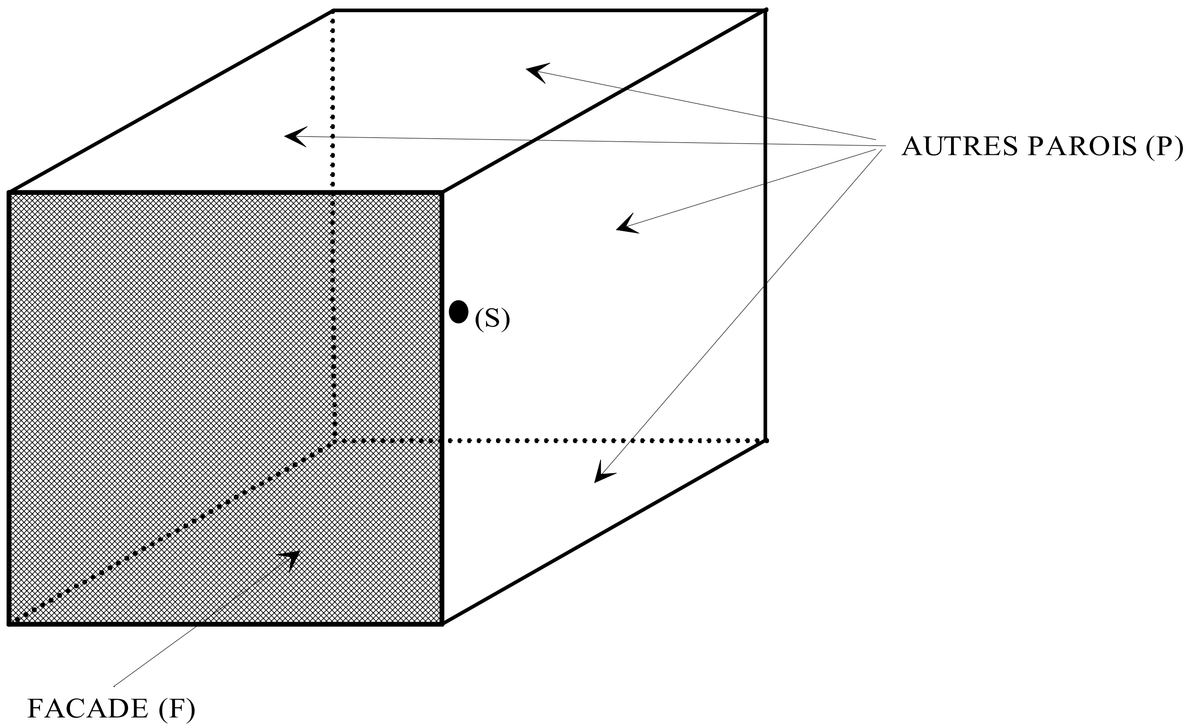
ECHANGES RADIATIFS DANS UN LOCAL DE FORME CUBIQUE

- On appelle température radiante la température d'équilibre d'une très petite sphère noire soumise uniquement au rayonnement (pas de convection).
  Considérons une pièce carrée possédant une façade F à la température de 0°C et les autres parois P à la température de 20°C. La sphère S permettant de mesurer la température radiante est située au centre de gravité de la pièce.



Dans tout le problème, on suppose que la surface S étant infiniment petite, elle ne perturbe pas les échanges entre la façade et les autres parois.

1 - Toutes les surfaces ont noires.

a) Déterminer les facteurs de forme entre les surfaces S, S_F et S_P et calculer la température moyenne radiante.

b) Tracer le réseau analogique du système traduisant les échanges entre les 3 surfaces. En déduire le flux net parois-façade (ce flux sera rapporté à l'unité de surface de la façade). On tiendra compte du fait que la sphère a une surface infiniment petite et ne perturbe pas les échanges entre la façade et les autres parois.

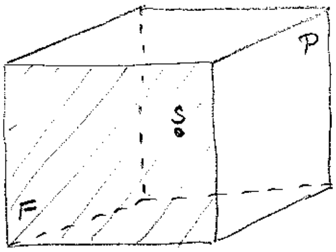
2 - La façade est maintenant grise ($\varepsilon_F = 0.5$). Les autres parois sont également grises ($\varepsilon_P = 0.9$). La sphère est toujours noire.

a) Tracer le réseau analogique du système et en déduire le flux net parois$\rightarrow$ façade (comme précédemment ce flux sera rapporté à l'unité de surface de la façade et la sphère sera supposée infiniment petite).

b) Calculer la température radiante moyenne.

Echanges radiatifs dans un local de forme cubique

①



$$\begin{cases} F_{SF} + F_{SP} = 1 & \text{(la sphère est entourée par les parois du cube)} \\ 5 F_{SF} = F_{SP} & \text{(à cause de la symétrie)} \end{cases}$$

$$F_{SF} = \frac{1}{6} \qquad F_{SP} = \frac{5}{6}$$

Bilan pour la sphère:

$$\underbrace{F_{FS} \cdot M_F^\circ S_F + F_{PS}\, M_P^\circ S_P}_{\text{flux reçu}} = \underbrace{M_S^\circ S_S}_{\text{flux émis}}$$

$$F_{SF} \cdot \cancel{S_S}\, M_F^\circ + F_{SF} \cdot \cancel{S_S}\, M_P^\circ = M_S^\circ \cancel{S_S}$$

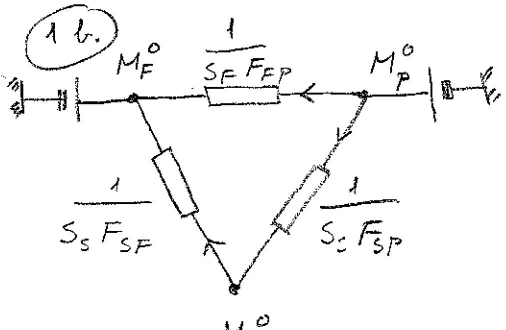
$$F_{SF}\, T_F^4 + F_{SP}\, T_P^4 = T_S^4$$

$$\frac{1}{6} T_F^4 + \frac{5}{6} T_P^4 = T_S^4$$

$$T_S = \left(\frac{1}{6} T_F^4 + \frac{5}{6} T_P^4\right)^{1/4} = \left(\frac{1}{6}(273)^4 + \frac{5}{6}(293)^4\right)^{1/4} = 290\,\text{K} = 17\,°\text{C}$$

---

1 b.



$$\Phi_{net\,PF} = S_P \cdot F_{PF} (M_P^\circ - M_F^\circ) = S_F F_{FP} (M_P^\circ - M_F^\circ)$$

$$\varphi_{net\,PF} = \frac{\Phi_{net\,PF}}{S_F} = F_{FP} (M_P^\circ - M_F^\circ)$$

$$= F_{FP}\, \sigma (T_P^4 - T_F^4)$$

$$= 1 \times 5.67 \cdot 10^{-8} (293^4 - 273^4) = 103 \ \frac{W}{m^2}$$

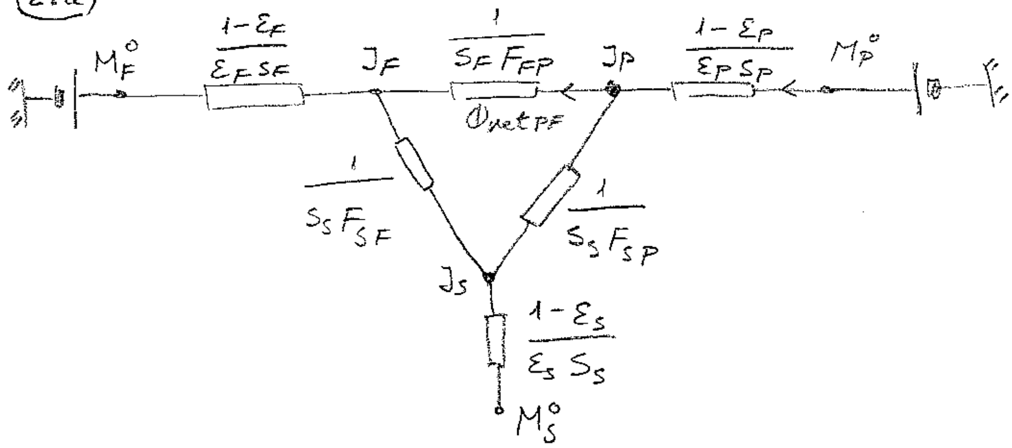
note:

$$\Phi_{net\,P} = \Phi_{net\,PF} + \Phi_{net\,PS}$$

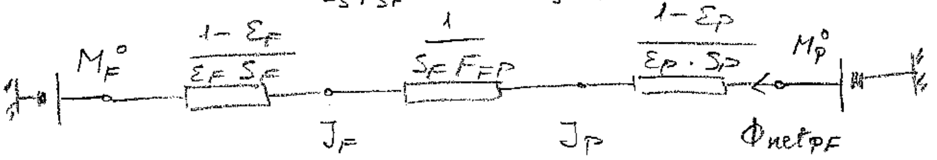
$$\Phi_{net\,PS} = S_S \cdot F_{SP} (M_P^\circ - M_S^\circ) = 0 \quad (S_S = 0)$$

(2) Surfaces grises et opaques

(2.a)



$S_S \to \infty \implies \frac{1}{S_S F_{SF}} \to \infty \quad \frac{1}{S_S F_{SP}} \to \infty$



$F_{FP} S_F = F_{PF} S_P$

$\frac{F_{PF}}{F_{FP}} = \frac{S_F}{S_P} = \frac{1}{5}$

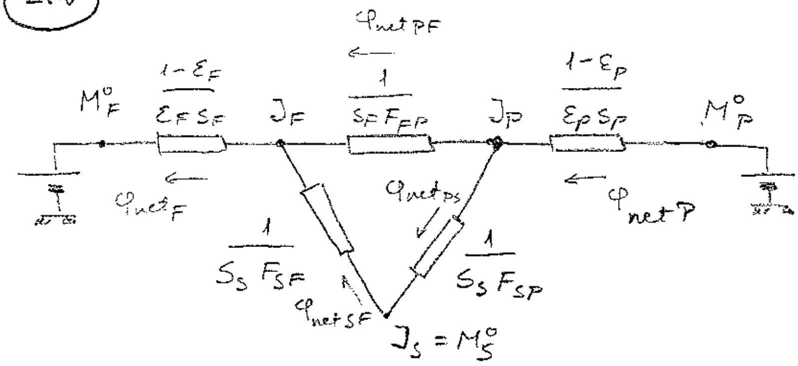
$$\Phi_{net\,PF} = \frac{M_P^\circ - M_F^\circ}{\frac{1-\varepsilon_F}{\varepsilon_F S_F} + \frac{1}{S_F F_{FP}} + \frac{1-\varepsilon_P}{\varepsilon_P S_P}} = \frac{M_P^\circ - M_F^\circ}{\frac{1-\varepsilon_F}{\varepsilon_F S_F} + \frac{1}{F_{FP} S_F} + \frac{1-\varepsilon_P}{\varepsilon_P \cdot \frac{F_{FP}}{F_{PF}} S_F}}$$

$$= S_F \cdot \frac{M_P^\circ - M_F^\circ}{\frac{1-\varepsilon_F}{\varepsilon_F} + \frac{1}{F_{FP}} + \frac{1-\varepsilon_P}{\varepsilon_P \frac{F_{FP}}{F_{PF}}}}$$

$$\varphi_{net\,PF} = \frac{\Phi_{net\,PF}}{S_F} = \frac{\sigma\left(T_P^4 - T_F^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_F}{\varepsilon_F} + \frac{1}{F_{FP}} + \frac{1-\varepsilon_P}{\varepsilon_P} \cdot \frac{F_{PF}}{F_{FP}}}$$

$$= \frac{5.68 \cdot 10^{-8}\left(293^4 - 273^4\right)}{\frac{1-0.5}{0.5} + \frac{1}{1} + \frac{1-0.9}{0.9} \cdot \frac{1}{5}} = 51 \ \frac{W}{m^2}$$

2.b



Calcul J_P et J_F

$$\varphi_{net\,P} = \frac{M^\circ_P - J_P}{\frac{1-\varepsilon_P}{\varepsilon_P}} \implies J_P = M^\circ_P - \frac{1-\varepsilon_P}{\varepsilon_P}\underbrace{\varphi_{net\,P}}_{\varphi_{net\,PF}} \simeq \sigma T_P^4 - \frac{1-\varepsilon_P}{\varepsilon_P}\varphi_{net\,PF}$$

$$J_P = 5.68\cdot 10^{-8}\cdot 293^4 - \frac{1-0.9}{0.9}\times 10.2 = 417.48\ \frac{W}{m^2}$$

$$\varphi_{net\,F} = \frac{J_F - M^\circ_F}{\frac{1-\varepsilon_F}{\varepsilon_F}} \implies J_F = M^\circ_F + \frac{1-\varepsilon_F}{\varepsilon_F}\underbrace{\varphi_{net\,F}}_{\varphi_{net\,PF}} \cong \sigma T_F^4 + \frac{1-\varepsilon_F}{\varepsilon_F}\varphi_{net\,PF}$$

$$J_F = 5.68\cdot 10^{-8}\cdot 273^4 + \frac{1-0.5}{0.5}\times 10.2 = 305.30\ \frac{W}{m^2}$$

Bilan des flux sur la sphère (la sphère est en équilibre thermique)

$$S_P F_{PS}(J_P - M^\circ_S) - S_F F_{FS}(M^\circ_S - J_F) = 0$$

$$S_S F_{SP}(J_P - M^\circ_S) - S_S F_{SF}(M^\circ_S - J_F) = 0$$

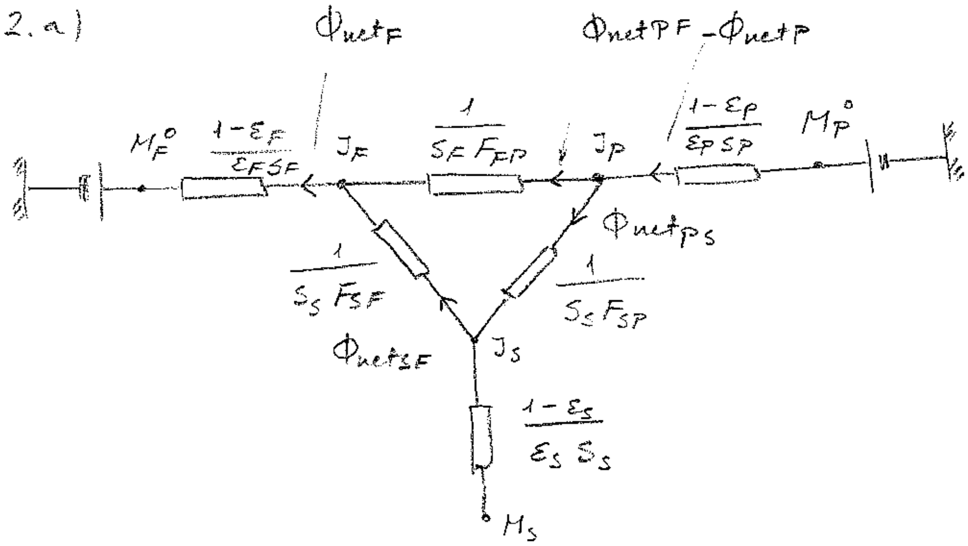
$$F_{SP} J_P + F_{SF} J_F = \underbrace{(F_{SP} + F_{SF})}_{1} M^\circ_S$$

$$F_{SP} J_P + F_{SF} J_F = \sigma T_S^4$$

$$T_S = \left[\frac{1}{\sigma}\left(F_{SP} J_P + F_{SF} J_F\right)\right]^{1/4}$$

$$= \left[\frac{1}{5.68\cdot 10^{-8}}\left(\frac{5}{6}\times 417.68 + \frac{1}{5}\,305.30\right)\right]^{1/4} = 289.46\,K = 16.46\ ^\circ C$$

2. a)



$$\Phi_{net\,PF} = S_P F_{PF} \left(J_P - J_F \right)$$

$$\Phi_{net\,PS} = S_S F_{SP} \left(J_P - J_S \right)$$

$$\Phi_{net\,SF} = S_S F_{SF} \left(J_S - J_F \right)$$

$$\Phi_{net\,F} = \Phi_{net\,PF} + \Phi_{net\,SF}$$

$$\Phi_{net\,P} = \Phi_{net\,PF} + \Phi_{net\,PS}$$

$$\Phi_{net\,P} = \frac{\varepsilon_P S_P}{1-\varepsilon_P} \left(J_P - M_P^\circ \right)$$

$$\Phi_{net\,F} = \frac{\varepsilon_F S_F}{1-\varepsilon_F} \left(J_F - M_F^\circ \right)$$

$$\Phi_{net\,S} = \frac{\varepsilon_S S_S}{1-\varepsilon_S} \left(J_S - M_S^\circ \right)$$

Simplifications:

1) $\Phi_{net\,S} = 0$ (sphère en équilibre thermique) $\Rightarrow J_S = M_S^\circ$

2) $S_S \to 0 \Rightarrow \Phi_{net\,PS} \to 0 \; ; \; \Phi_{net\,SF} \to 0$

$$\Rightarrow \Phi_{net\,F} = \Phi_{net\,PF}$$

$$\Phi_{net\,P} = - \Phi_{net\,PF}$$

$$\Phi_{net\,F} = \Phi_{net\,PF} = - \Phi_{net\,P}$$

$$\Phi_{net\,PF} = \frac{J_F - M_F^\circ}{\frac{1-\varepsilon_F}{\varepsilon_F S_F}} = \frac{J_P - J_F}{\frac{1}{S_P F_{PF}}} = \frac{-J_P + M_P^\circ}{\frac{1-\varepsilon_P}{\varepsilon_P S_P}} \Rightarrow \frac{M_P^\circ - M_F^\circ}{\frac{1-\varepsilon_F}{\varepsilon_F S_F} + \frac{1}{S_F F_{FP}} + \frac{1-\varepsilon_P}{\varepsilon_P S_F} \cdot \frac{F_{PF}}{F_{FP}}} -$$