RAYONNEMENT : Problème introductif

3) Le disque supposé noir sur la face éclairée et parfaitement réfléchissant sur la face opposée, reçoit le rayonnement solaire à travers une vitre. Cette vitre est parallèle au disque. L'ensemble est perpendiculaire au rayonnement solaire.

3-1) La vitre est considérée comme parfaitement transparente au rayonnement solaire (CLO = Courte Longueur d'Onde) et parfaitement absorbante pour le rayonnement du disque (GLO = Grande Longueur d'Onde). Calculer la température d'équilibre du disque et la comparer avec celle du disque non protégé.

3-2) La vitre a un facteur de réflexion ρ_1 et un facteur de transmission τ_1 pour le rayonnement solaire. Elle a un facteur de réflexion ρ_2 et un facteur de τ_2 pour le rayonnement qu'elle reçoit du disque. Calculer la température d'équilibre prise par le disque ainsi protégé et la comparer avec celle du disque non protégé.

Application Numérique : $\rho_1 = 0,05$ $\tau_1 = 0,95$

$\rho_2 = 0.30$ $\tau_2 = 0,05$

3-3) Traiter les questions 3.1 et 3.2 en considérant que l'ambiance environnante à la température $T_{a,}$ rayonne au dessus de la vitre comme un corps noir

Application Numérique: Ta = 300 K

TD1.3 Rayonnement disc vitre

Un disque supposé noir sur la face éclairée et parfaitement réfléchissant sur la face opposée reçoit le rayonnement solaire à travers une vitre parallèle au disque. L'ensemble est perpendiculaire au rayonnement solaire.

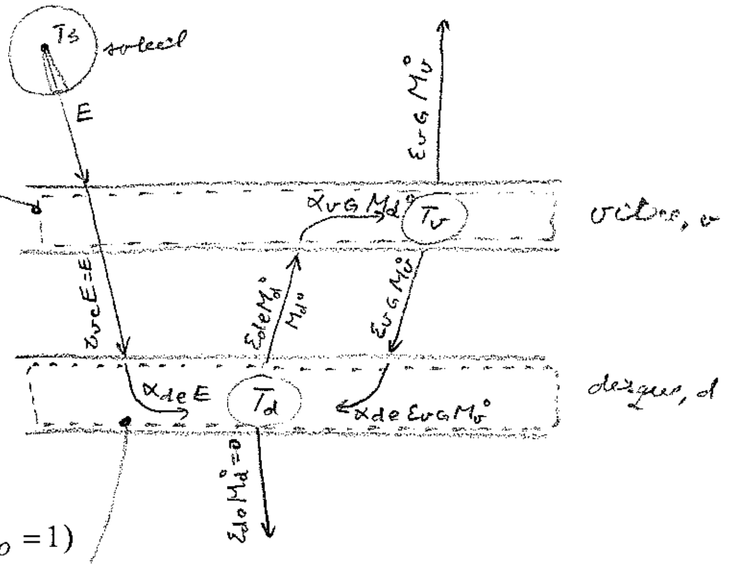
a) La vitre est considérée comme parfaitement transparente au rayonnement solaire (CLO courte longueur d'onde) et parfaitement absorbante pour le rayonnement du disque (GLO = grande longueur d'onde). Calculer la température d'équilibre du disque et la comparer avec celle du disque non protégé.

Propriétés vitre : $\tau_{v,CLO} = 1$, $\alpha_{v,CLO} = 0$; $\tau_{v,GLO} = 0$, $\alpha_{v,GLO} = 1$;

Disque face éclairée : $\alpha_{d,e} = 1$

Disque face opposée : $\alpha_{d,o} = 0$

Surfaces disque = surface vitre : $S_d = S_v = S$



Bilan thermique de la vitre :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rd} = \Phi_{ev}$$

-flux reçu du soleil :
$\Phi_{rs} = S\alpha_{v,CLO}E = 0$ (parce que $\alpha_{v,CLO} = 0$)

-flux reçu du disque :
$\Phi_{rd} = S\alpha_{v,GLO}M_d^{\circ} = S\sigma T_d^4$ (parce que $\alpha_{v,GLO} = 1$)

-flux émis par la vitre :
$\Phi_{ev} = 2S \cdot \varepsilon_{v,GLO}M_v^{\circ} = 2S \cdot \sigma T_v^4$

$$\Rightarrow T_d^4 = 2T_v^4$$

Bilan thermique du disque :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rv} = \Phi_{ed}$$

-flux reçu du soleil :
$\Phi_{rs} = S\alpha_{d,e}\tau_{v,CLO}E = SE$ (car $\alpha_{d,e} = 1; \tau_{v,CLO} = 1$)

-flux reçu de la vitre :
$\Phi_{rv} = S\alpha_{d,e}M_v^{\circ} = S\sigma T_v^4$

-flux émis par le disque :
$\Phi_{ed} = (S\varepsilon_{d,e} + S\varepsilon_{d,o})M_d^{\circ} = S\sigma T_d^4$ (car $\alpha_{d,e} = \varepsilon_{d,e} = 1$ et $\alpha_{d,o} = \varepsilon_{d,o} = 0$)

$$\Rightarrow E + \sigma T_v^4 = \sigma T_d^4$$

On obtient deux équations :

$$\begin{cases} T_d^4 = 2T_v^4 \\ E + \sigma T_v^4 = \sigma T_d^4 \end{cases}$$

avec deux inconnues, les température T_v et T_d de la vitre et du disque.

On obtient :

$$T_d = \left(\frac{2E}{\sigma}\right)^{1/4} \text{ et } T_v = 2^{-1/4} T_d$$

Avec $E = 1390\ \mathrm{W/m^2}$ et $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2K^4)}$, on obtient :

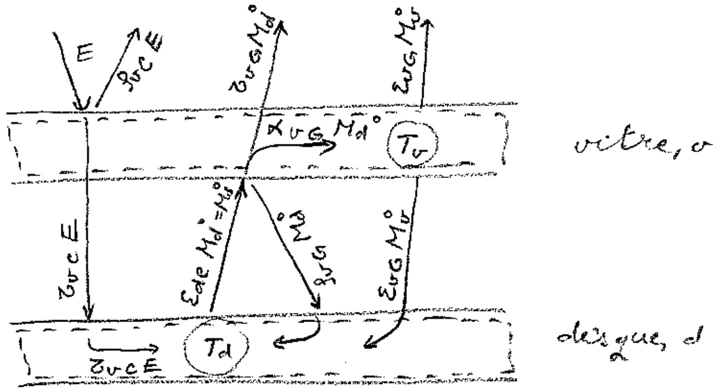
$$T_d = 470\,\mathrm{K} \text{ et } T_v = 395\,\mathrm{K}$$

b) La vitre a un facteur de réflexion $\rho_{v,CLO}$ et un facteur de transmission $\tau_{v,CLO}$ pour le rayonnement solaire et un facteur de réflexion $\rho_{v,GLO}$ et un facteur de transmission $\tau_{v,GLO}$ pour le rayonnement qu'elle reçoit du disque. Calculer la température d'équilibre prise par le disque ainsi protégé et la comparer avec celle du disque non protégé.

Application numérique :

$\rho_{v,CLO} = 0.05 \quad \tau_{v,CLO} = 0.95$

$\rho_{v,GLO} = 0.30 \quad \tau_{v,GLO} = 0.05$



Bilan thermique de la vitre :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rd} = \Phi_{ev}$$

-flux reçu du soleil :

$\Phi_{rs} = S \cdot \alpha_{v,CLO} E = 0$ (parce que $\alpha_{v,CLO} = 1 - (\rho_{v,GLO} + \tau_{v,GLO}) = 0$)

-flux reçu du disque :

$\Phi_{rd} = S \cdot \alpha_{v,GLO} M_d^\circ = S \cdot \alpha_{v,GLO} \sigma T_d^4$, avec $\alpha_{v,GLO} = 1 - (\rho_{v,GLO} + \tau_{v,GLO}) = 0{,}65$

-flux émis par la vitre :

$\Phi_{ev} = 2S \cdot \varepsilon_{v,GLO} M_v^\circ = 2S \cdot \alpha_{v,GLO} \sigma T_v^4$, avec $\varepsilon_{v,GLO} = \alpha_{v,GLO}$ loi de Kirchhoff

Bilan thermique du disque :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rve} + \Phi_{rvr} = \Phi_{ed}$$

-flux reçu du soleil transmis à travers la vitre :

$\Phi_{rs} = S \tau_{v,CLO} E$

-flux reçu de la vitre :

$$\Phi_{rve} = S\varepsilon_{v,GLO} M_v^{\circ} = S\varepsilon_{v,GLO}\sigma T_v^4 = S\alpha_{v,GLO}\sigma T_v^4$$

-flux venant du disque et réfléchi par la vitre :

$$\Phi_{rvr} = S\rho_{v,GLO} M_d^{\circ} = S\rho_{v,GLO}\sigma T_d^4$$

-flux émis par le disque :

$$\Phi_{ed} = (S\varepsilon_{d,e} + S\varepsilon_{d,o}) M_d^{\circ} = S\sigma T_d^4 \text{ (car } \alpha_{d,e} = \varepsilon_{d,e} = 1 \text{ et } \alpha_{d,o} = \varepsilon_{d,o} = 0\text{)}$$

On obtient deux équations :

$$\begin{cases} \alpha_{v,CLO} E + \alpha_{v,GLO}\sigma T_d^4 = 2\alpha_{v,GLO}\sigma T_v^4 \\ \tau_{v,CLO} E + \alpha_{v,GLO}\sigma T_v^4 + \rho_{v,GLO}\sigma T_d^4 = \sigma T_d^4 \end{cases}$$

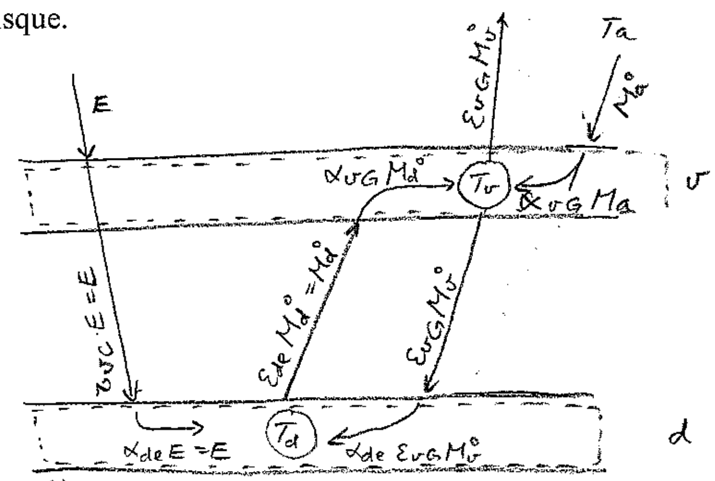
avec deux inconnues, les température T_v et T_d de la vitre et du disque.

Eq. 1 plus 2 x eq. 2 donnent :

$$T_d = \left(\frac{(\alpha_{v,CLO} + 2\tau_{v,CLO})E}{(2 - \alpha_{v,GLO} - 2\rho_{v,GLO})\sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{(0 + 2\times 0.95)\times 1390}{(2 - 0.65 - 2\times 0.30)\times 5.68\cdot 10^{-8}}\right)^{1/4} = 499\,\text{K}$$

c) Traiter les questions 3.a et 3.b en considérant que l'ambiance environnante à la température $T_a = 300\,\text{K}$ rayonne au dessus de la vitre comme un corps noir.

cas c.a) La vitre est considérée comme parfaitement transparente au rayonnement solaire et parfaitement absorbante pour le rayonnement du disque.



Bilan thermique de la vitre :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rd} + \Phi_{ra} = \Phi_{ev}$$

-flux reçu du soleil :

$$\Phi_{rs} = S\alpha_{v,CLO} E = 0 \text{ (parce que } \alpha_{v,CLO} = 0\text{)}$$

-flux reçu du disque :

$$\Phi_{rd} = S\alpha_{v,GLO} M_d^{\circ} = S\sigma T_d^4 \text{ (parce que } \alpha_{v,GLO} = 1\text{)}$$

-flux reçu de l'ambiance :

$$\Phi_{ra} = S\alpha_{v,GLO} M_a^{\circ} = S\sigma T_a^4$$

-flux émis par la vitre :

$$\Phi_{ev} = 2S\cdot\varepsilon_{v,GLO} M_v^{\circ} = 2S\cdot\sigma T_v^4$$

Bilan thermique du disque :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rv} + \Phi_{ra} = \Phi_{ed}$$

-flux reçu du soleil :
$\Phi_{rs} = S\tau_{v,CLO}E = SE$ (car $\tau_{v,CLO} = 1$)

-flux reçu de l'ambiance :
$\Phi_{ra} = S\tau_{v,GLO}M_a^{\circ} = 0$ (car $\tau_{v,GLO} = 0$)

-flux reçu de la vitre :
$\Phi_{rv} = SM_v^{\circ} = S\sigma T_v^4$

-flux émis par le disque :
$\Phi_{ed} = (S\varepsilon_{d,e} + S\varepsilon_{d,o})M_d^{\circ} = S\sigma T_d^4$ (car $\alpha_{d,e} = \varepsilon_{d,e} = 1$ et $\alpha_{d,o} = \varepsilon_{d,o} = 0$)

On obtient deux équations :

$$\begin{cases} \sigma T_d^4 + \sigma T_a^4 = 2\sigma T_v^4 \\ E + \sigma T_v^4 = \sigma T_d^4 \end{cases}$$

avec deux inconnues, les température T_v et T_d de la vitre et du disque. On obtient :

$$T_d = \left(\frac{2E}{\sigma} + T_a^4\right)^{\frac{1}{4}} \text{ et } T_v = \left(\frac{T_d^4 + T_a^4}{2}\right)^{\frac{1}{4}}.$$

cas c.b) La vitre a les caractéristiques : $\begin{matrix} \rho_{v,CLO} = 0.05 & \tau_{v,CLO} = 0.95 \\ \rho_{v,GLO} = 0.30 & \tau_{v,GLO} = 0.05 \end{matrix}$ et $T_a = 300\,\text{K}$.

Bilan thermique de la vitre :

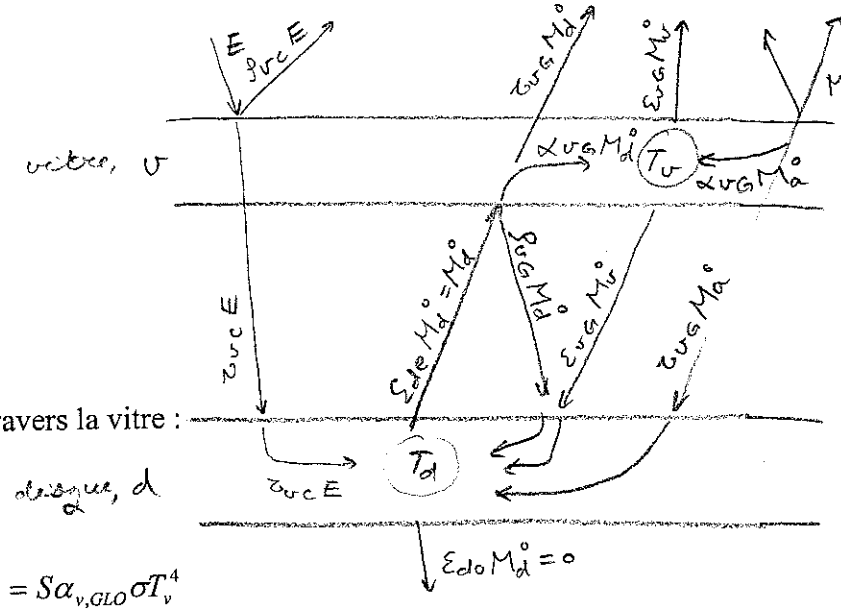
$$\Phi_{rs} + \Phi_{rd} + \Phi_{ra} = \Phi_{ev}$$

-flux reçu du soleil :
$\Phi_{rs} = S \cdot \alpha_{v,CLO}E = 0$ (parce que $\alpha_{v,CLO} = 1 - (\rho_{v,GLO} + \tau_{v,GLO}) = 0$)

-flux reçu du disque :
$\Phi_{rd} = S \cdot \alpha_{v,GLO}M_d^{\circ} = S \cdot \alpha_{v,GLO}\sigma T_d^4$, avec $\alpha_{v,GLO} = 1 - (\rho_{v,CLO} + \tau_{v,CLO}) = 0{,}65$

-flux reçu de l'ambiance :
$\Phi_{ra} = S\alpha_{v,GLO}M_a^{\circ} = S\alpha_{v,GLO}\sigma T_a^4$

-flux émis par la vitre :
$\Phi_{ev} = 2S \cdot \varepsilon_{v,GLO}M_v^{\circ} = 2S \cdot \alpha_{v,GLO}\sigma T_v^4$, avec $\varepsilon_{v,GLO} = \alpha_{v,GLO}$ loi de Kirchhoff



Bilan thermique du disque :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rve} + \Phi_{rvr} = \Phi_{ed}$$

-flux reçu du soleil transmis à travers la vitre :
$\Phi_{rs} = S\tau_{v,CLO} E$

-flux reçu de la vitre :
$\Phi_{rve} = S\varepsilon_{v,GLO} M_v^{\circ} = S\varepsilon_{v,GLO}\sigma T_v^4 = S\alpha_{v,GLO}\sigma T_v^4$

-flux venant du disque et réfléchi par la vitre :
$\Phi_{rvr} = S\rho_{v,GLO} M_d^{\circ} = S\rho_{v,GLO}\sigma T_d^4$

-flux reçu de l'ambiance :
$\Phi_{ra} = S\tau_{v,GLO} M_a^{\circ} = S\tau_{v,GLO}\sigma T_a^4$

-flux émis par le disque :
$\Phi_{ed} = (S\varepsilon_{d,e} + S\varepsilon_{d,o}) M_d^{\circ} = S\sigma T_d^4$ (car $\alpha_{d,e} = \varepsilon_{d,e} = 1$ et $\alpha_{d,o} = \varepsilon_{d,o} = 0$)

On obtient deux équations :

$$\begin{cases} \alpha_{v,CLO}E + \alpha_{v,GLO}\sigma T_d^4 + \alpha_{v,GLO}\sigma T_a^4 = 2\alpha_{v,GLO}\sigma T_v^4 \\ \tau_{v,CLO}E + \alpha_{v,GLO}\sigma T_v^4 + \rho_{v,GLO}\sigma T_d^4 + \tau_{v,GLO}\sigma T_a^4 = \sigma T_d^4 \end{cases}$$

avec deux inconnues, les température T_v et T_d de la vitre et du disque.

Eq. 1 plus 2 x eq. 2 donnent :

$$T_d = \left(\frac{(2\tau_{v,CLO} + \alpha_{v,CLO})E + (2\tau_{v,GLO} + \alpha_{v,GLO})\sigma T_a^4}{(2 - 2\rho_{v,GLO} - \alpha_{v,GLO})\sigma} \right)^{\frac{1}{4}}$$

avec : $\begin{matrix} \rho_{v,CLO} = 0.05 & \tau_{v,CLO} = 0.95 \\ \rho_{v,GLO} = 0.30 & \tau_{v,GLO} = 0.05 \end{matrix}$, $T_a = 300\,\mathrm{K}$, $\sigma = 5.68 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^4}$ et $E = 1390\,\mathrm{W}$, on obtient :

$T_d = 515\,\mathrm{K}$.