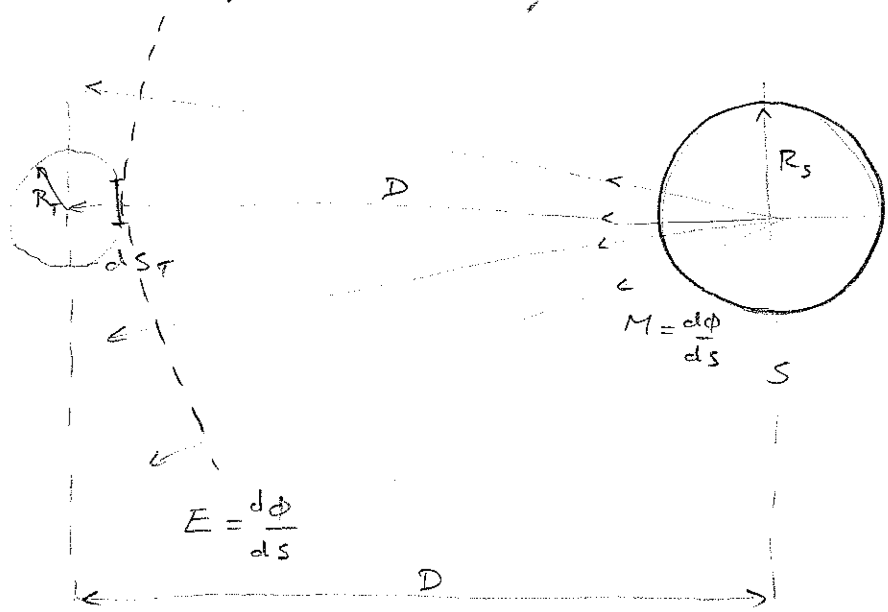
RAYONNEMENT : Problème introductif

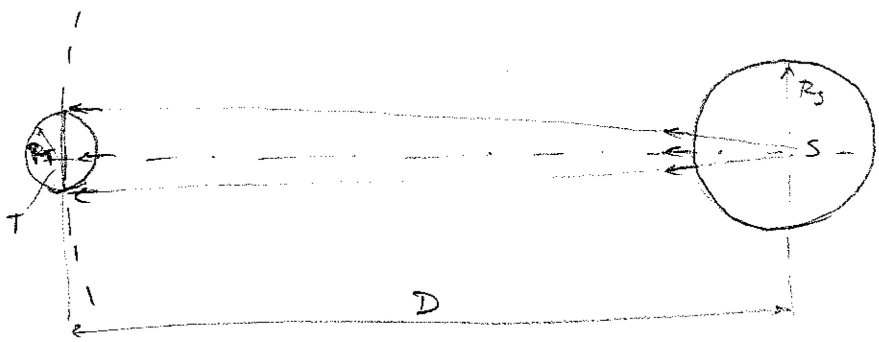
1) Une sphère noire, que l'on peut assimiler à la terre, reçoit le rayonnement solaire. Le soleil peut être considéré comme un corps noir à 5800 K ; son diamètre apparent est : $2\ \theta = 32'$. Calculer l'éclairement à la surface de la terre.

L'éclairement est l'émittance du soleil au niveau de la terre, c. à d. l'émittance sur une sphère de rayon D.



$$\underbrace{4\pi R_S^2 \cdot M_S^\circ}_{\text{flux à la surface du soleil}} = \underbrace{4\pi (D - R_S - R_T)^2}_{\text{flux solaire à la surface de la terre}} \cdot E \qquad D - R_S - R_T \simeq D$$

$$\Rightarrow \boxed{E = M_S^\circ \left(\frac{R_S}{D}\right)^2 = \sigma T_S^4 \cdot tg^2\theta}$$

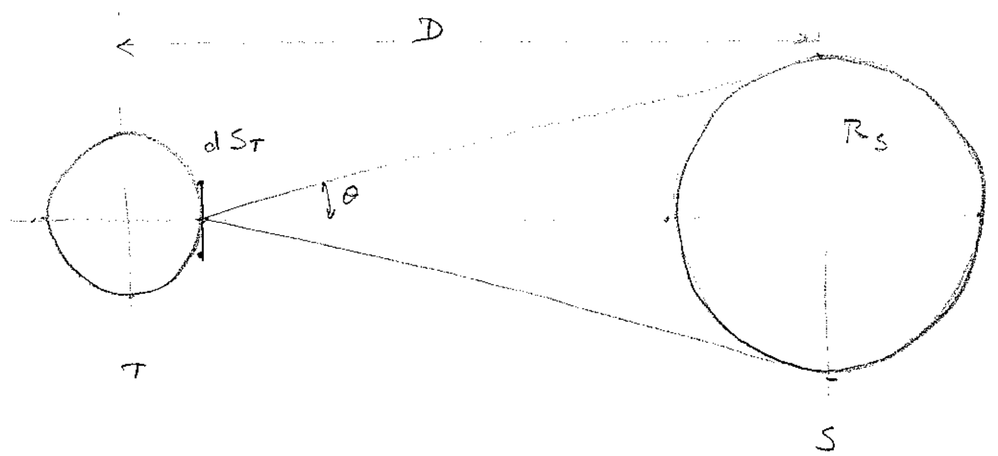


La terre considérée comme une petite surface: éclairement sur le grand cercle perpendiculaire à la direction TS

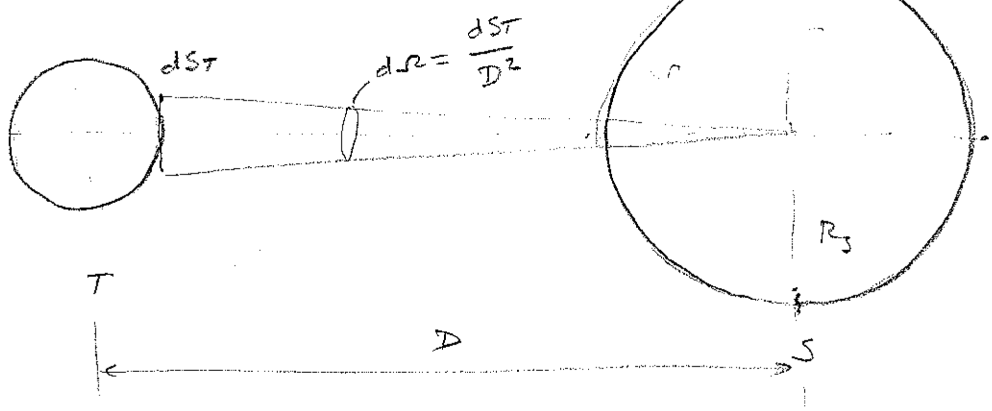
$$\underbrace{4\pi R_S^2 \cdot M_S^\circ}_{\text{flux à la surface du soleil}} = \underbrace{4\pi (D - R_S)^2 \cdot E}_{\text{flux sur le grand cercle} \perp \text{au ST}} \qquad D - R_S \simeq D$$

$$\Rightarrow \boxed{E = M_S^\circ \left(\frac{R_S}{D}\right)^2 = \sigma T_S^4 \cdot tg^2\theta \simeq \sigma T_S^4 \cdot \theta^2}$$

E = Fraction du flux solaire émis dans l'angle solide dans lequel le soleil voit la terre.



$$E = \frac{d\Phi_{ST}}{dS_T}$$



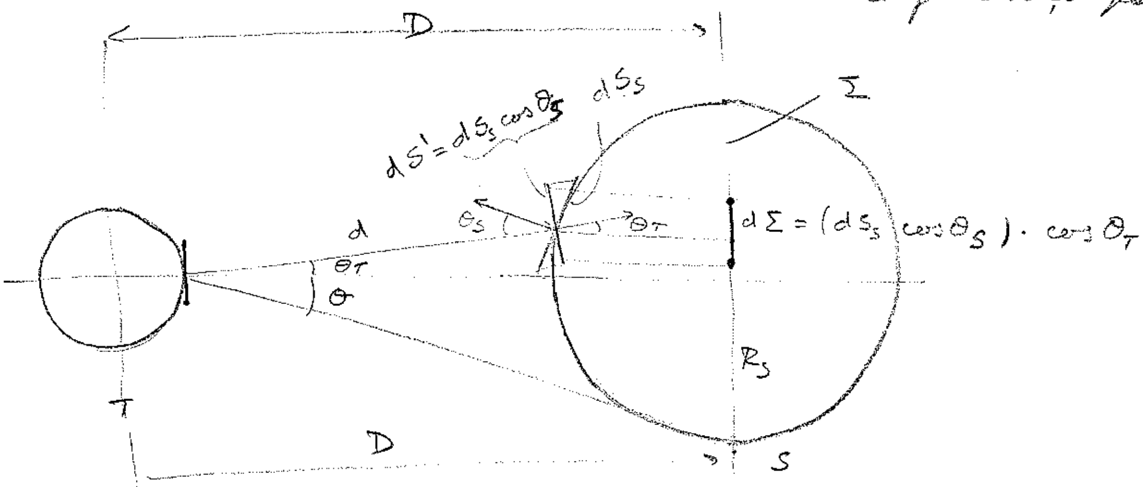
$$d\Phi_{ST} = \underbrace{\frac{d\Omega}{4\pi}}_{\substack{\text{fraction de } \Phi_S \\ \text{transmise dans l'angle } d\Omega}} \cdot \Phi_S = \frac{d\Omega}{4\pi} \cdot M^\circ_S \cdot S_S = \underbrace{\frac{dS_T}{D^2}}_{d\Omega} \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \underbrace{\sigma T_S^4}_{M^\circ_S} \cdot \underbrace{4\pi R_S^2}_{S_S}$$

$$d\Phi_{ST} = \sigma T_S^4 \cdot \left(\frac{R_S}{D}\right)^2 \cdot dS_T$$

$$E = \frac{d\Phi_{ST}}{dS_T} = \sigma T_S^4 \left(\frac{R_S}{D}\right)^2 = \sigma T_S^4 \cdot tg^2\theta \simeq \sigma T_S^4 \cdot \theta^2$$

$$\boxed{E = \sigma T_S^4 \cdot tg^2\theta \simeq \sigma T_S^4 \cdot \theta^2}$$

En utilisant la luminance pour trouver le flux reçu par la terre



$$E = \frac{d\Phi_{ST}}{dS_T}$$

En utilisant la luminance:

$$d^2\Phi_{ST} = L_S^\circ \cdot \frac{dS_S \cdot \cos\theta_S \cdot dS_T \cdot \cos\theta_T}{d^2} = \frac{M_S^\circ}{\pi} \cdot dS_T \cdot \frac{1}{D^2} \cdot \cos\theta_S \cdot \cos\theta_T \, dS_S$$

$$d \simeq D$$

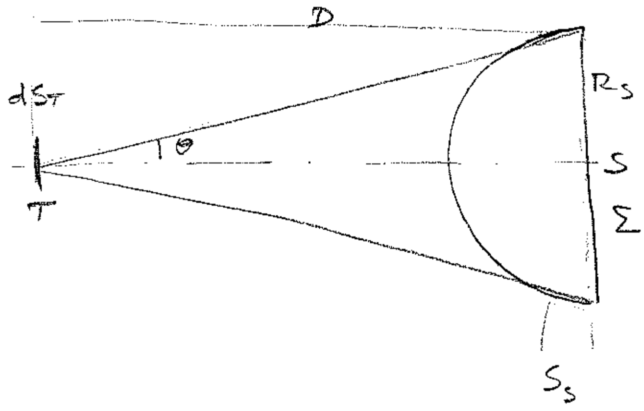
$$d\Phi_{ST} = \frac{\sigma T_S^4}{\pi} \frac{1}{D^2} \cdot dS_T \int_{S_S} \cos\theta_S \cdot \cos\theta_T \cdot dS_S$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma T_S^4}{\pi} \cdot \frac{1}{D^2} \cdot \int_\Sigma d\Sigma = \frac{\sigma T_S^4}{\pi} \frac{1}{D^2} \pi R_S^2 = \sigma T_S^4 \cdot tg^2\theta}$$

Note:

$dS' = dS_S \cdot \cos\theta_S$ – surface dS_S vue du T sous l'angle θ_S

$d\Sigma = dS' \cdot \cos\theta_T = dS_S \cdot \cos\theta_S \cdot \cos\theta_T$ – surface dS' vue de Σ sous l'angle θ_T



$$d^2\Phi_{ST} = L_S^\circ \cdot \underbrace{dS_S \cdot \cos\theta_S}_{S_S \text{ vue de } T} \cdot \frac{\overbrace{dS_T \cdot \cos\theta_T}^{dS_T \text{ vue de } S}}{D^2}$$

dS_T vue de $S = dS_T$ (l'angle entre dS_T et $\overline{ST}$ est 0)

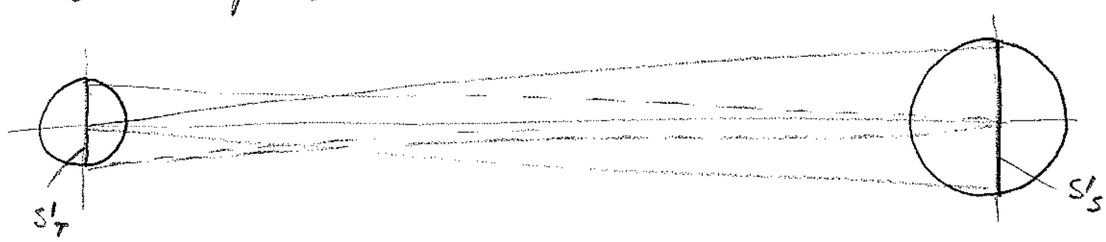
$$d\Phi_{ST} = L_S^\circ \, dS_T \cdot \frac{1}{D^2} \underbrace{\int_{S_S} \cos\theta_S \cdot dS_S}$$

surface du Soleil vue de la Terre $= \Sigma = \pi R_S^2$

$$d\Phi_{ST} = \frac{M_S^\circ}{\pi} \cdot dS_T \cdot \frac{1}{D^2} \cdot \pi R_S^2 = M_S^\circ \, tg^2\theta \cdot dS_T = \sigma T_S^4 \cdot tg^2\theta \, dS_T$$

$$\boxed{E_T = \frac{d\Phi_{ST}}{dS_T} = \sigma T_S^4 \cdot tg^2\theta \simeq \sigma T_S^4 \cdot \theta^2}$$

Note: Si on considère que le soleil et la terre sont des "surfaces élémentaires":



$$d^2\Phi_{ST} \rightarrow \Phi_{ST} = L_S^\circ \cdot S'_S \cdot S'_T \cdot \frac{1}{D^2}$$

$S'_S = \pi \cdot R_S^2$ - surface du soleil "vue de la terre"

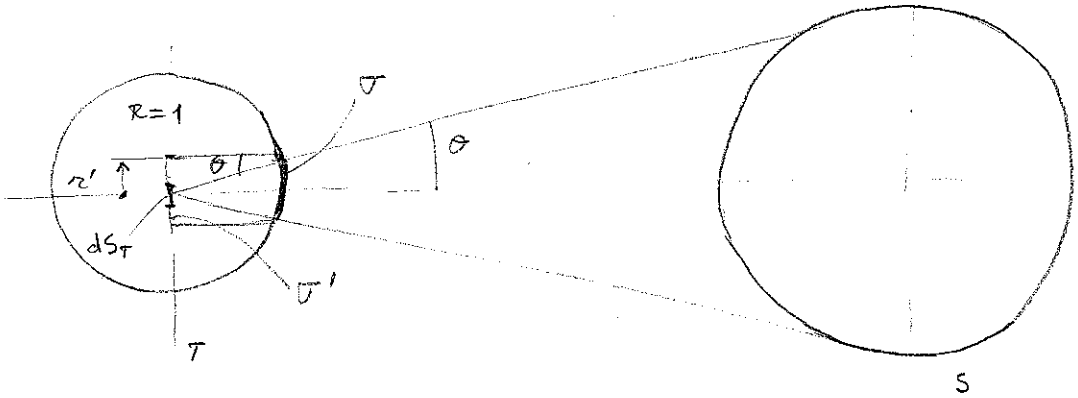
S'_T - surface de la terre "vue du soleil"

$$\Phi_{ST} = \frac{M_S^\circ}{\pi} \cdot \pi R_S^2 \cdot S'_T \cdot \frac{1}{D^2} = \sigma T_S^4 \cdot \left(\frac{R_S}{D}\right)^2 \cdot S'_T$$

$$\boxed{E = \frac{\Phi_{ST}}{S'_T} = \sigma T_S^4 \cdot tg^2\theta}$$

éclairement sur des surfaces de la terre perpendiculaire sur la direction terre - soleil.

Facteur de forme
Méthode d'Oudrack (sphère unitaire)



$F_{TS} = \frac{1}{\pi}\sigma'$ σ surface découpée sur la sphère unité par l'angle solide sur lequel dS_T voit le soleil

σ' projection de σ sur le plan de base

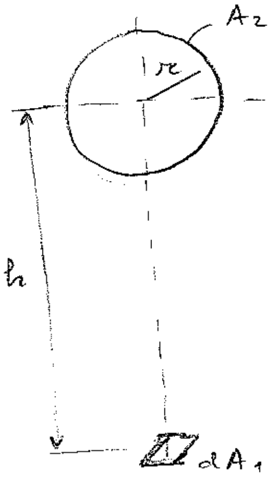
$$F_{TS} = \frac{1}{\pi}\cdot \pi r'^2 = \sin^2\theta \simeq \theta^2$$

$$\begin{cases} d\Phi_{ST} = dF_{ST}\cdot \Phi_S = dF_{ST}\cdot M_S^\circ \cdot S_S \\ dF_{ST}\cdot S_S = F_{TS}\cdot dS_T \end{cases}$$

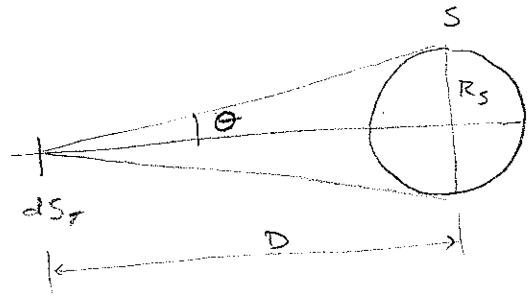
$$\Rightarrow d\Phi_{ST} = F_{TS}\cdot dS_T\cdot M_S^\circ = \sin^2\theta\cdot dS_T\cdot M_S^\circ$$

$$\boxed{E_{ST} = \frac{d\Phi_{ST}}{dS_T} = M_S^\circ \sin^2\theta = \sigma T_S^4\cdot \sin^2\theta \simeq \sigma T_S^4\cdot\theta^2}$$

Facteur de forme : formule



$$F_{12} = \left(\frac{r}{h}\right)^2$$



Plan élémentaire dA_1 par rapport à une sphère de rayon r à distance h. La normale à la surface dA_1 passe par le centre de la sphère

$$F_{TS} = \left(\frac{R_S}{D}\right)^2 = tg^2\theta$$

$$d\Phi_{ST} = dF_{ST} \cdot \phi_S = dF_{ST} \cdot M_S^\circ \cdot S_S$$

$$dF_{ST} \cdot S_S = F_{TS} \cdot dS_T$$

$$\Rightarrow d\Phi_{ST} = F_{TS} \cdot dS_T \cdot M_S^\circ$$

$$\boxed{E = \frac{d\Phi_{ST}}{dS_T} = F_{TS} \cdot M_S^\circ = tg^2\theta \cdot \sigma T_S^4}$$