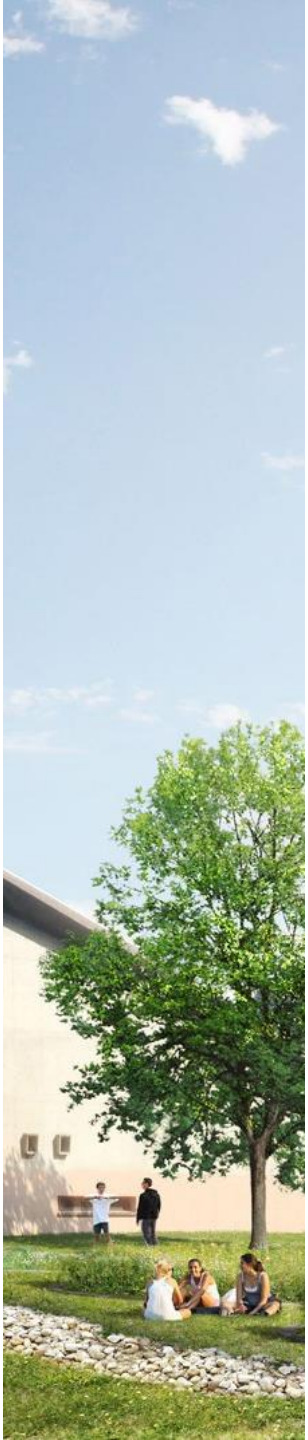


Rayonnement Disque _ Vitre



RAYONNEMENT : Problème introductif

- 3) Le disque supposé noir sur la face éclairée et parfaitement réfléchissant sur la face opposée, reçoit le rayonnement solaire à travers une vitre. Cette vitre est parallèle au disque. L'ensemble est perpendiculaire au rayonnement solaire.

3-1) La vitre est considérée comme parfaitement transparente au rayonnement solaire (CLO = Courte Longueur d'Onde) et parfaitement absorbante pour le rayonnement du disque (GLO = Grande Longueur d'Onde). Calculer la température d'équilibre du disque et la comparer avec celle du disque non protégé.

3-2) La vitre a un facteur de réflexion ρ_1 et un facteur de transmission τ_1 pour le rayonnement solaire. Elle a un facteur de réflexion ρ_2 et un facteur de τ_2 pour le rayonnement qu'elle reçoit du disque. Calculer la température d'équilibre prise par le disque ainsi protégé et la comparer avec celle du disque non protégé.

Application Numérique : $\rho_1 = 0,05$ $\tau_1 = 0,95$
 $\rho_2 = 0,30$ $\tau_2 = 0,05$

3-3) Traiter les questions 3.1 et 3.2 en considérant que l'ambiance environnante à la température T_a , rayonne au dessus de la vitre comme un corps noir

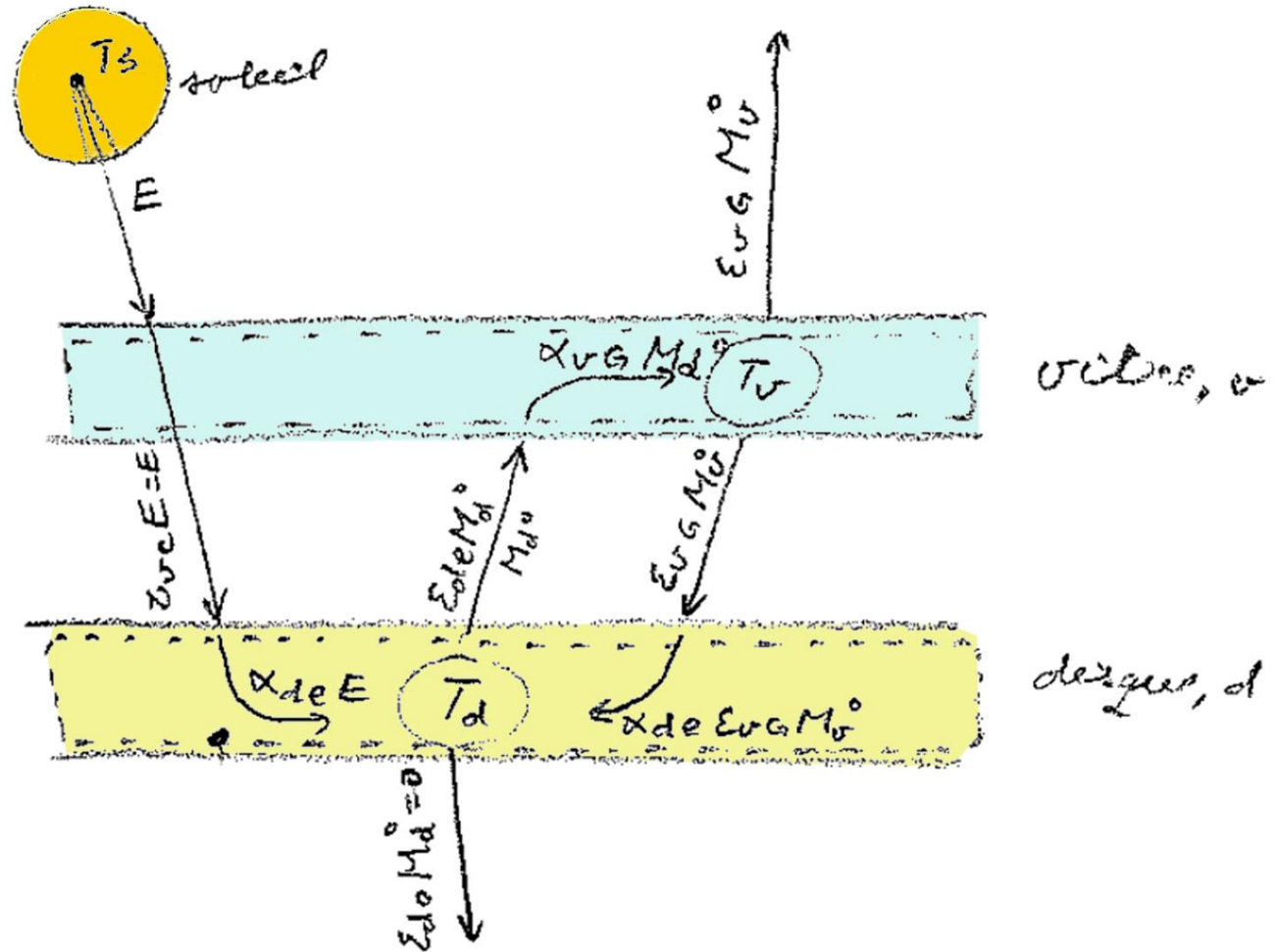
Application Numérique: $T_a = 300 \text{ K}$

Propriétés vitre : $\tau_{v,CLO} = 1$, $\alpha_{v,CLO} = 0$; $\tau_{v,GLO} = 0$, $\alpha_{v,GLO} = 1$

Disque face éclairée : $\alpha_{d,e} = 1$

Disque face opposée : $\alpha_{d,o} = 0$

Surfaces disque = surface vitre : $S_d = S_v = S$



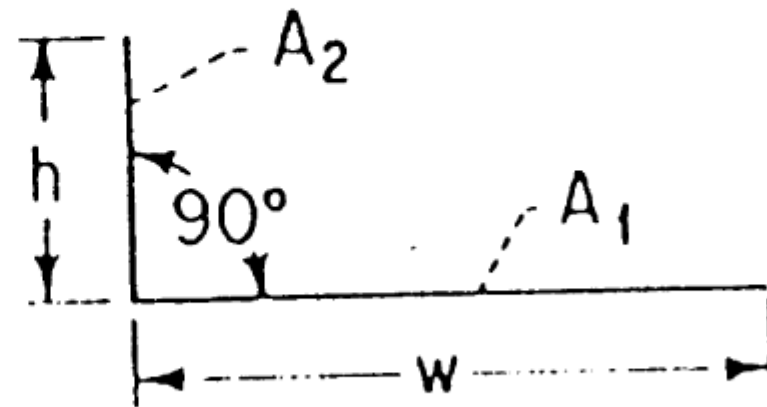
Hypothèses :

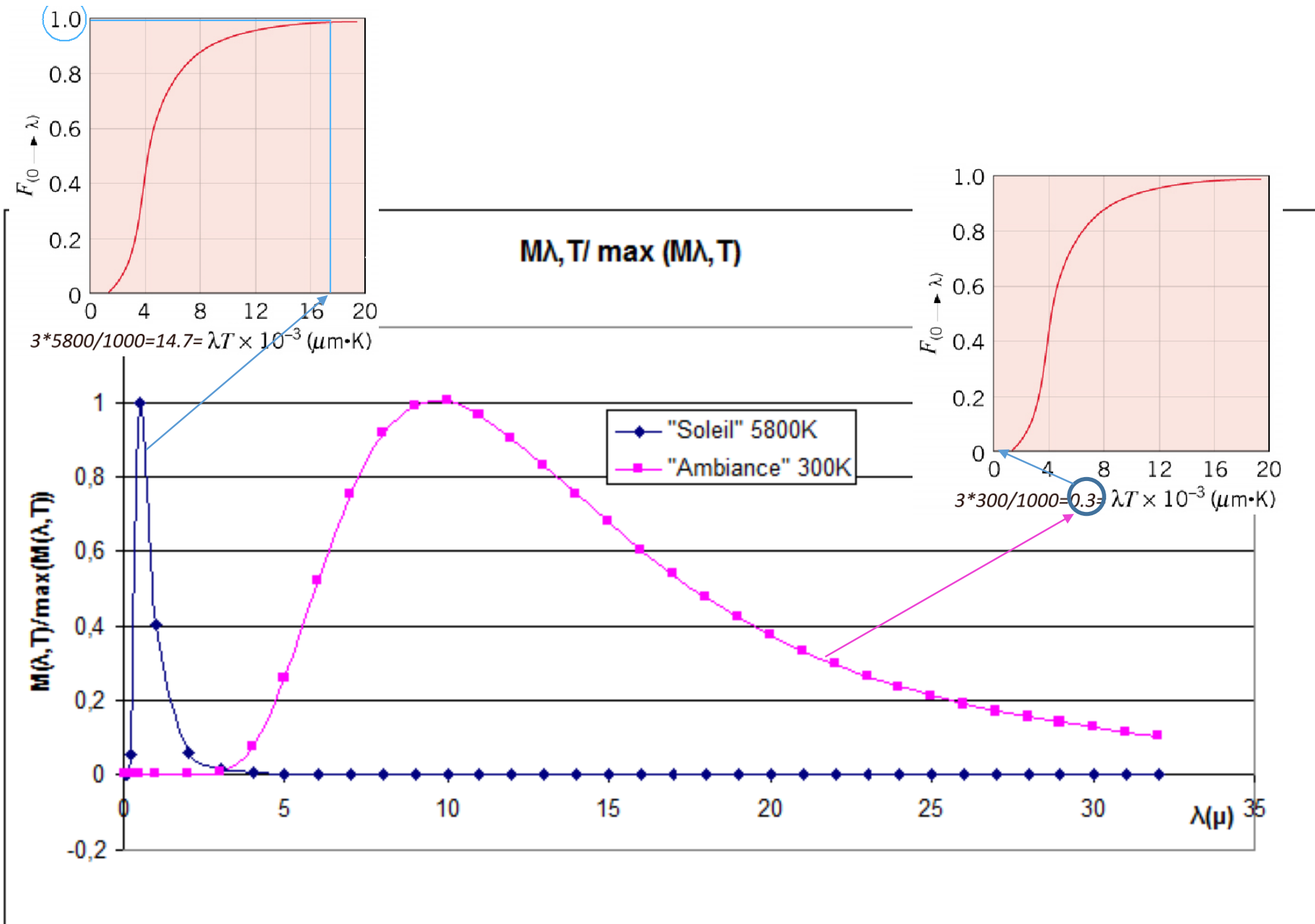
- Conduction négligée
 - Convection négligée (hors atmosphère)
 - Facteurs de forme $F_{vd} \sim 1$ et $F_{dv} \sim 1 \gg$ par exemple :
-

Deux portions de plan de longueur infinie, de largeurs respectives h et w , formant un dièdre d'angle plan égal à 90°

$$H = \frac{h}{w} = 0.02/1$$

$$F_{12} = \frac{1}{2} \left(1 + H - \sqrt{1 + H^2} \right) \sim 0.01$$





Bilan thermique de la vitre :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rd} = \Phi_{ev}$$

-flux reçu du soleil :

$$\Phi_{rs} = S\alpha_{v,CLO}E = 0 \text{ (parce que } \alpha_{v,CLO} = 0)$$

$$\tau_{v,CLO} = 1$$

-flux reçu du disque :

$$\Phi_{rd} = S\alpha_{v,GLO}M_d^\circ = S\sigma T_d^4 \text{ (parce que } \alpha_{v,GLO} = 1)$$

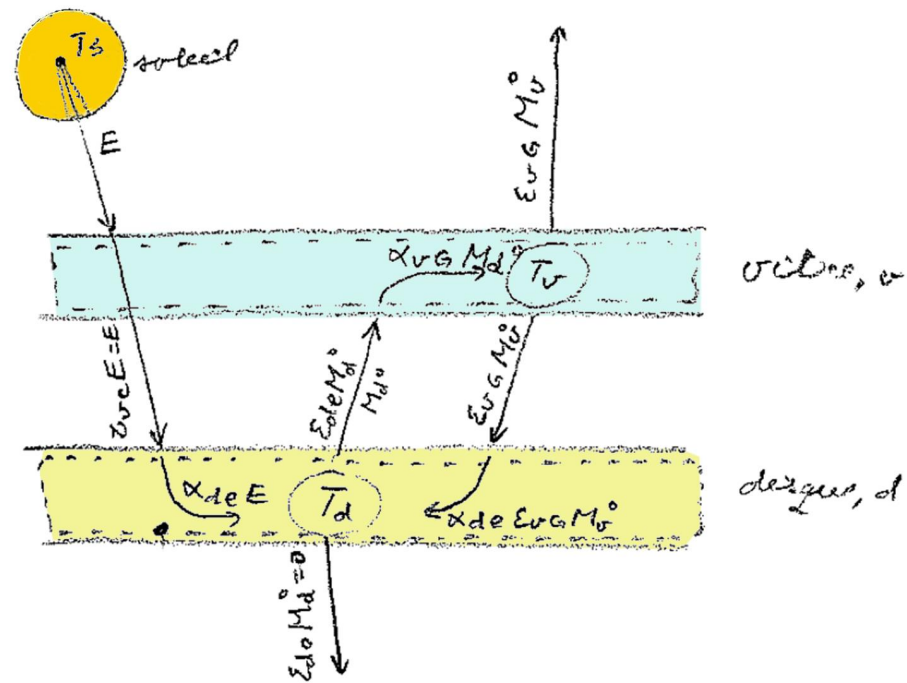
-flux émis par la vitre :

$$\Phi_{ev} = 2S \cdot \varepsilon_{v,GLO}M_v^\circ = 2S \cdot \sigma T_v^4$$

Bilan thermique de la vitre :

>>

$$T_d^4 = 2T_v^4$$



Bilan thermique du disque :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rv} = \Phi_{ed}$$

-flux reçu du soleil :

$$\Phi_{rs} = S\alpha_{d,e}\tau_{v,CLO}E = SE \quad (\text{car } \alpha_{d,e} = 1; \tau_{v,CLO} = 1)$$

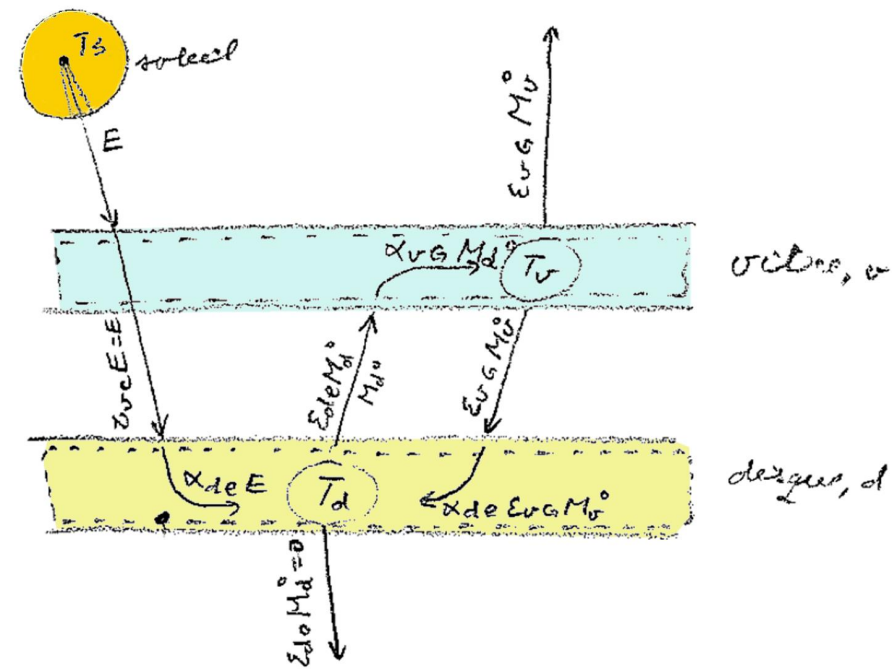
-flux reçu de la vitre :

$$\Phi_{rv} = S\alpha_{d,e}M_v^{\circ} = S\sigma T_v^4$$

-flux émis par le disque :

$$\Phi_{ed} = (S\varepsilon_{d,e} + S\varepsilon_{d,o})M_d^{\circ} = S\sigma T_d^4 \quad (\text{car } \alpha_{d,e} = \varepsilon_{d,e} = 1 \text{ et } \alpha_{d,o} = \varepsilon_{d,o} = 0)$$

Bilan thermique de la vitre : $\gg E + \sigma T_v^4 = \sigma T_d^4$



On obtient deux équations :

$$\begin{cases} T_d^4 = 2T_v^4 \\ E + \sigma T_v^4 = \sigma T_d^4 \end{cases}$$

avec deux inconnues, les températures T_v et T_d de la vitre et du disque.

On obtient :

$$T_d = \left(\frac{2E}{\sigma} \right)^{1/4} \text{ et } T_v = 2^{-1/4} T_d$$

Avec $E = 1390 \text{ W/m}^2$ et $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4)$, on obtient :

$$T_d = 470 \text{ K et } T_v = 395 \text{ K}$$



b) La vitre a un facteur de réflexion $\rho_{v,CLO}$ et un facteur de transmission $\tau_{v,CLO}$ pour le rayonnement solaire et un facteur de réflexion $\rho_{v,GLO}$ et un facteur de transmission $\tau_{v,GLO}$ pour le rayonnement qu'elle reçoit du disque. Calculer la température d'équilibre prise par le disque ainsi protégé et la comparer avec celle du disque non protégé.

Application numérique :

$$\rho_{v,CLO} = 0.05 \quad \tau_{v,CLO} = 0.95$$

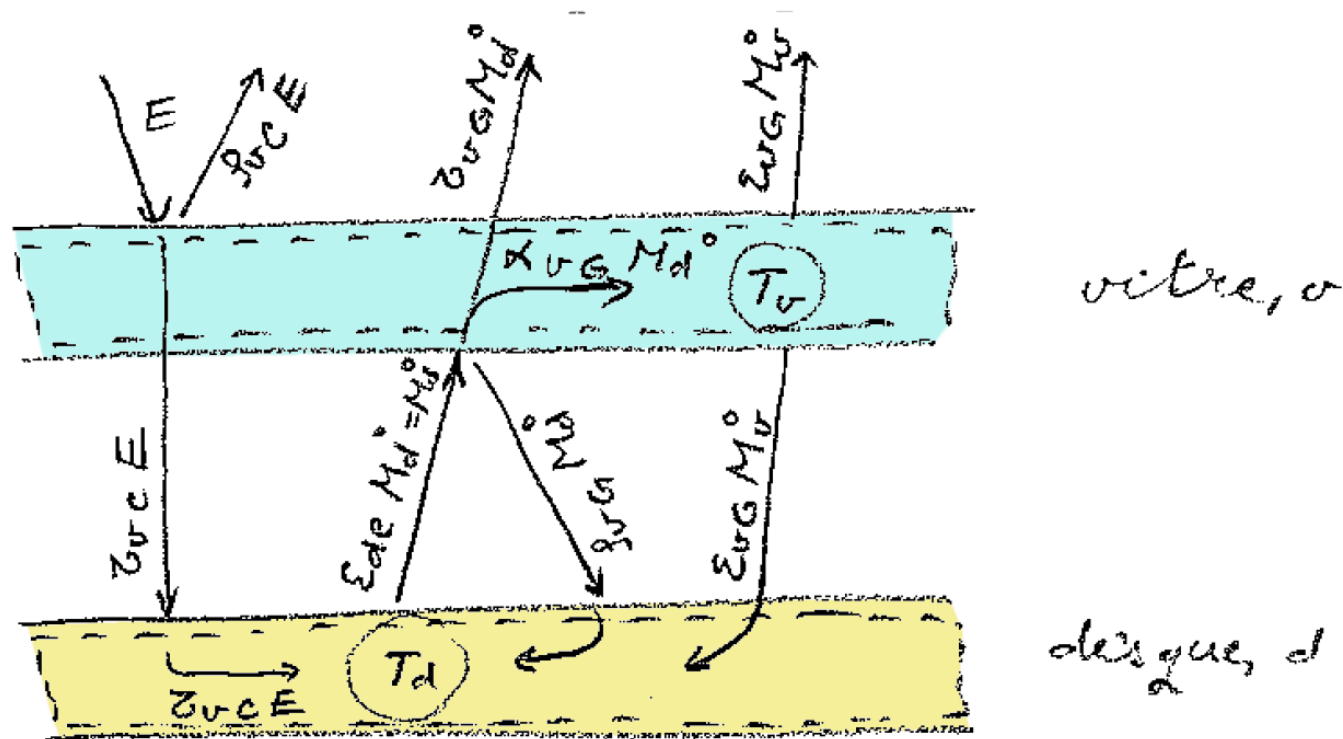
$$\rho_{v,GLO} = 0.30 \quad \tau_{v,GLO} = 0.05$$

Bilan thermique de la vitre :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rd} = \Phi_{ev}$$

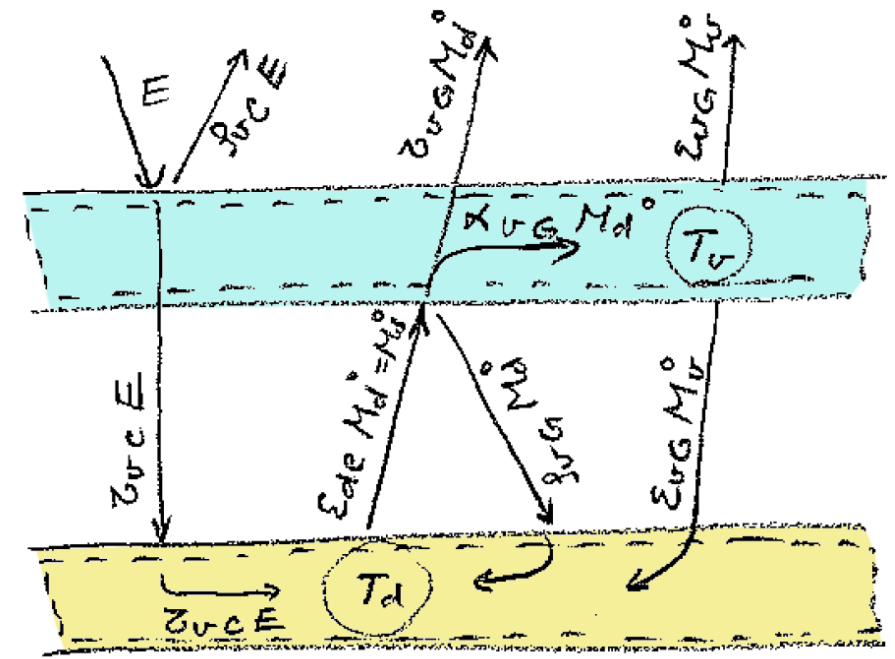
Disque face éclairée : $\alpha_{d,e} = 1$

Disque face opposée : $\alpha_{d,o} = 0$



Bilan thermique de la vitre :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rd} = \Phi_{ev}$$



-flux reçu du soleil :

$$\Phi_{rs} = S \cdot \alpha_{v,CLO} E = 0 \quad (\text{parce que } \alpha_{v,CLO} = 1 - (\rho_{v,GLO} + \tau_{v,GLO}) = 0)$$

-flux reçu du disque :

$$\Phi_{rd} = S \cdot \alpha_{v,GLO} M_d^o = S \cdot \alpha_{v,GLO} \sigma T_d^4, \quad \text{avec } \alpha_{v,GLO} = 1 - (\rho_{v,GLO} + \tau_{v,GLO}) = 0,65$$

-flux émis par la vitre :

$$\Phi_{ev} = 2S \cdot \epsilon_{v,GLO} M_v^o = 2S \cdot \alpha_{v,GLO} \sigma T_v^4, \quad \text{avec } \epsilon_{v,GLO} = \alpha_{v,GLO} \quad \text{loi de Kirchhoff}$$

Bilan thermique du disque :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rve} + \Phi_{rvr} = \Phi_{ed}$$

-flux reçu du soleil transmis à travers la vitre :

$$\Phi_{rs} = S\tau_{v,CLO}E$$

-flux reçu de la vitre :

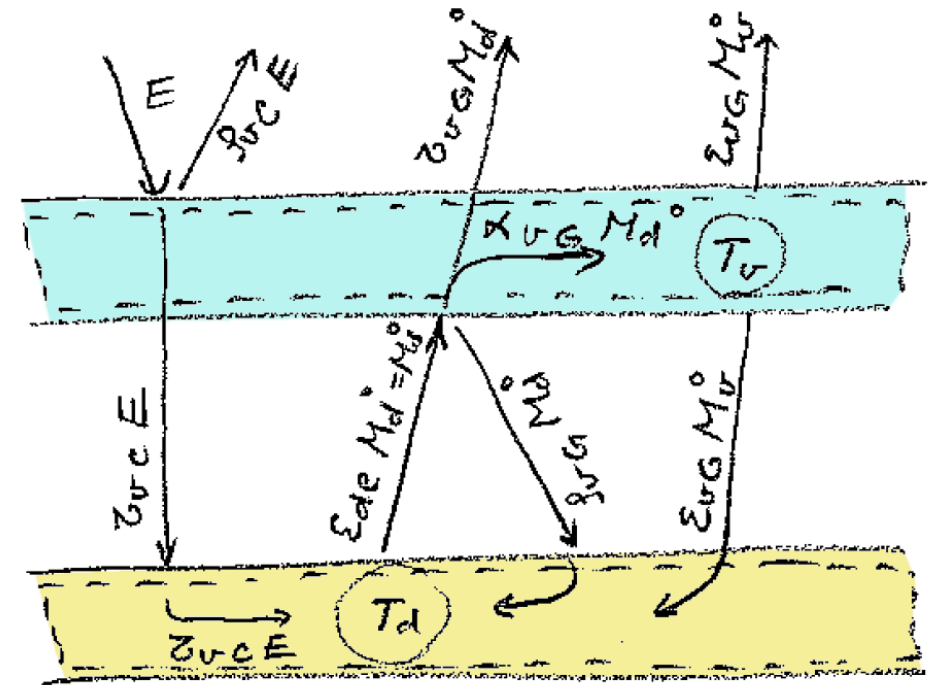
$$\Phi_{rve} = S\varepsilon_{v,GLO}M_v^{\circ} = S\varepsilon_{v,GLO}\sigma T_v^4 = S\alpha_{v,GLO}\sigma T_v^4$$

-flux venant du disque et réfléchi par la vitre :

$$\Phi_{rvr} = S\rho_{v,GLO}M_d^{\circ} = S\rho_{v,GLO}\sigma T_d^4$$

-flux émis par le disque :

$$\Phi_{ed} = (S\varepsilon_{d,e} + S\varepsilon_{d,o})M_d^{\circ} = S\sigma T_d^4 \quad (\text{car } \alpha_{d,e} = \varepsilon_{d,e} = 1 \text{ et } \alpha_{d,o} = \varepsilon_{d,o} = 0)$$



On obtient deux équations :

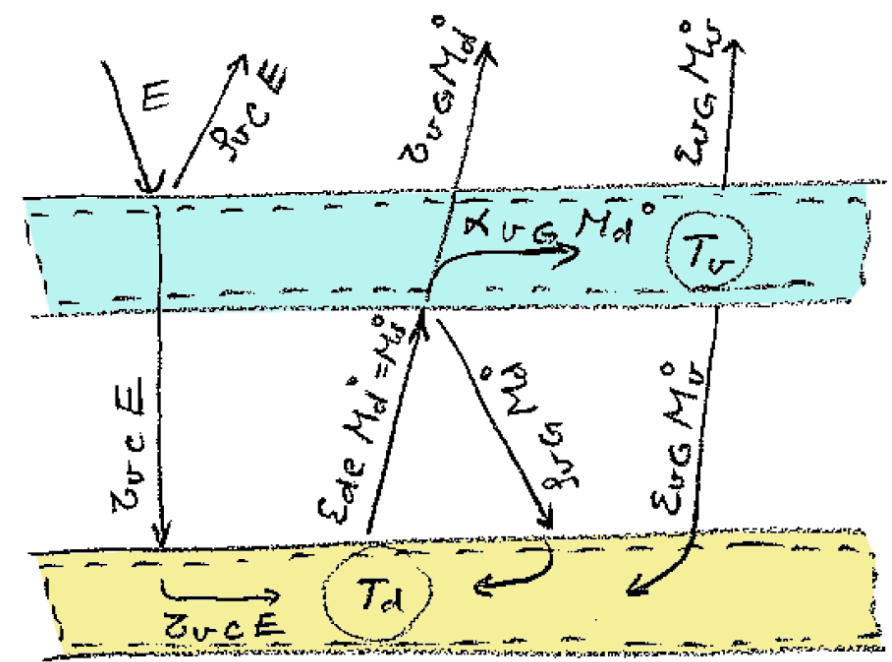
$$\begin{cases} \alpha_{v,CLO} E + \alpha_{v,GLO} \sigma T_d^4 = 2\alpha_{v,GLO} \sigma T_v^4 \\ \tau_{v,CLO} E + \alpha_{v,GLO} \sigma T_v^4 + \rho_{v,GLO} \sigma T_d^4 = \sigma T_d^4 \end{cases}$$

avec deux inconnues, les température T_v et T_d de la vitre et du disque.

Eq. 1 plus 2 x eq. 2 donnent :

$$T_d = \left(\frac{(\alpha_{v,CLO} + 2\tau_{v,CLO})E}{(2 - \alpha_{v,GLO} - 2\rho_{v,GLO})\sigma} \right)^{1/4} = \left(\frac{(0 + 2 \times 0.95) \times 1390}{(2 - 0.65 - 2 \times 0.30) \times 5.68 \cdot 10^{-8}} \right)^{1/4} = 499 \text{ K}$$

$$T_v = 420 \text{ K}$$



c) Traiter les questions 3.a et 3.b en considérant que l'ambiance environnante à la température $T_a = 300\text{ K}$ rayonne au dessus de la vitre comme un corps noir.

cas c.a) La vitre est considérée comme parfaitement transparente au rayonnement solaire et parfaitement absorbante pour le rayonnement du disque.

Bilan thermique de la vitre :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rd} + \Phi_{ra} = \Phi_{ev}$$

-flux reçu du soleil :

$$\Phi_{rs} = S\alpha_{v,CLO}E = 0 \text{ (parce que } \alpha_{v,CLO} = 0 \text{)}$$

-flux reçu du disque :

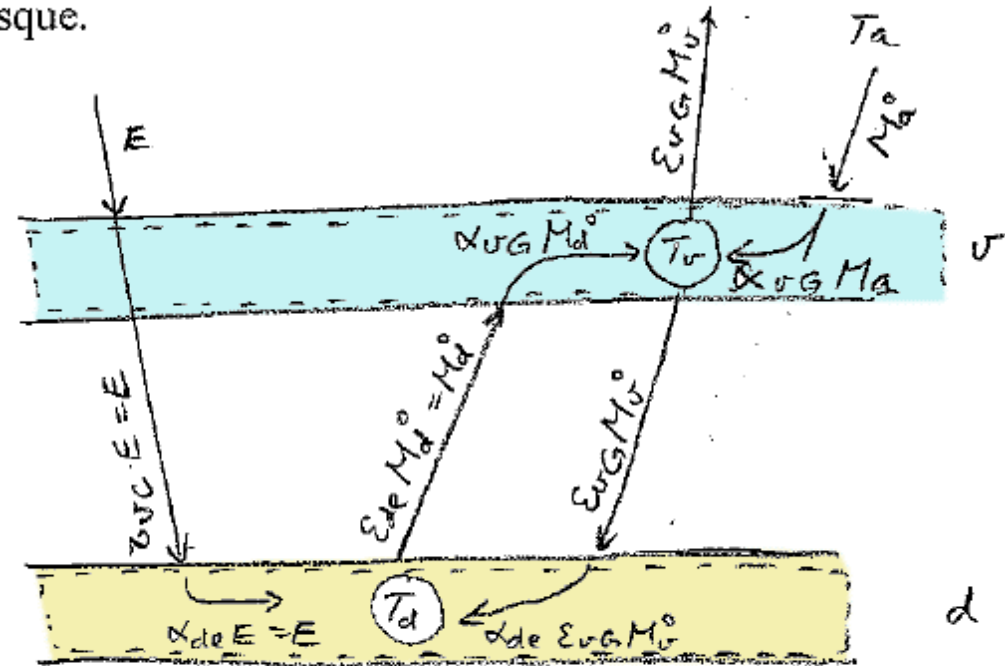
$$\Phi_{rd} = S\alpha_{v,GLO}M_d^\circ = S\sigma T_d^4 \text{ (parce que } \alpha_{v,GLO} = 1 \text{)}$$

-flux reçu de l'ambiance :

$$\Phi_{ra} = S\alpha_{v,GLO}M_a^\circ = S\sigma T_a^4$$

-flux émis par la vitre :

$$\Phi_{ev} = 2S \cdot \varepsilon_{v,GLO}M_v^\circ = 2S \cdot \sigma T_v^4$$



Bilan thermique du disque :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rv} + \Phi_{ra} = \Phi_{ed}$$

-flux reçu du soleil :

$$\Phi_{rs} = S\tau_{v,CLO}E = SE \quad (\text{car } \tau_{v,CLO} = 1)$$

-flux reçu de l'ambiance :

$$\Phi_{ra} = S\tau_{v,GLO}M_a^\circ = 0 \quad (\text{car } \tau_{v,GLO} = 0)$$

-flux reçu de la vitre :

$$\Phi_{rv} = SM_v^\circ = S\sigma T_v^4$$

-flux émis par le disque :

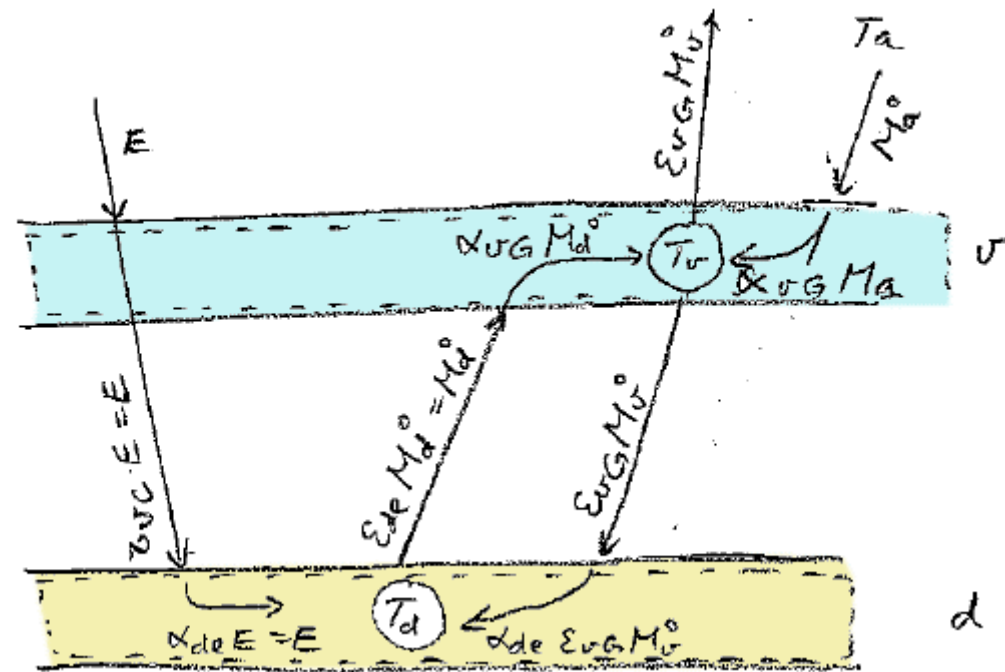
$$\Phi_{ed} = (S\varepsilon_{d,e} + S\varepsilon_{d,o})M_d^\circ = S\sigma T_d^4 \quad (\text{car } \alpha_{d,e} = \varepsilon_{d,e} = 1 \text{ et } \alpha_{d,o} = \varepsilon_{d,o} = 0)$$

On obtient deux équations :

$$\begin{cases} \sigma T_d^4 + \sigma T_a^4 = 2\sigma T_v^4 \\ E + \sigma T_v^4 = \sigma T_d^4 \end{cases}$$

avec deux inconnues, les température T_v et T_d de la vitre et du disque. On obtient :

$$T_d = \left(\frac{2E}{\sigma} + T_a^4 \right)^{\frac{1}{4}} \text{ et } T_v = \left(\frac{T_d^4 + T_a^4}{2} \right)^{\frac{1}{4}}.$$





cas c.b) La vitre a les caracteristiques :

$$\rho_{v,CLO} = 0.05 \quad \tau_{v,CLO} = 0.95 \quad \text{et } T_a = 300 \text{ K.}$$

$$\rho_{v,GLO} = 0.30 \quad \tau_{v,GLO} = 0.05$$

Bilan thermique de la vitre :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rd} + \Phi_{ra} = \Phi_{ev}$$

-flux reçu du soleil :

$$\Phi_{rs} = S \cdot \alpha_{v,CLO} E = 0 \quad (\text{parce que } \alpha_{v,CLO} = 1 - (\rho_{v,GLO} + \tau_{v,GLO}) = 0)$$

-flux reçu du disque :

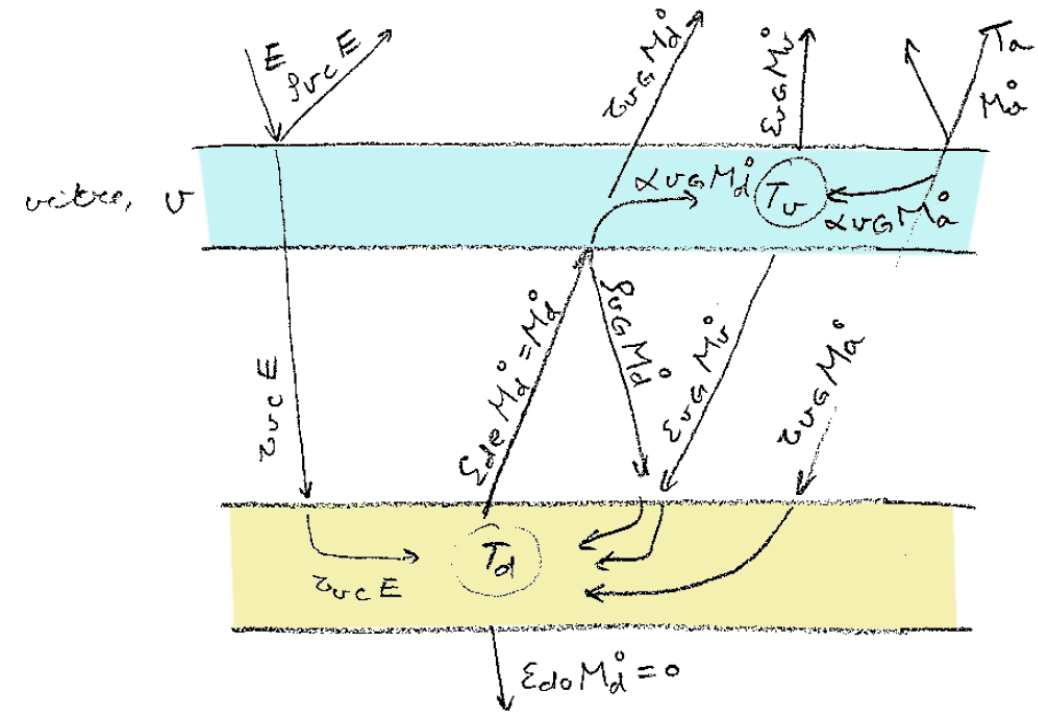
$$\Phi_{rd} = S \cdot \alpha_{v,GLO} M_d^{\circ} = S \cdot \alpha_{v,GLO} \sigma T_d^4, \quad \text{avec } \alpha_{v,GLO} = 1 - (\rho_{v,CLO} + \tau_{v,CLO}) = 0,65$$

-flux reçu de l'ambiance :

$$\Phi_{ra} = S \alpha_{v,GLO} M_a^{\circ} = S \alpha_{v,GLO} \sigma T_a^4$$

-flux émis par la vitre :

$$\Phi_{ev} = 2S \cdot \varepsilon_{v,GLO} M_v^{\circ} = 2S \cdot \alpha_{v,GLO} \sigma T_v^4, \quad \text{avec } \varepsilon_{v,GLO} = \alpha_{v,GLO} \text{ loi de Kirchhoff}$$



Bilan thermique du disque :

$$\Phi_{rs} + \Phi_{rve} + \Phi_{rvr} = \Phi_{ed}$$

-flux reçu du soleil transmis à travers la vitre :

$$\Phi_{rs} = S\tau_{v,GLO}E$$

disque, d

-flux reçu de la vitre :

$$\Phi_{rve} = S\varepsilon_{v,GLO}M_v^{\circ} = S\varepsilon_{v,GLO}\sigma T_v^4 = S\alpha_{v,GLO}\sigma T_v^4$$

-flux venant du disque et réfléchi par la vitre :

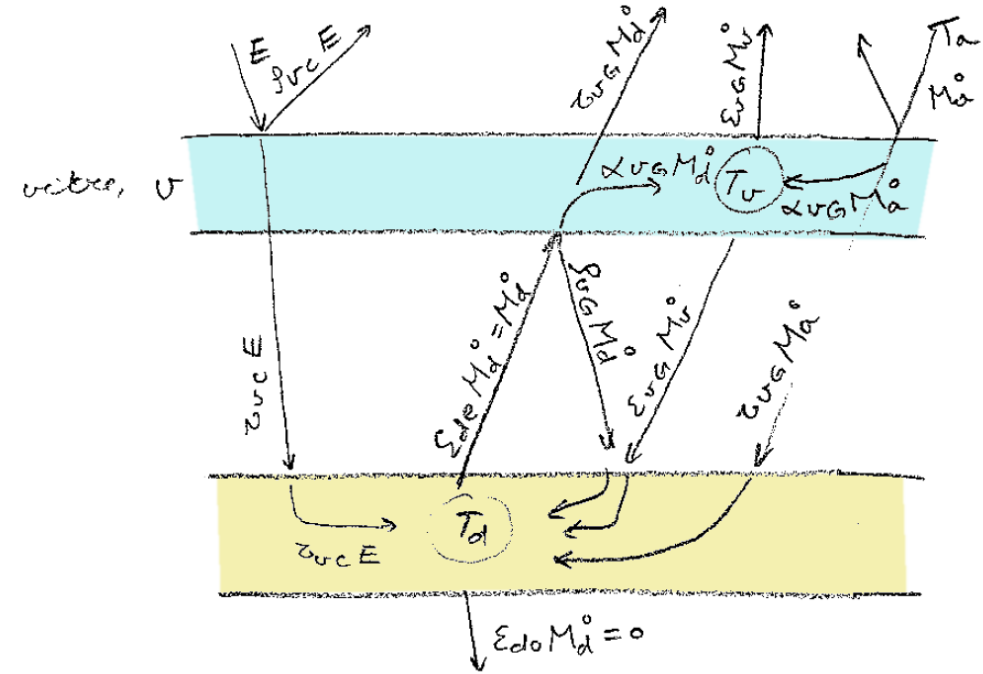
$$\Phi_{rvr} = S\rho_{v,GLO}M_d^{\circ} = S\rho_{v,GLO}\sigma T_d^4$$

-flux reçu de l'ambiance :

$$\Phi_{ra} = S\tau_{v,GLO}M_a^{\circ} = S\tau_{v,GLO}\sigma T_a^4$$

-flux émis par le disque :

$$\Phi_{ed} = (S\varepsilon_{d,e} + S\varepsilon_{d,o})M_d^{\circ} = S\sigma T_d^4 \quad (\text{car } \alpha_{d,e} = \varepsilon_{d,e} = 1 \text{ et } \alpha_{d,o} = \varepsilon_{d,o} = 0)$$



On obtient deux équations :

$$\begin{cases} \alpha_{v,CLO} E + \alpha_{v,GLO} \sigma T_d^4 + \alpha_{v,GLO} \sigma T_a^4 = 2\alpha_{v,GLO} \sigma T_v^4 \\ \tau_{v,CLO} E + \alpha_{v,GLO} \sigma T_v^4 + \rho_{v,GLO} \sigma T_d^4 + \tau_{v,GLO} \sigma T_a^4 = \sigma T_d^4 \end{cases}$$

Eq. 1 plus 2 x eq. 2 donnent :

$$T_d = \left(\frac{(2\tau_{v,CLO} + \alpha_{v,CLO})E + (2\tau_{v,GLO} + \alpha_{v,GLO})\sigma T_a^4}{(2 - 2\rho_{v,GLO} - \alpha_{v,GLO})\sigma} \right)^{\frac{1}{4}}$$

avec : $\rho_{v,CLO} = 0.05$ $\tau_{v,CLO} = 0.95$, $T_a = 300 \text{ K}$, $\sigma = 5.68 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ et $E = 1390 \text{ W}$, on

obtient :

$$T_d = 515 \text{ K}.$$

