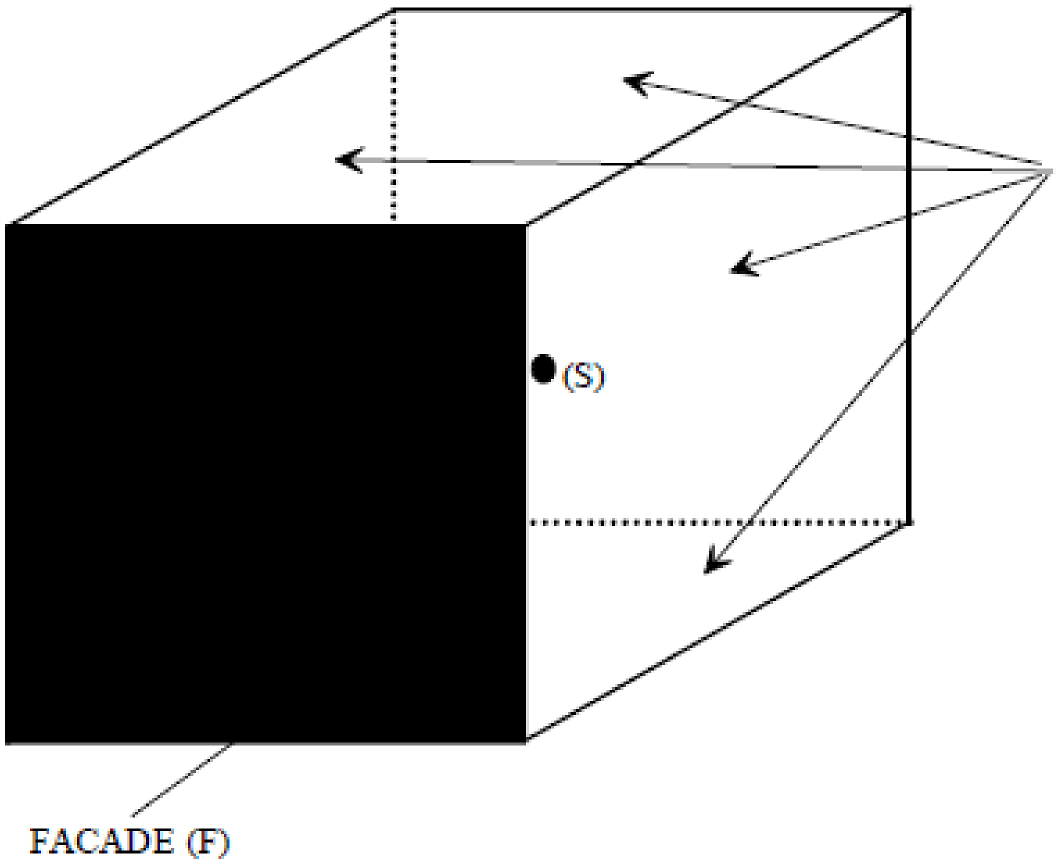
Echanges radiatifs dans un local cubique

ECHANGES RADIATIFS DANS UN LOCAL DE FORME CUBIQUE

- On appelle température radiante la température d'équilibre d'une très petite sphère noire soumise uniquement au rayonnement (pas de convection).
  Considérons une pièce carrée possédant une façade F à la température de 0°C et les autres parois P à la température de 20°C. La sphère S permettant de mesurer la température radiante est située au centre de gravité de la pièce.



AN :
- Sphère de 1mm de diamètre
- Cube de 3m de coté

Dans tout le problème, on suppose que la surface S étant infiniment petite, elle ne perturbe pas les échanges entre la façade et les autres parois.

1 - Toutes les surfaces ont noires.

a) Déterminer les facteurs de forme entre les surfaces S, S_F et S_P et calculer la température moyenne radiante.

b) Tracer le réseau analogique du système traduisant les échanges entre les 3 surfaces. En déduire le flux net parois-façade (ce flux sera rapporté à l'unité de surface de la façade). On tiendra compte du fait que la sphère a une surface infiniment petite et ne perturbe pas les échanges entre la façade et les autres parois.

2 - La façade est maintenant grise ($\varepsilon_F = 0.5$). Les autres parois sont également grises ($\varepsilon_P = 0.9$). La sphère est toujours noire.

a) Tracer le réseau analogique du système et en déduire le flux net parois→ façade (comme précédemment ce flux sera rapporté à l'unité de surface de la façade et la sphère sera supposée infiniment petite).

b) Calculer la température radiante moyenne.

Analogie Electrique

$\boxed{GLo}$ ps de prop Transparentes

$$l_{i\,net} = \varepsilon_i \overset{\circ}{M}_i - \alpha_i E_i$$

$$\alpha_i = \varepsilon_i$$

$$\rho_i = 1 - \varepsilon_i = 1 - \alpha_i$$

$$\tau_i = 0$$

$$J_i = \varepsilon_i \overset{\circ}{M}_i + \rho_i E_i$$

$$S_i E_i = \sum_j S_j F_{ji} J_j \Rightarrow E_i = \sum_j F_{ij} (\varepsilon_j \overset{\circ}{M}_j + \rho_j E_j).$$

(a) Eliminons $\overset{\circ}{M}_i$ dans $l_{i\,net}$: $\Rightarrow$

$$l_{i\,net} = J_i - \rho_i E_i - \alpha_i E_i = J_i - E_i$$

(a1) puis E_i :

$$S_i E_i = \sum_j S_j F_{ji} (\varepsilon_j \overset{\circ}{M}_j + \rho_i E_j) = \sum_j S_i F_{ij} J_j$$

$$\phi_{i\,net} = S_i J_i - S_i E_i = S_i J_i \sum_j F_{ij} - S_i E_i$$

$$= \sum_j S_i F_{ij} J_i - \sum_j S_i F_{ij} J_j$$

$$\boxed{\phi_{i\,net} = \sum_j S_i F_{ij} (J_i - J_j).} \quad \boxed{eq.1}$$

Complémentarité

$$\sum_j F_{ij} = 1$$

(b) Éliminons E_i dans $\phi_{i\,net}$: $\Rightarrow$

$$\phi_{i\,net} = \varepsilon_i \mathring{M}_i - \frac{\alpha_i}{\rho_i}\left(J_i - \varepsilon_i \mathring{M}_i\right)$$

$$= \frac{\varepsilon_i}{\rho_i}\rho_i \mathring{M}_i - \frac{\alpha_i}{\rho_i} J_i + \alpha_i \frac{\varepsilon_i \mathring{M}_i}{\rho_i}$$

$$= \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\mathring{M}_i - \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i} J_i = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(\mathring{M}_i - J_i\right)$$

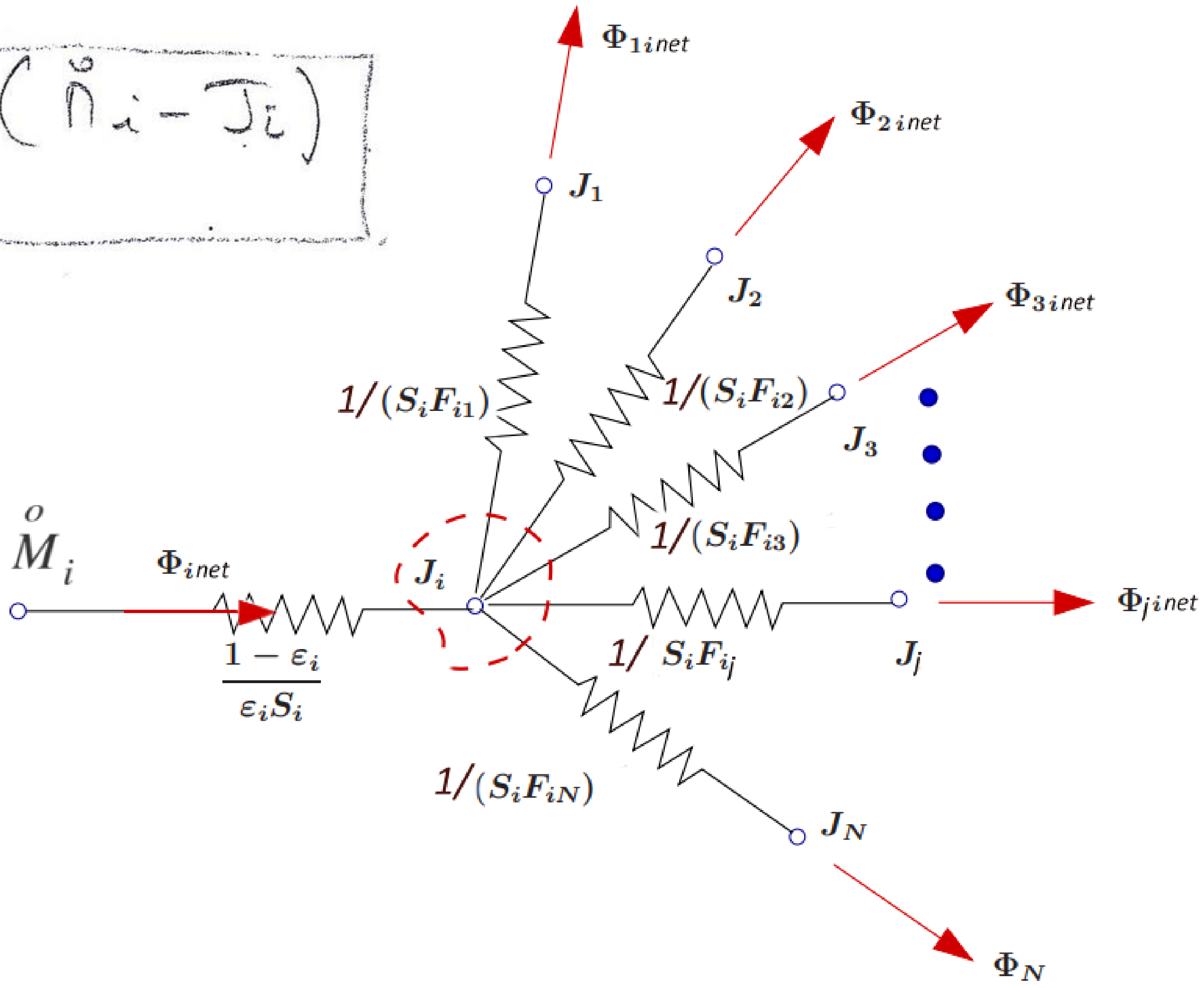
$$\boxed{\phi_{i\,net} = \frac{S_i \varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(\mathring{M}_i - J_i\right)} \quad \boxed{eq2}$$

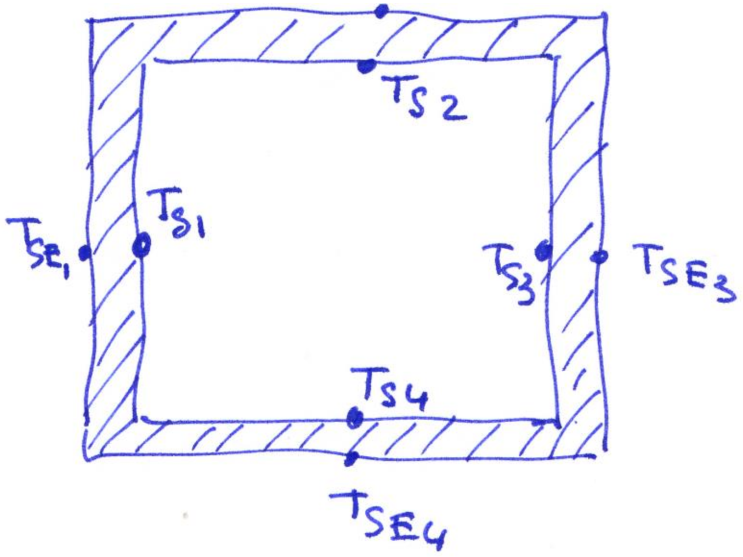
Analogie électriqu
Sur les bases de cette

$\Rightarrow$

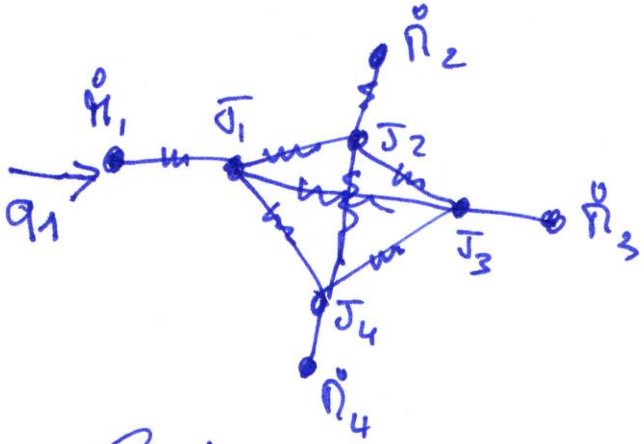
$$\boxed{\phi_{i\,net} = \sum_j S_i F_{ij} \left(J_i - J_j \right).}$$

$$\boxed{\phi_{i\,net} = \frac{S_i \,\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i} \left(\mathring{M}_i - J_i \right)}$$

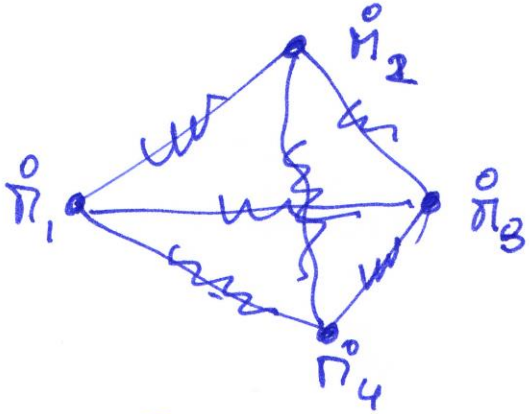




$$M_1^0 = \sigma_0 T_{S_1}^4$$
$$M_2^0 = \sigma_0 T_{S_2}^4$$
$$M_3^0 = \sigma_0 T_{S_3}^4$$
$$M_4^0 = \sigma_0 T_{S_4}^4$$



Parois grises



Parois noires

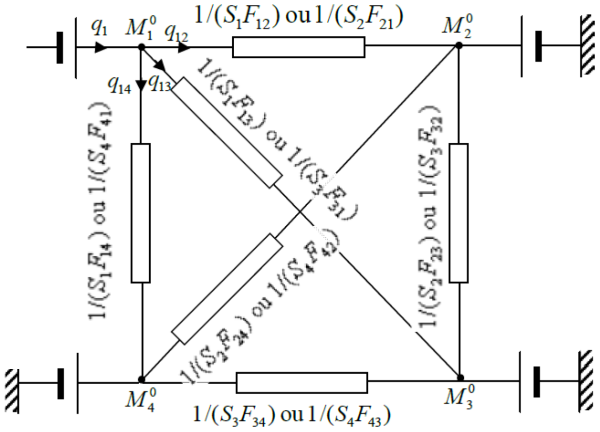
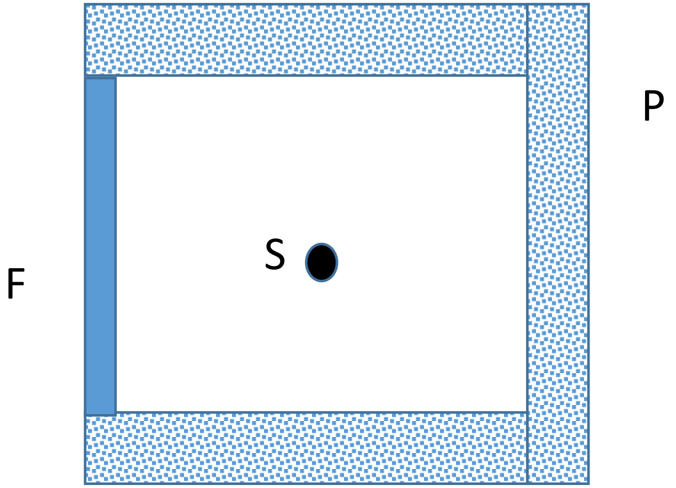


Figure 7.26 Échange radiatif entre quatre surfaces

1 - Toutes les surfaces ont noires.

a) Déterminer les facteurs de forme entre les surfaces S, S_F et S_P et calculer la température moyenne radiante.

b) Tracer le réseau analogique du système traduisant les échanges entre les 3 surfaces. En déduire le flux net parois-façade (ce flux sera rapporté à l'unité de surface de la façade). On tiendra compte du fait que la sphère a une surface infiniment petite et ne perturbe pas les échanges entre la façade et les autres parois.



F_{ij} =

	F	P	S
F	0	1	~0
P	1/5	4/5	~0
S	1/6	5/6	0

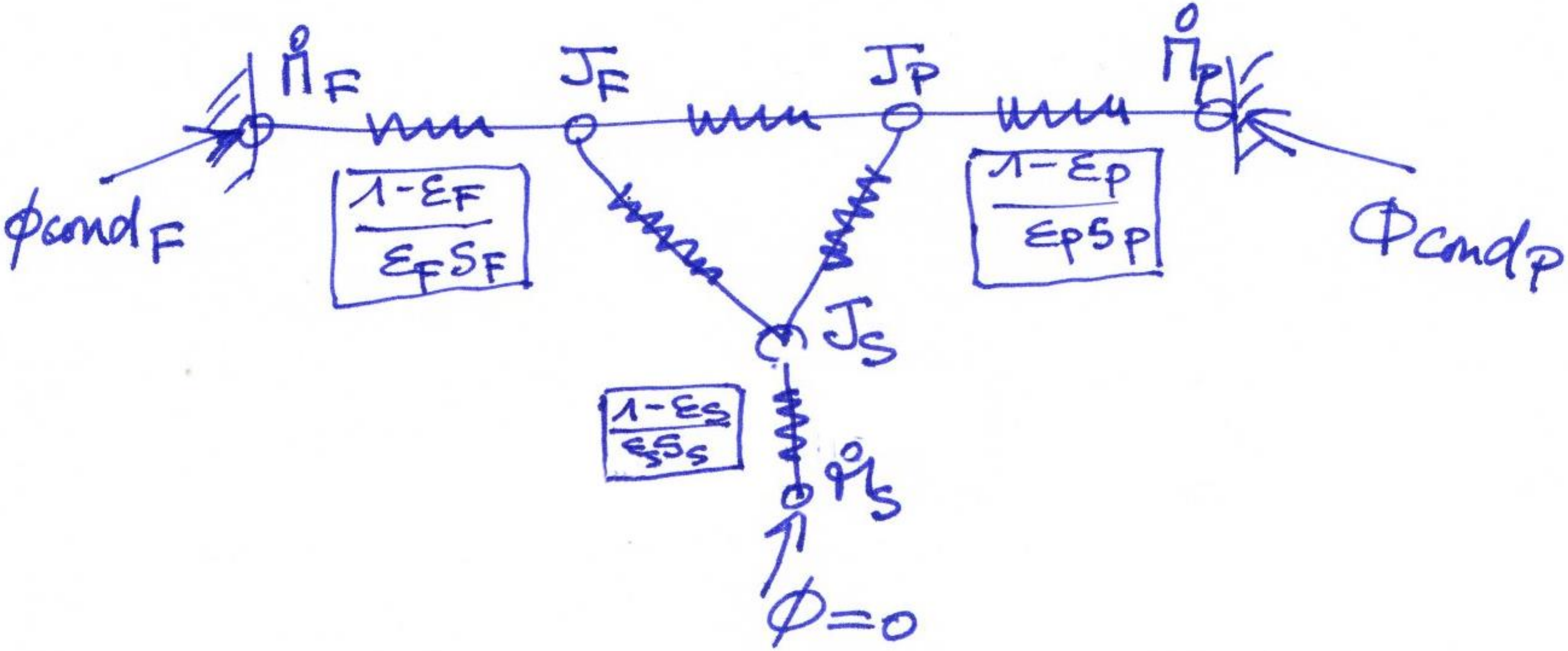
AN :

- Sphère de 1mm de diamètre
- Cube de 3m de coté
- >> Ss=3,14159 . 10-6 m^2
- S_F = 9 m^2
- F_{SF} = 1/6 , réciprocité >> $S_F F_{FS} = S_s F_{SF}$

>> F_{FS} = 5,82 . 10^{-8} ~ 0

F_{PS} = 5,82 . 10^{-8} ~ 0

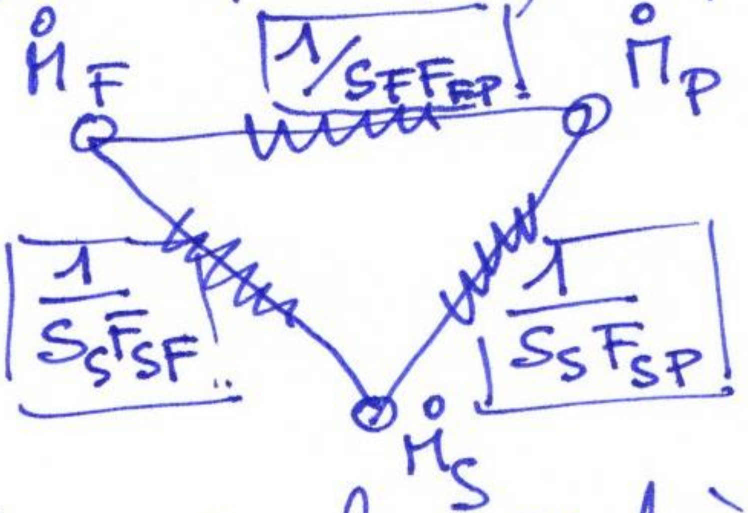
Convection négligée dans le cube >>



Pas de convection >> pas d'échanges de la sphère que ceux avec P et F

Parois Noires $\Rightarrow$ $\varepsilon_F=\varepsilon_P=\varepsilon_S=1$

$\Rightarrow$ $\mathring{M}_F = J_F$, $\mathring{M}_P = J_P$, $\mathring{M}_S = J_S$



$\Rightarrow$ Bilan de la Sphère :

$$\cancel{S_S} F_{SF}\left(\mathring{M}_F-\mathring{M}_S\right) = \cancel{S_S} F_{SP}\left(\mathring{M}_S-\mathring{M}_P\right)$$

$$\mathring{m}_S \left(F_{SP}+F_{SF}\right) = F_{SF}\,\mathring{m}_F + F_{SP}\,\mathring{m}_P$$

$$\mathring{m}_S = \frac{1}{6}\,\mathring{m}_F + \frac{5}{6}\,\mathring{m}_P$$

$$\sigma_0 T_S^{\,4} = \frac{1}{6}\,\sigma_0 T_F^{\,4} + \frac{5}{6}\,\sigma_0 T_P^{\,4}$$

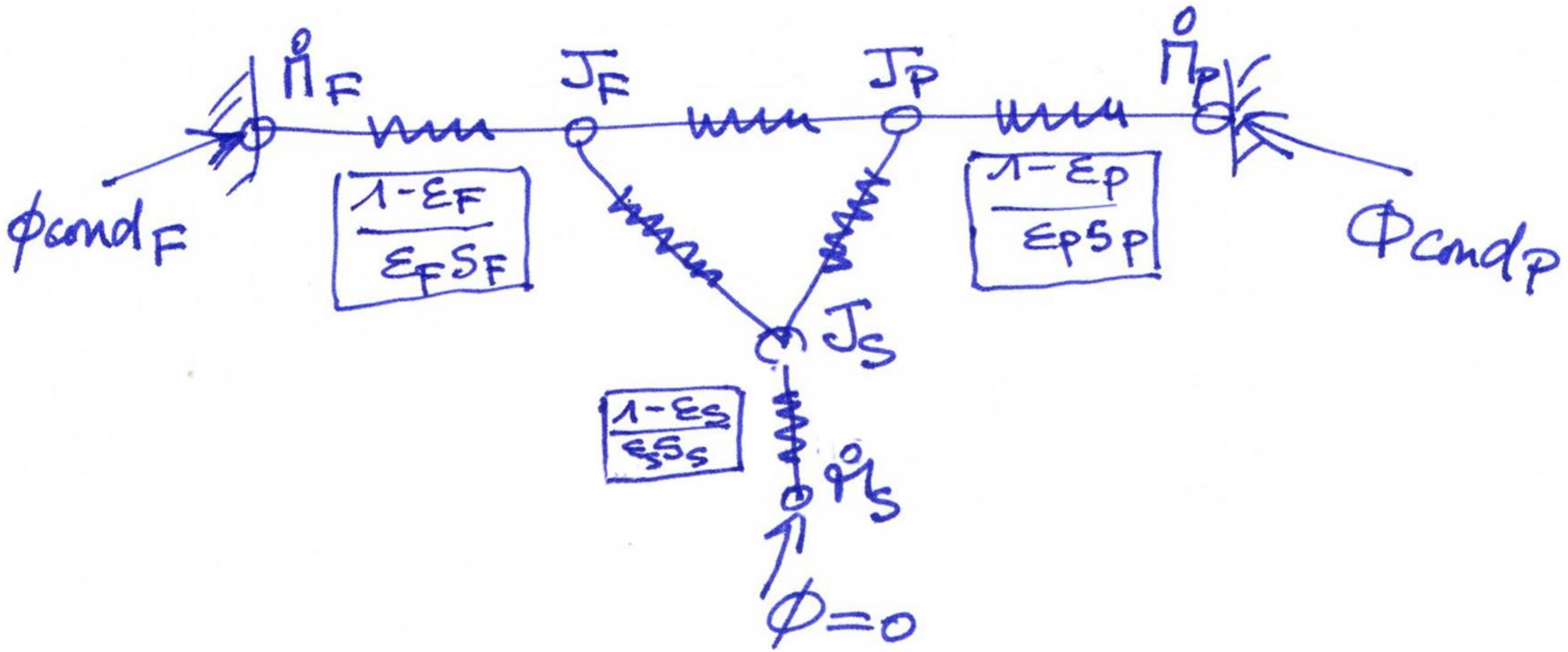
$$T_S^{\,4} = \left(T_F^{\,4} + 5T_P^{\,4}\right)/6$$

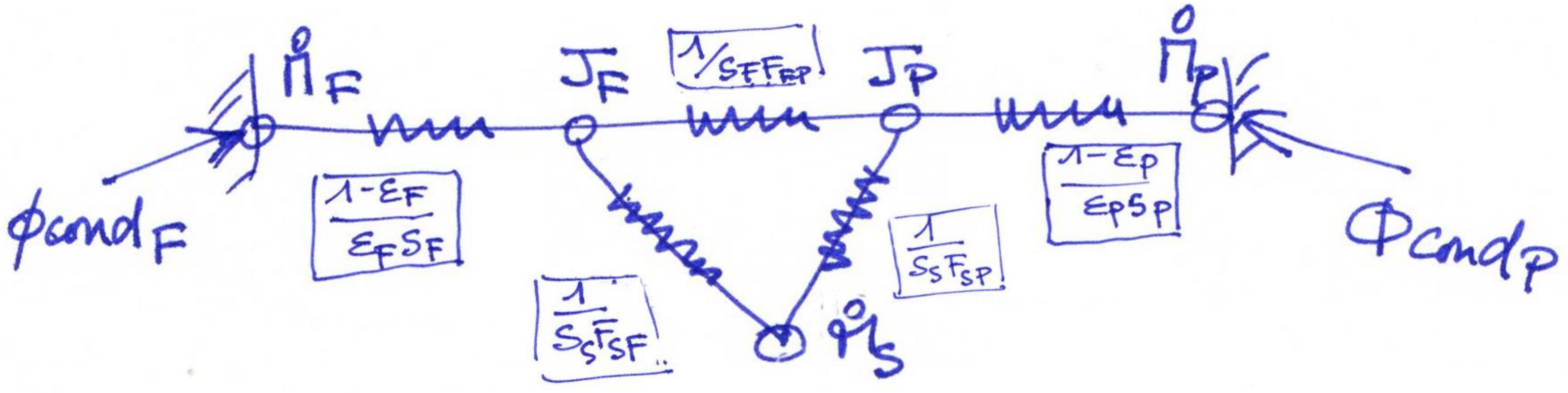
$$T_S = 289{,}95\,K = 16{,}945\,°C \sim 17\,°C$$

2 - La façade est maintenant grise ($\varepsilon_F = 0.5$). Les autres parois sont également grises ($\varepsilon_P = 0.9$). La sphère est toujours noire.

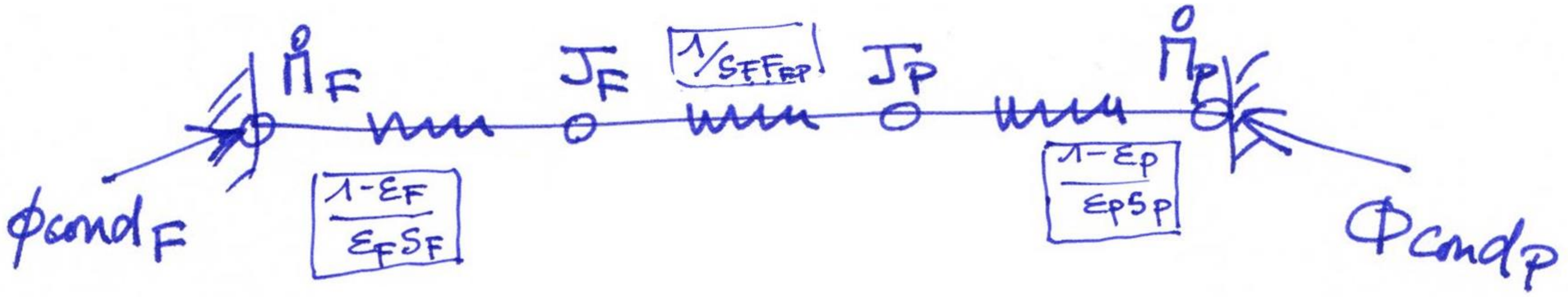
a) Tracer le réseau analogique du système et en déduire le flux net parois→ façade (comme précédemment ce flux sera rapporté à l'unité de surface de la façade et la sphère sera supposée infiniment petite).

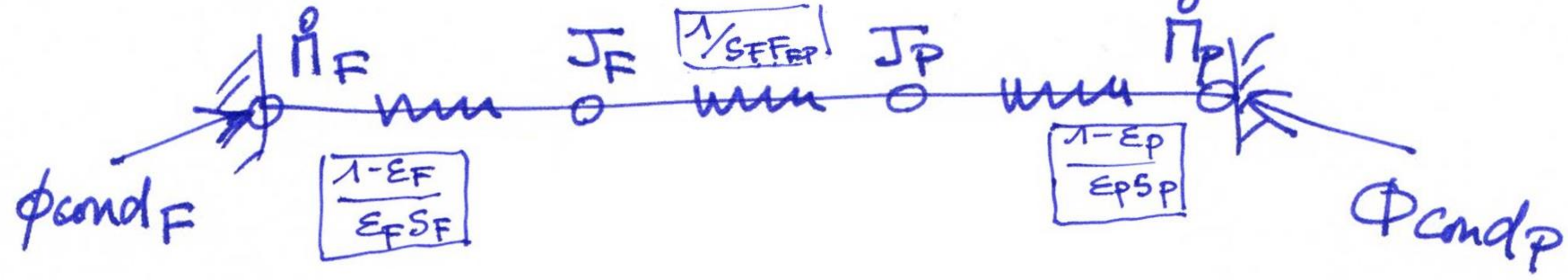
b) Calculer la température radiante moyenne.





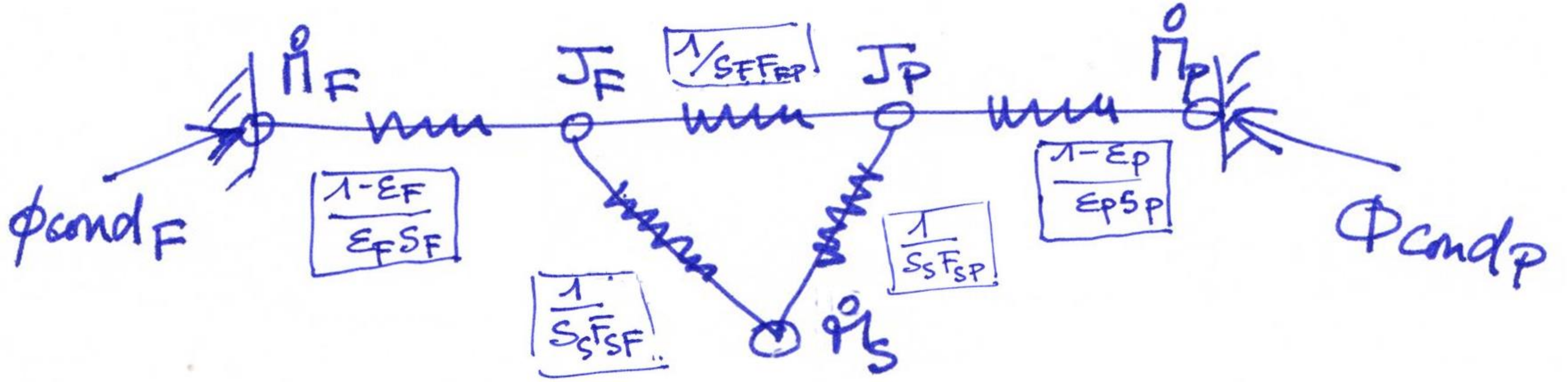
Les résistances $1/S_S\ F_{SF}$ = 76394 m^{-2} = et $1/S_S\ F_{SP}$ = 381972 m^{-2} sont très grandes devant $1/S_F\ F_{FP}$ = 1/9 m^{-2} >>





$$\Phi_{Fp} = (\dot{M}_F - \dot{M}_P) /[(1-\epsilon_F)/(\epsilon_F S_F)+1/(S_F F_{FP})+ (1-\epsilon_P)/(\epsilon_P S_P)]$$

$\Phi_{Fp} = -459\ W$ $\Phi_{Fp} / S_F = -50{,}99\ W/m^2$



$\Phi_{Fp} = (\dot{M}_F - \dot{M}_P)\ /(R_{FP}) = (\dot{M}_F - J_F)\ /[\ (1-\epsilon_F)/(\epsilon_F S_F)] = -459\ W$

$\Phi_{Fp} = (\dot{M}_F - \dot{M}_P)\ /(R_{FP}) = (J_P - \dot{M}_P)/[\ (1-\epsilon_P)/(\epsilon_P S_P)] = -459\ W$

>> $J_F = 366{,}5\ W/m^2$ *et* $J_P = 417{,}5\ W/m^2$

Bilan sur S :

$(J_F - \dot{M}_S)/\ (1/(S_S(F_{SF})] + (J_P - \dot{M}_S)/\ (1/(S_S(F_{SP}) = 0$

>> $\Theta_S = 291{,}3\ K = 18{,}3°C\ W/m^2$