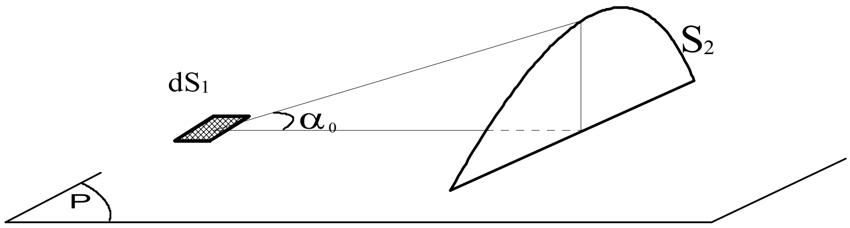
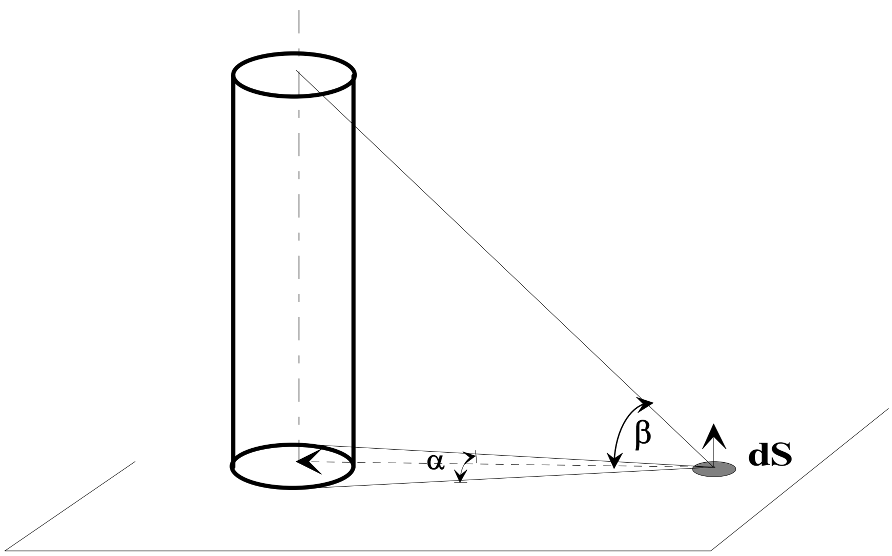
FACTEUR DE FORME

ESTIMATION D'UN FACTEUR DE FORME
Un cylindre fermé de diamètre de 1 mètre et de hauteur de 1 mètre est placé au centre d'une sphère de rayon égal à 1 mètre.
Donner la valeur du facteur de forme de la surface intérieure de la sphère avec le cylindre.

FACTEUR DE FORME ENTRE UNE SURFACE DS ET UN DEMI-DISQUE.
Calculer le facteur d'angle d'une petite surface dS_1 située dans un plan horizontal P par rapport à un demi-disque S_2 vertical dont le grand diamètre est situé dans P. Ce demi disque est vu de la surface dS_1 sous un angle α_0 .



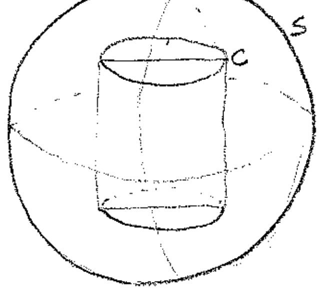
FACTEUR DE FORME ENTRE UNE SURFACE DS ET UN CYLINDRE.
Considérons une petite surface ds située dans un plan horizontal et un cylindre d'axe vertical. Le diamètre apparent de ce cylindre (angle sous lequel on le voit depuis la petite surface) est appelé α



Calculer le facteur de forme de la petite surface par rapport au cylindre. Le cylindre est supposé de longueur semi-infinie. Sa base est dans le plan qui contient la petite surface. Calculer l'éclairement de la petite surface sachant que le cylindre rayonne comme le corps noir à la température T.

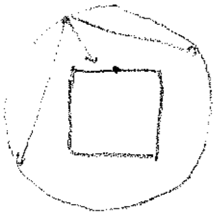
Facteurs de forme

Cylindre dans une sphère

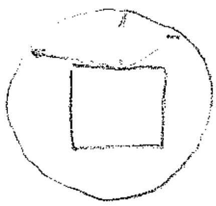


cylindre $d = 1m$ $h = 1m$ dans une sphère $R = 1m$

Note:



la sphère se voit elle-même et elle voit le cylindre



le cylindre voit seulement la sphère

$$\begin{cases} F_{cs} = 1 \\ F_{sc} S_s = F_{cs} S_c \end{cases}$$

le cylindre voit seulement la sphère

rélation complémentarité

$$\Rightarrow F_{sc} = \frac{S_c}{S_s} \cdot F_{cs} = \frac{2\pi r \cdot h + 2\pi r^2}{4\pi R^2} = \frac{(h+r) \cdot r}{2R^2} = \frac{(1+0.5) \cdot 0.5}{2} = \frac{3}{8}$$

$$\boxed{F_{cs} = 1;\ F_{sc} = \frac{3}{8};}$$

Methode d'Ondervcek

$$d^2\Phi_{12} = L_1^\circ\, dS_1 \cdot \cos\theta_1 \cdot d\Omega_1 = \frac{M_1^\circ}{\pi}\, dS_1 \cdot \cos\theta_1 \cdot \frac{dS_2 \cdot \cos\theta_2}{d^2}$$

$$\Phi_{12} = \frac{M_1^\circ}{\pi} \int_{S_1}\int_{S_2} \frac{dS_1 \cdot \cos\theta_1 \cdot dS_2 \cdot \cos\theta_2}{d^2}$$ flux entre surface dS_1 et dS_2

$\Phi_1 = M_1^\circ \cdot dS_1$ flux émis par la surface dS_1

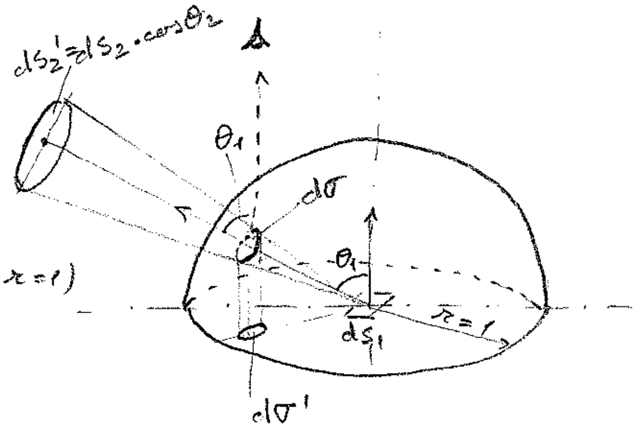
$$F_{12} = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{1}{\pi}\int_{S_2} \frac{\cos\theta_1 \cdot dS_2 \cdot \cos\theta_2}{d^2} = \frac{1}{\pi}\int_{\sigma} \cos\sigma \cdot d\sigma = \frac{1}{\pi}\int_{\sigma'} d\sigma' = \frac{1}{\pi}\sigma'$$

$$d\Omega = \frac{dS_2 \cdot \cos\theta_2}{d^2}$$

$$= \frac{dS_2'}{d^2}$$

$$= d\sigma$$ (sur sphère $r=1$)

$d\sigma \cdot \cos\theta_1 = d\sigma'$

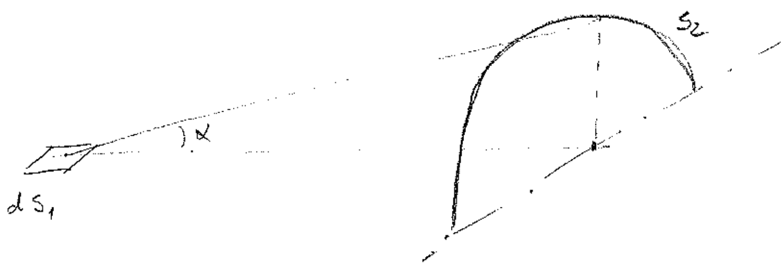


σ surface découpée sur la sphère unité par l'angle solide $d\Omega$

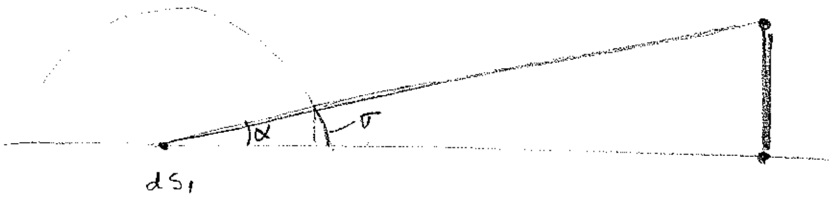
σ' projection de σ sur le plan de base

$$\boxed{F_{12} = \frac{1}{\pi}\sigma'}$$

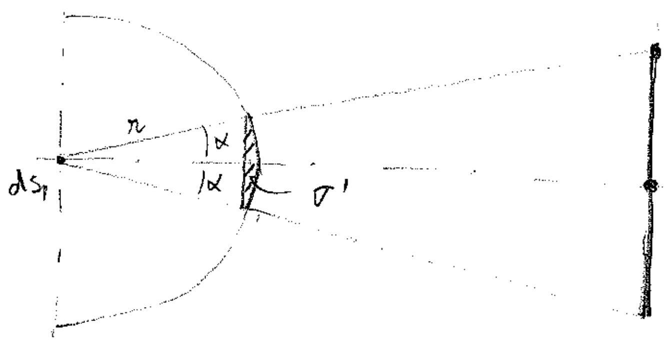
Facteur de forme entre petite surface dS_1 et demi-disque



Methode d'Ondracek (cercle unitaire)



section



plan

$$F_{12} = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{1}{\pi}\int_{S_2} \cos\theta_1 \cdot d\Omega = \frac{1}{\pi}\int_{\sigma} \cos\theta_1 \cdot d\sigma = \frac{1}{\pi}\int_{\sigma'} d\sigma' = \frac{1}{\pi}\sigma'$$

σ = aire interceptée par le cône $\{dS_1 ; S_2\}$ sur la sphère unitaire

σ' = aire du secteur $\sphericalangle 2\alpha$ $r=1$

 − aire du triangle $h = r\cos\alpha$ $b = 2r\sin\alpha ; r=1$

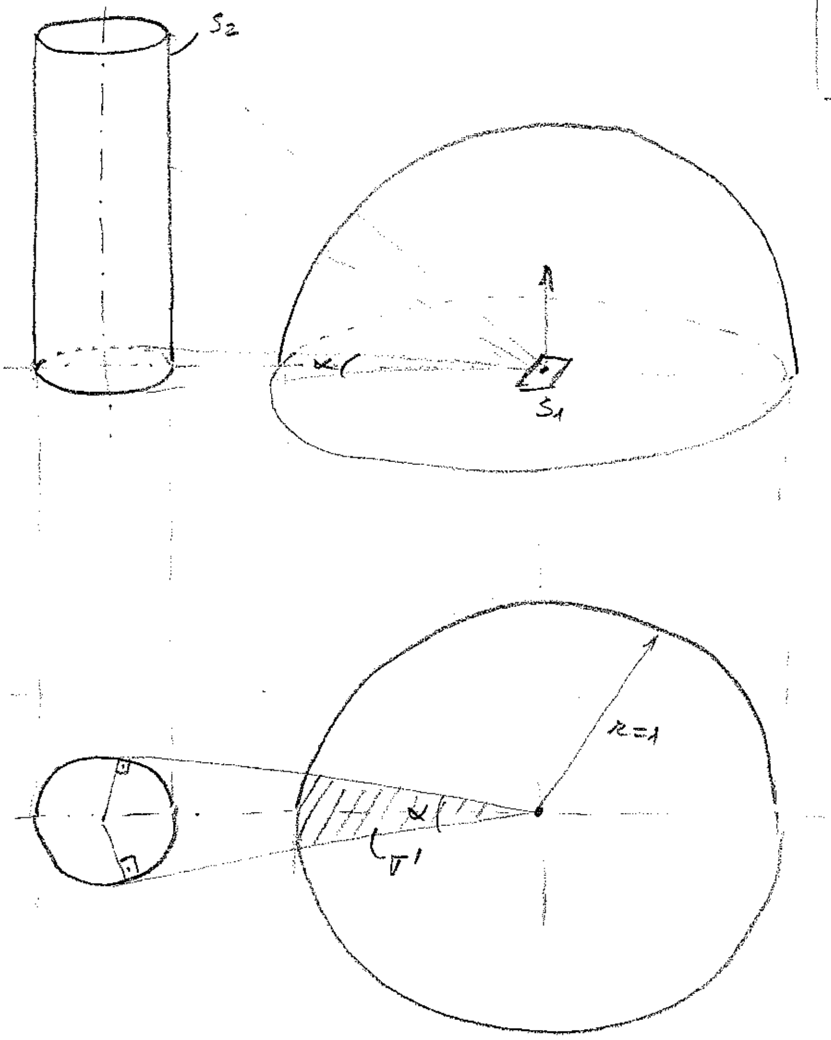
$$\sigma' = \underbrace{\underbrace{(\pi r^2) \cdot \frac{2\alpha}{2\pi}}_{\text{cercle × secteur/périmè}}}_{\text{surface du secteur}} - \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \underbrace{r\cos\alpha}_{\text{hauteur}} \times \underbrace{2r\sin\theta}_{\text{base}}}_{\text{triangle}}$$

$$\sigma' = (\pi\, 1^2)\,\frac{2\alpha}{2\pi} - \cos\alpha \sin\alpha$$

$$= \alpha - \frac{1}{2}\sin(2\alpha)$$

$$\boxed{F_{12} = \frac{1}{\pi}\sigma' = \frac{2\alpha - \sin(2\alpha)}{2\pi}}$$

Cylindre infini vu du dS_1



$$F_{12} = \frac{1}{\pi}\,\sigma' = \frac{1}{\pi}\cdot\left(\frac{\alpha}{2\pi}\cdot\pi\cdot r^2\right) = \frac{\alpha}{2\pi}$$

Eclairement de la surface dS_1:

$$E_{21} = \frac{\Phi_{21}}{S_1} = \frac{F_{21}\cdot\Phi_2}{S_1}$$

$$\Phi_2 = M_2^\circ\, S_2$$

$$S_1\cdot F_{12} = S_2\cdot F_{21} \implies \frac{F_{21}}{S_1} = \frac{F_{12}}{S_2}$$

$$\implies E_{21} = \frac{F_{12}}{S_2}\cdot M_2^\circ S_2 = F_{12}\,M_2^\circ = \frac{\alpha}{2\pi}\cdot\sigma T_2^4$$

<u>Note:</u> Le flux net échangé entre S_2 et dS_1:

$$\Phi_{21} = S_2\,F_{21}\,(M_2^\circ - M_1^\circ) = S_1\,F_{12}\,(M_2^\circ - M_1^\circ) = S_1\,\frac{\alpha}{2\pi}\cdot\sigma\left(T_2^4 - T_1^4\right)$$