MUR SOUMIS A CONDITIONS LIMITES DE TYPE DIRICHLET

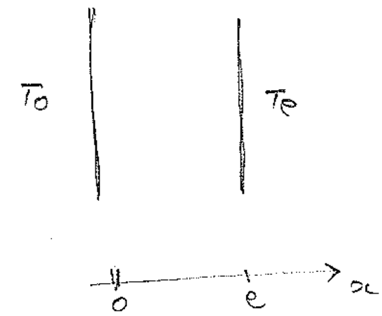
Donner l'expression de la distribution de température dans un mur d'épaisseur e, dont les faces $x = 0$ et $x = e$ sont respectivement maintenues aux températures T_0 et T_e.
Donner l'expression de la densité flux φ et du flux traversant un mur de surface S.

On supposera que les transferts de chaleur sont monodimensionnels et permanents. Il n'y a pas de création de chaleur interne, et la conductivité du matériau est constante.

A.N. $T_0 = -5°C$ $T_e = 25°C$
$\lambda = 0,8$ W/m.K $e = 0,1$ m $S = 15m^2$

$\boxed{\text{Mur régime permanent, conditions limites Dirichlet}}$

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + P = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t}$$



$\lambda = ct \Rightarrow \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) = \lambda \cdot \Delta T$

$P = 0$ sans sources internes

$\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ régime permanent

$\Rightarrow \lambda \cdot \Delta T = 0$

$T_0 = -5°C$

$T_e = 25°C$

$\lambda = 0.8 \, W/mK$

$e = 0.1 \, m$

$S = 15 \, m^2$

- Dimensions infinies sur y et z $\Rightarrow$ problème unidimensionnel

- $\lambda \neq 0$

$$\Rightarrow \Delta T = 0 \iff \frac{d^2T}{dx^2} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = a \Rightarrow T = ax + b$$

$x = 0 ; T = T_0 \Rightarrow T_0 = \cancel{ax} + b \Rightarrow b = T_0$

$x = e ; T = T_e \Rightarrow T_e = a \cdot e + T_0 \Rightarrow a = \frac{T_e - T_0}{e}$

$$\Rightarrow T = \frac{T_e - T_0}{e} \cdot x + T_0$$

$\varphi = -\lambda \cdot \operatorname{grad} T = -\lambda \cdot \nabla T$

unidimensionnel $\Rightarrow \varphi = -\lambda \frac{dT}{dx} = -\lambda \cdot \frac{T_e - T_0}{e}$

A.N. $T = \frac{25+5}{0.1} \cdot x - 5 = 300 \cdot x - 5 \; [°C]$

$$\varphi = -0.8 \frac{W}{mK} \cdot \frac{25+5}{0.1} \cdot \frac{K}{m} = -240 \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

$$\Phi = \varphi \cdot S = -240 \frac{W}{m^2} \times 15 \, m^2 = -3600 \, W$$