1^0 - \frac{\Phi_{12}}{S_1}$$

$$T_2^4 = T_1^4 - \frac{\Phi_{12}}{\sigma S_1} = T_1^4 - \frac{\Phi_{net 1}}{\sigma S_1} = 701 \text{ K}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{net} &= F_{12} S_1 M_1^0 - F_{21} S_2 M_2^0 = \\ &= F_{12} S_1 M_1^0 - F_{12} S_1 M_2^0 \\ &= F_{12} S_1 (M_1^0 - M_2^0) \end{aligned}$$

3)

3/6

$$\Phi_{\text{net } ij} = (J_i - J_j) S_i F_{ij}$$

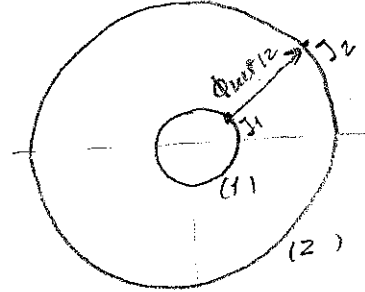
Bilans energjetigues

$$\Phi_{\text{net } ij} = \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} (M_i^0 - J_j) S_i$$

$$\Phi_{\text{net } 12} = (J_1 - J_2) S_1 F_{12}$$

$$\Phi_{\text{net } 12} = \frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} (M_1^0 - J_2) S_1$$

$$\Phi_{\text{net } 12} = \frac{\varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2} (M_2^0 - J_2) S_2$$



$$J_2 = J_1 - \frac{\Phi_{\text{net } 12}}{S_1 F_{12}}$$

$$J_1 = M_1^0 - \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} \Phi_{\text{net } 12}$$

$$J_2 = M_2^0 - \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2} \Phi_{\text{net } 12} - \frac{\Phi_{\text{net } 12}}{S_1 F_{12}}$$

$$M_2^0 - \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2} \Phi_{\text{net } 12} = M_1^0 - \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} \Phi_{\text{net } 12} - \frac{\Phi_{\text{net } 12}}{S_1 F_{12}}$$

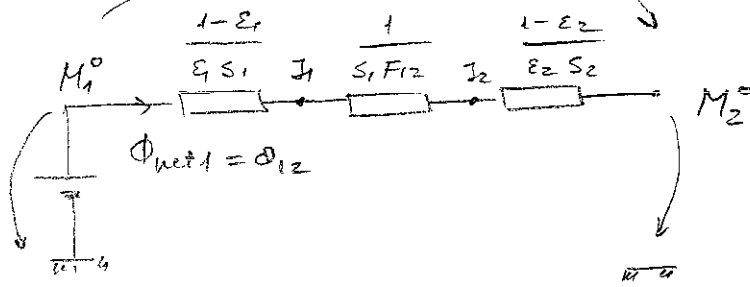
$\Phi_{\text{net } 21} = -\Phi_{\text{net } 12}$

$$M_2^0 = M_1^0 - \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2} \right) \Phi_{\text{net } 12}$$

$$M_2^0 = M_1^0 - R_{\text{eq}} \Phi_{\text{net } 12}$$

$$T_2 = \sqrt[4]{T_1^4 - \frac{1}{\sigma} R_{\text{eq}} \Phi_{\text{net } 12}}$$

3)



cable  $\epsilon_1 = 0.9$   
 gainé  $\epsilon_2 = 0.8$   
 Trouver temp de cable  
 $T_2$  pour  $\Phi_{net1} = 30 \text{ W}$   
 $T_1 = 800 \text{ K}$

$$R_{eq} = \frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 S_1} + \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 S_2} = 373 \text{ m}^{-2}$$

$$= \frac{1 - 0.9}{0.9 \times 3,14 \times 10^{-3}} + \frac{1}{3,14 \times 10^{-3} \times 1} + \frac{1 - 0.8}{0.8 \times 12,56 \times 10^{-3}}$$

$$S_1 = \pi \cdot d \cdot L = \pi \times 0.005 \times 0.2 = 3,14 \times 10^{-3}$$

$$S_2 = \pi D \cdot L = \pi \times 0.020 \times 0.2 = 12,56 \times 10^{-3}$$

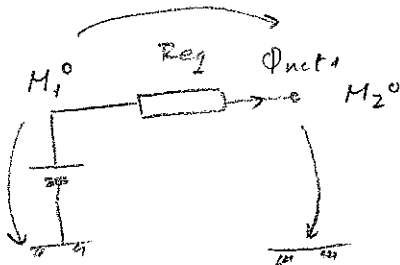
$$M_2^0 = M_1^0 - R_{eq} \Phi_{12}$$

$$\nabla T_2^q = \nabla T_1^q - R_{eq} \Phi_{12}$$

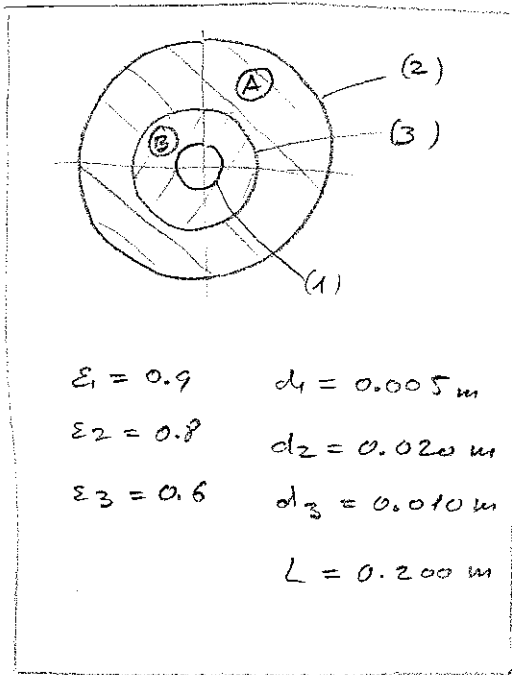
$$T_2 = \left( T_1^q - \frac{1}{\sigma} R_{eq} \Phi_{12} \right)^{1/4}$$

$$= \left( 800^4 - \frac{1}{5,68 \times 10^{-8}} \times 373 \times 30 \right)^{1/4} = 678 \text{ K}$$

$R_{eq} > \frac{1}{S_1 F_{12}} \Rightarrow$  pour le même flux, la différence  $M_1^0 - M_2^0$  est plus grande



4) Écrire (3) entre surfaces (1) et (2)



- $\epsilon_1 = 0.9$        $d_1 = 0.005 \text{ m}$
- $\epsilon_2 = 0.8$        $d_2 = 0.020 \text{ m}$
- $\epsilon_3 = 0.6$        $d_3 = 0.010 \text{ m}$
- $L = 0.200 \text{ m}$

Deux zones

zone (A) Facteurs de forme

$$F_{32} = 1$$

$$S_3 F_{32} = S_2 F_{23} \Rightarrow F_{23} = \frac{S_3}{S_2} F_{32} = \frac{\pi d_3 L}{\pi d_2 L} F_{32}$$

$$= \frac{d_3}{d_2} = \frac{0.010}{0.020} = 0.5$$

$$F_{32} = 1; F_{23} = 0.5$$

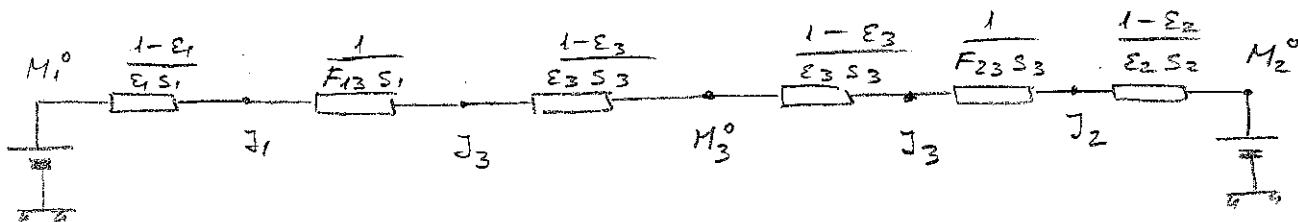
zone (B) Facteurs de forme

$$F_{13} = 1$$

$$S_3 F_{31} = S_1 F_{13} \Rightarrow F_{31} = \frac{S_1}{S_3} F_{13} = \frac{\pi d_1 L}{\pi d_3 L} F_{13} = \frac{d_1}{d_3} = \frac{0.005}{0.010} = 0.5$$

$$F_{13} = 1; F_{31} = 0.5$$

Analogie électrique



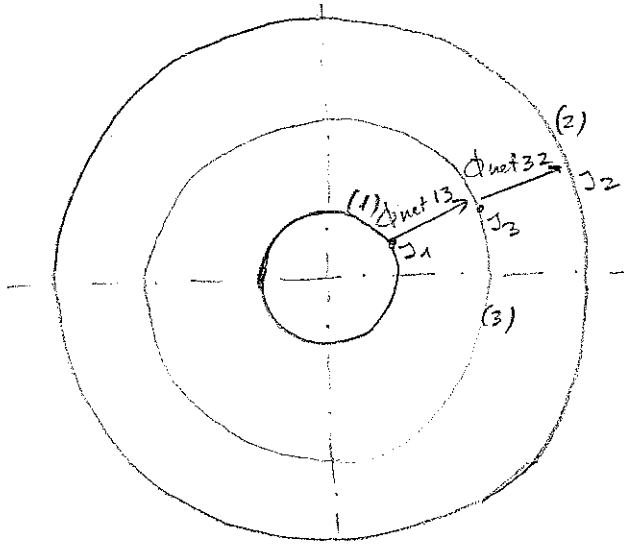
$$R_{eq} = \frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 S_1} + \frac{1}{F_{13} S_1} + \frac{1-\epsilon_3}{\epsilon_3 S_3} + \frac{1-\epsilon_3}{\epsilon_3 S_3} + \frac{1}{F_{23} S_3} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2 S_2}$$

$$T_2 = (T_1^4 - \frac{1}{\sigma} R_{eq} \Phi_{in,et})^{1/4} = 361 + 361i$$

nombre complexe

$$M_2^\circ = M_1^\circ - R_{eq} \Phi_{in,et} = -3857 < 0 \text{ impossible physiquement}$$

⇒ Le câble ne peut pas être maintenu à 300 K en dissipant 30 W

Bilan énergétique

$$\Phi_{\text{net}13} = (J_1 - J_3) \cdot S_1 F_{13}$$

$$\Phi_{\text{net}32} = (J_3 - J_2) S_3 F_{32}$$

$$\Phi_{\text{net}13} = \Phi_{\text{net}32} \quad (\text{surface 3 est en \u00e9quilibre})$$

$$\Phi_{\text{net}13} = \frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} (M_1^0 - J_1) S_1$$

$$\Rightarrow J_1 = M_1^0 - \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} \Phi_{\text{net}13}$$

$$J_2 = M_2^0 - \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2} \Phi_{\text{net}23}$$

$$= M_2^0 + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2} \Phi_{\text{net}32}$$

$$J_2 = J_3 - \frac{\Phi_{\text{net}32}}{S_3 F_{32}}$$

$$J_3 = J_1 - \frac{\Phi_{\text{net}13}}{S_1 F_{13}}$$

$$J_2 = \underbrace{J_1 - \frac{\Phi_{\text{net}32}}{S_3 F_{32}} - \frac{\Phi_{\text{net}13}}{S_1 F_{13}}}_{J_3} ; \quad \Phi_{\text{net}32} = \Phi_{\text{net}13} \equiv \Phi_{\text{net}}$$

$$M_2^0 = M_1^0 - \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{S_1 F_{13}} + \frac{1}{S_3 F_{32}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2} \right) \Phi_{\text{net}}$$

$$M_2^0 = M_1^0 - R_{\text{eq}} \Phi_{\text{net}}$$

$$T_2 = \left( T_1^4 - R_{\text{eq}} \cdot \Phi_{\text{net}} \right)^{1/4}$$