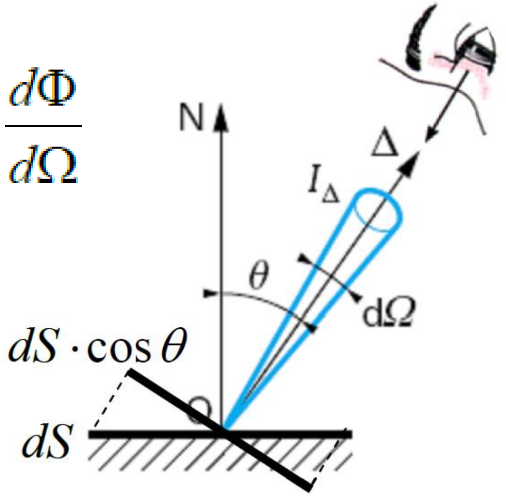
# Facteur de Forme

# Luminance d'une source

La luminance caractérise la perception du rayonnement reçu par un observateur. Elle permet de comparer la puissance rayonnée dans une direction donnée par des sources de superficies inégales ou d'orientation différentes ainsi que les puissances rayonnées par une même source dans différentes directions.

$$I_\Delta = \frac{d\Phi}{d\Omega}$$



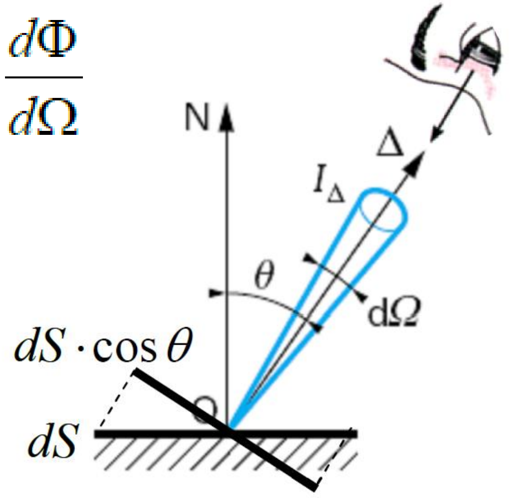

La *luminance totale* d'une source, $L_\Delta$ $[\mathrm{W/sr \cdot m^2}]$

$$L_\Delta = = \frac{d^2\Phi}{d\Omega\, dS \cos\theta}$$

La *luminance monochromatique* est définie d'une manière similaire, mais pour l'intensité monochromatique,

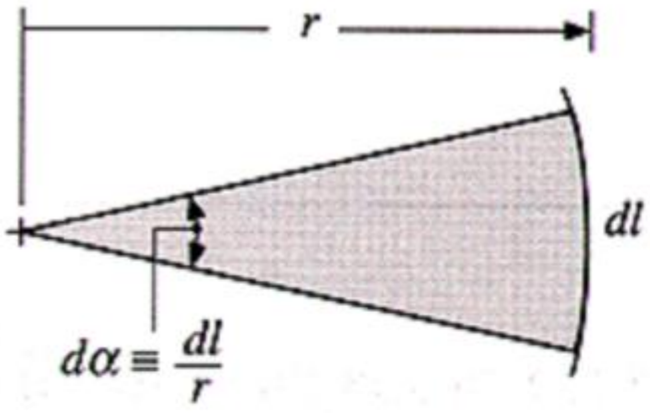
$$L_{\Delta\lambda} = \frac{d^2\Phi_\lambda}{d\Omega\, dS \cos\theta}$$

$$I_{\Delta} = \frac{d\Phi}{d\Omega}$$

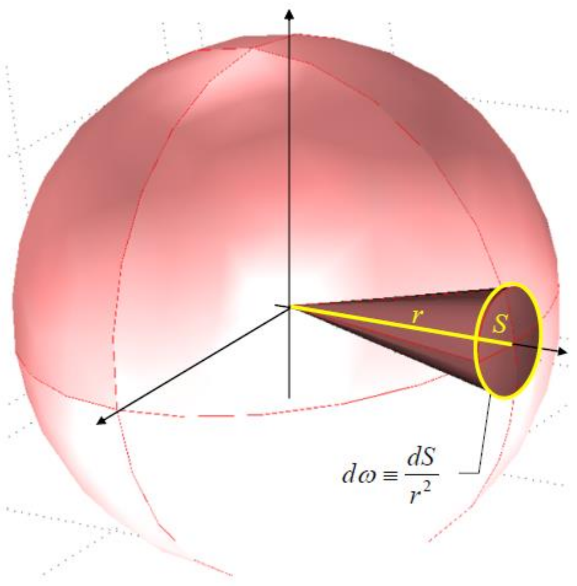



La *luminance totale* d'une source, $L_{\Delta}$ [$\mathrm{W/sr \cdot m^2}$]

$$L_{\Delta} = = \frac{d^2\Phi}{d\Omega\, dS\, \cos\theta}$$




a) Angle plan.




b) Angle solide

## Loi de Lambert

Si la luminance est indépendante de la direction, la source est *à émission isotrope* ou *diffuse*.
La *loi de Lambert* relie l'*émittance* $M$ et la *luminance* $L$ d'une source : $M = \pi L$

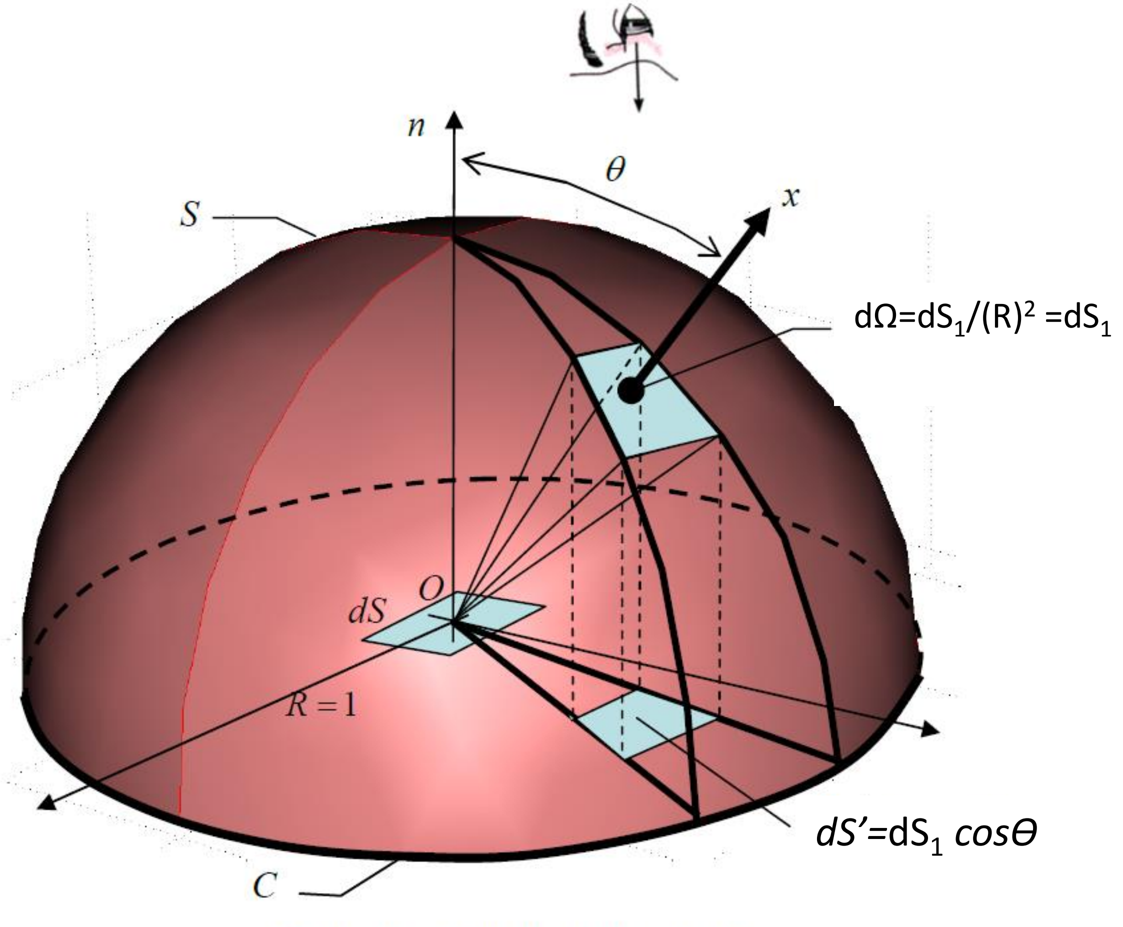
$$L_{\Delta} = = \frac{d^2\Phi}{d\Omega \, dS \cos\theta}$$

$$d^2\Phi_{Ox} = L_{Ox} \cdot dS \cos\theta \cdot d\Omega$$

$$d\Phi = L \cdot \int_S \cos\theta \cdot d\Omega \, dS = L \cdot dS \int_C ds' = L \cdot dS \cdot \pi$$

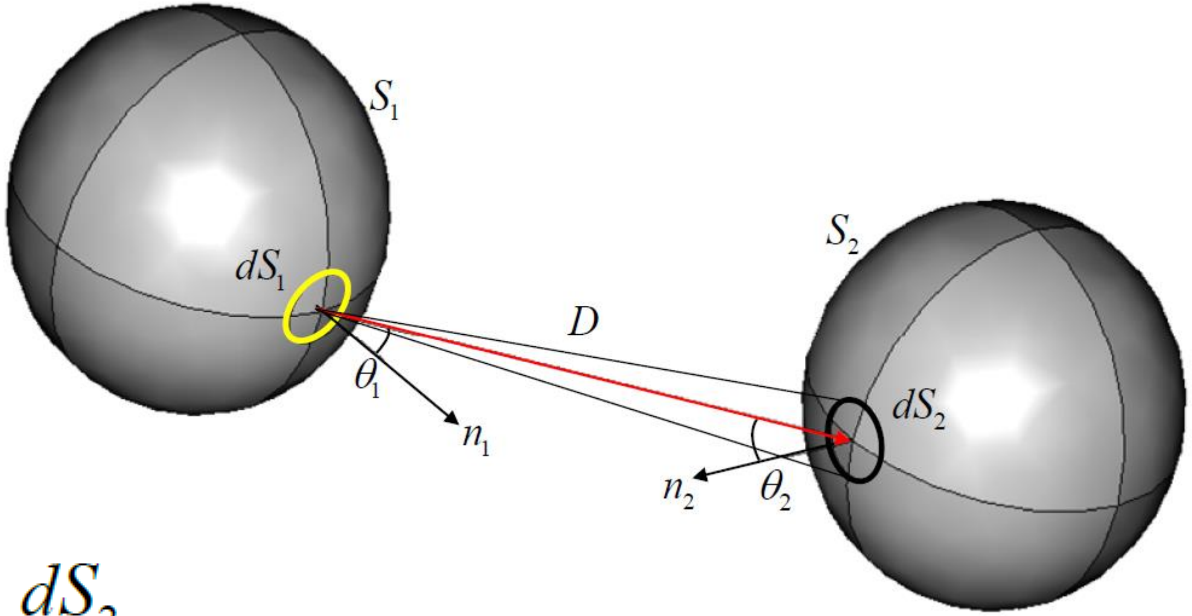
$$d\Phi = M \, dS = \pi \, L \, dS$$

$$M = \pi L$$




Déduction de la loi de Lambert

$$d^2\Phi_{12} = L_1 \, dS_1 \cos\theta_1 \, d\Omega_1$$



Échanges radiatifs entre deux surfaces

$$d\Omega_1 = \frac{dS_2 \cos\theta_2}{D^2}$$

$$d^2\Phi_{12} = L_{\Delta 1} \frac{\cos\theta_1 \, dS_1 \cos\theta_2 \, dS_2}{D^2}$$

$$M_1 = \pi \, L_{\Delta 1}$$

Le flux total émis par la surface $S_1$ et arrivant sur la surface $S_2$ est obtenu par intégration :

$$\Phi_{12} = M_1^0 \int_{S_1}\int_{S_2} \frac{dS_1 \cos\theta_1 \cdot dS_2 \cos\theta_2}{\pi \cdot D^2}$$

Le rapport entre le flux total émis par la surface $S_1$ $\Phi_1 = M_1^0 S_1$, et le flux reçu par la surface $S_2$ en provenance de la surface $S_1$,

$$F_{12} \equiv \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{\Phi_{12}}{M_1^0 S_1} = \frac{1}{\pi S_1} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 \cos\theta_1 \cdot dS_2 \cos\theta_2}{D^2} \qquad (7.53)$$

est appelé *facteur de forme de la surface* $S_1$ *vis-à-vis de la surface* $S_2$. La proportion du flux $F_{21}$ émis par $S_2$ et arrivant sur $S_1$ est le *facteur de forme de* $S_2$ *vis-à-vis de* $S_1$:

$$S_1 F_{12} = \frac{1}{\pi} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 \cos\theta_1 \cdot dS_2 \cos\theta_2}{D^2}$$

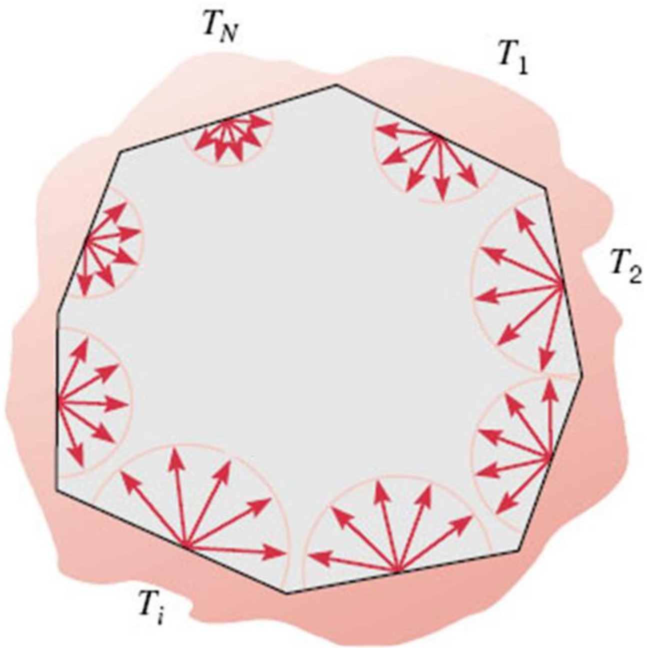
# Réciprocité :

$$S_1 F_{12} = \frac{1}{\pi} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 \cos\theta_1 \cdot dS_2 \cos\theta_2}{D^2}$$

$$S_2\ F_{12} = \frac{1}{\pi} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 \cos\theta_1 \cdot dS_2 \cos\theta_2}{D^2}$$

# Complémentarité :

$$F_{12} \equiv \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} \quad >> \quad \sum_{j=1}^{n} F_{ij} = 1$$

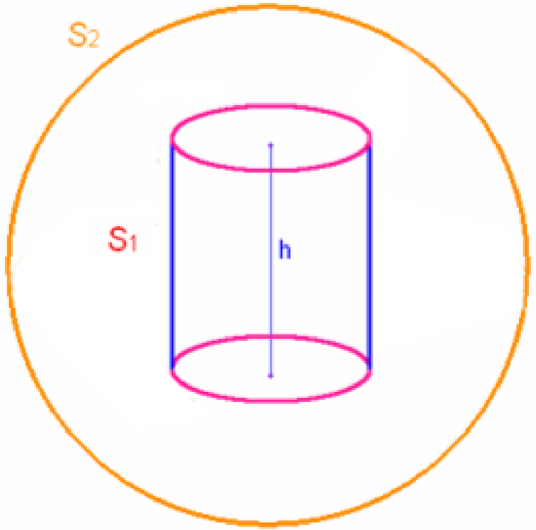



Radiation exchange in an enclosure.

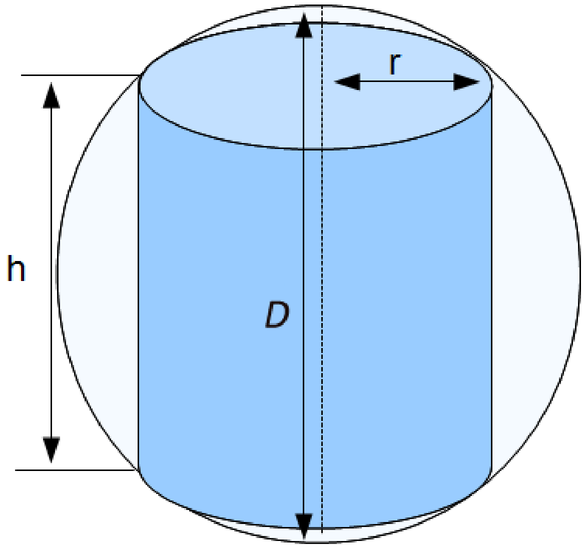
# ESTIMATION D'UN FACTEUR DE FORME

Un cylindre fermé de diamètre de 1 mètre et de hauteur de 1 mètre est placé au centre d'une sphère de rayon égal à 1 mètre.

Donner la valeur du facteur de forme de la surface intérieure de la sphère avec le cylindre.




2r = 1m
h = 1m
D = 2R = 2m

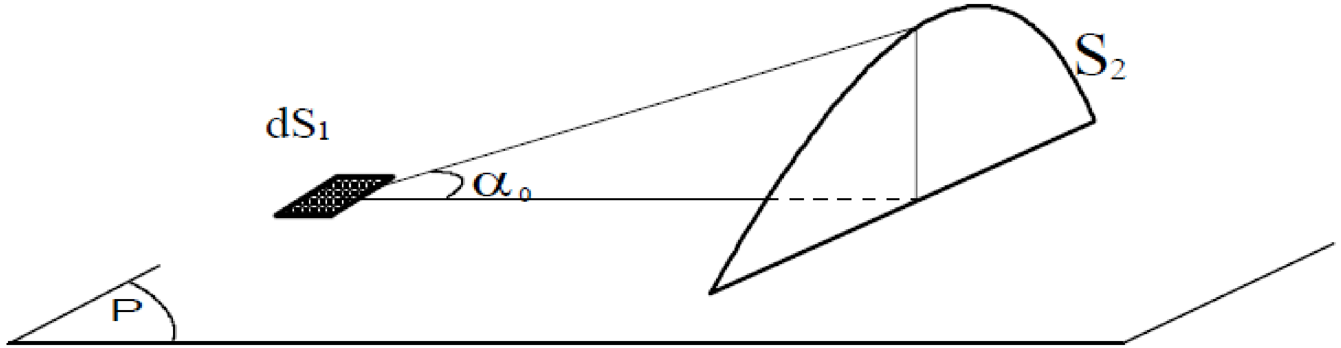



$$F_{12} \equiv \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} \quad >> F_{12} = 1 \quad S_1 F_{12} = S_2 F_{21} >> F_{21} = S_1 / S_2 >> F_{21}$$

$$= \frac{2\pi r \cdot h + 2\pi r^2}{4\pi R^2} = \frac{(h+r)\cdot r}{2R^2} = \frac{(1+0.5)\cdot 0.5}{2} = \frac{3}{8}$$

FACTEUR DE FORME ENTRE UNE SURFACE DS ET UN DEMI-DISQUE.

Calculer le facteur d'angle d'une petite surface $dS_1$ située dans un plan horizontal P par rapport à un demi-disque $S_2$ vertical dont le grand diamètre est situé dans P. Ce demi disque est vu de la surface $dS_1$ sous un angle $\alpha_0$ .

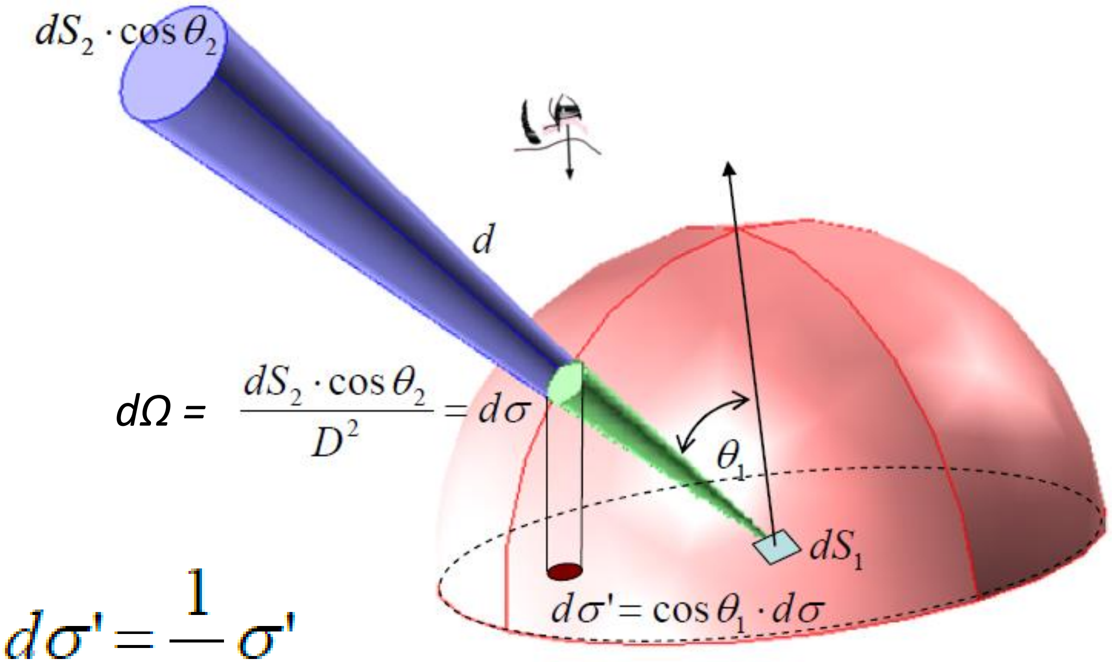



Le facteur de forme de la surface $dS_1$ vis-à-vis de la surface $S_2$ est

$$F_{12} \equiv \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{\Phi_{12}}{M_1^0 \cdot dS_1} = \frac{1}{\pi} \int_{S_2} \cos\theta_1 \cdot \frac{dS_2 \cos\theta_2}{D^2}$$

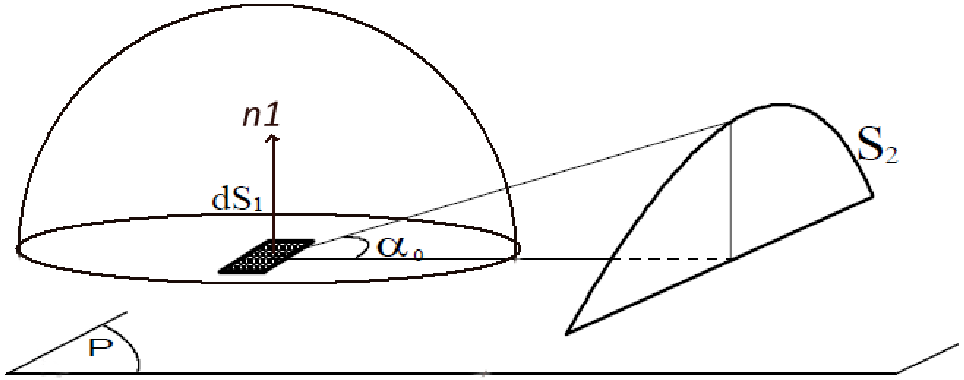
Le facteur de forme de la surface $dS_1$ vis-à-vis de la surface $S_2$ est

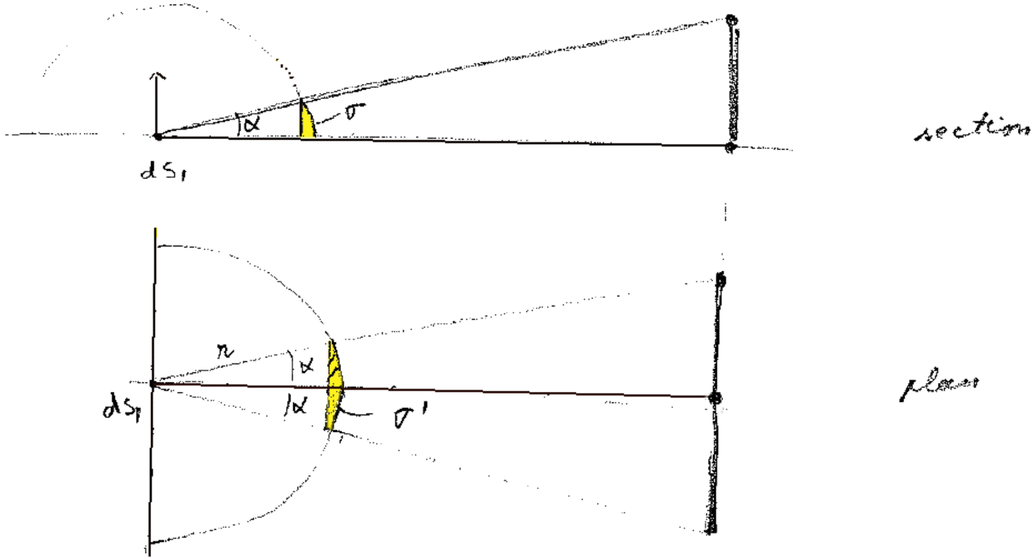
$$F_{12} \equiv \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{\Phi_{12}}{M_1^0 \cdot dS_1} = \frac{1}{\pi}\int_{S_2} \cos\theta_1 \cdot \frac{dS_2 \cos\theta_2}{D^2}$$



Méthode de la sphère unitaire

$$F_{12} \equiv \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{1}{\pi}\int_{\sigma} \cos\theta_1 \cdot d\sigma = \frac{1}{\pi}\int_{\sigma'} d\sigma' = \frac{1}{\pi}\sigma'$$




$$\sigma' = (\pi r^2) \cdot \frac{2\alpha}{2\pi} \qquad \tfrac{1}{2} \cdot \underbrace{\underbrace{r \cos\alpha}_{\text{hauteur}} \times \underbrace{2r \sin\theta}_{\text{base}}}_{\text{triangle}}$$

$$\underbrace{\text{cercle} \times \text{secteur/période}}_{\text{surface du secteur}}$$

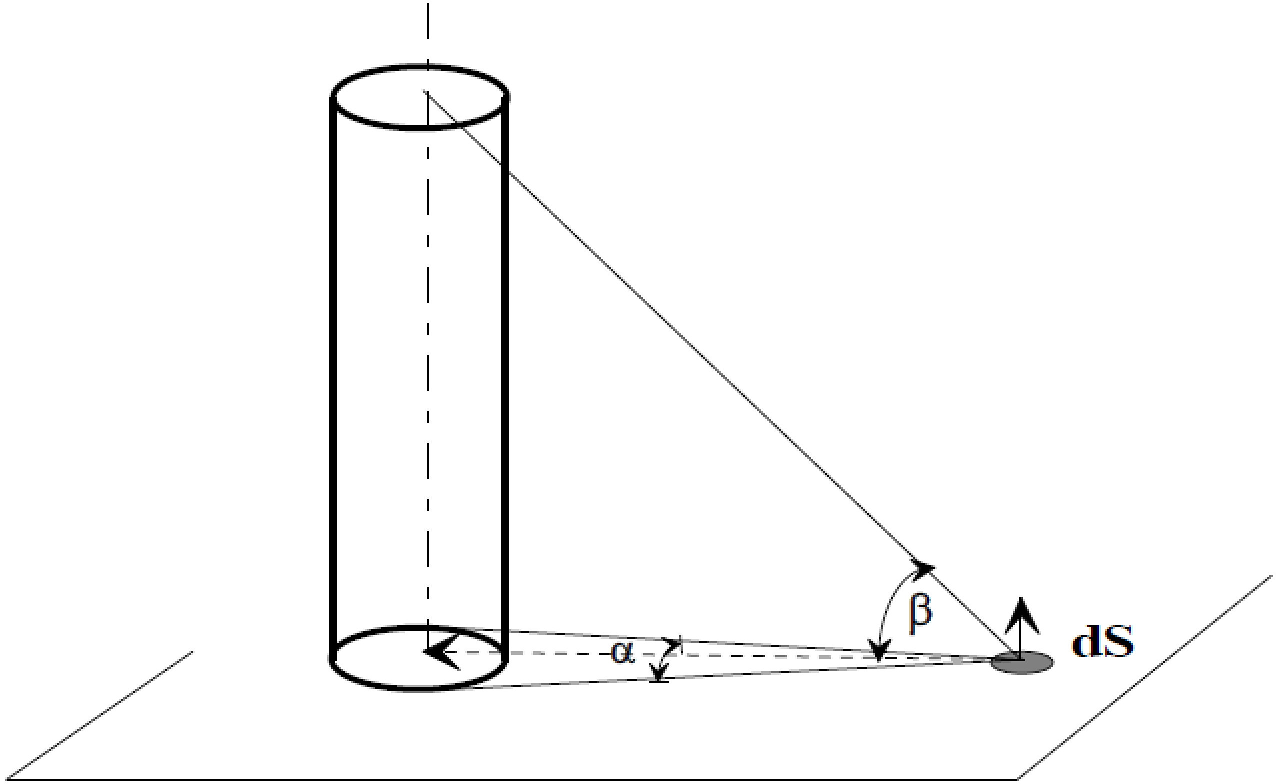
$$\sigma' = (\pi\, 1^2)\, \frac{2\alpha}{2\pi} - \cos\alpha \sin\alpha$$

$$= \alpha - \tfrac{1}{2}\sin(2\alpha)$$

$$\boxed{F_{12} = \frac{1}{\pi}\sigma' = \frac{2\alpha - \sin(2\alpha)}{2\pi}}$$

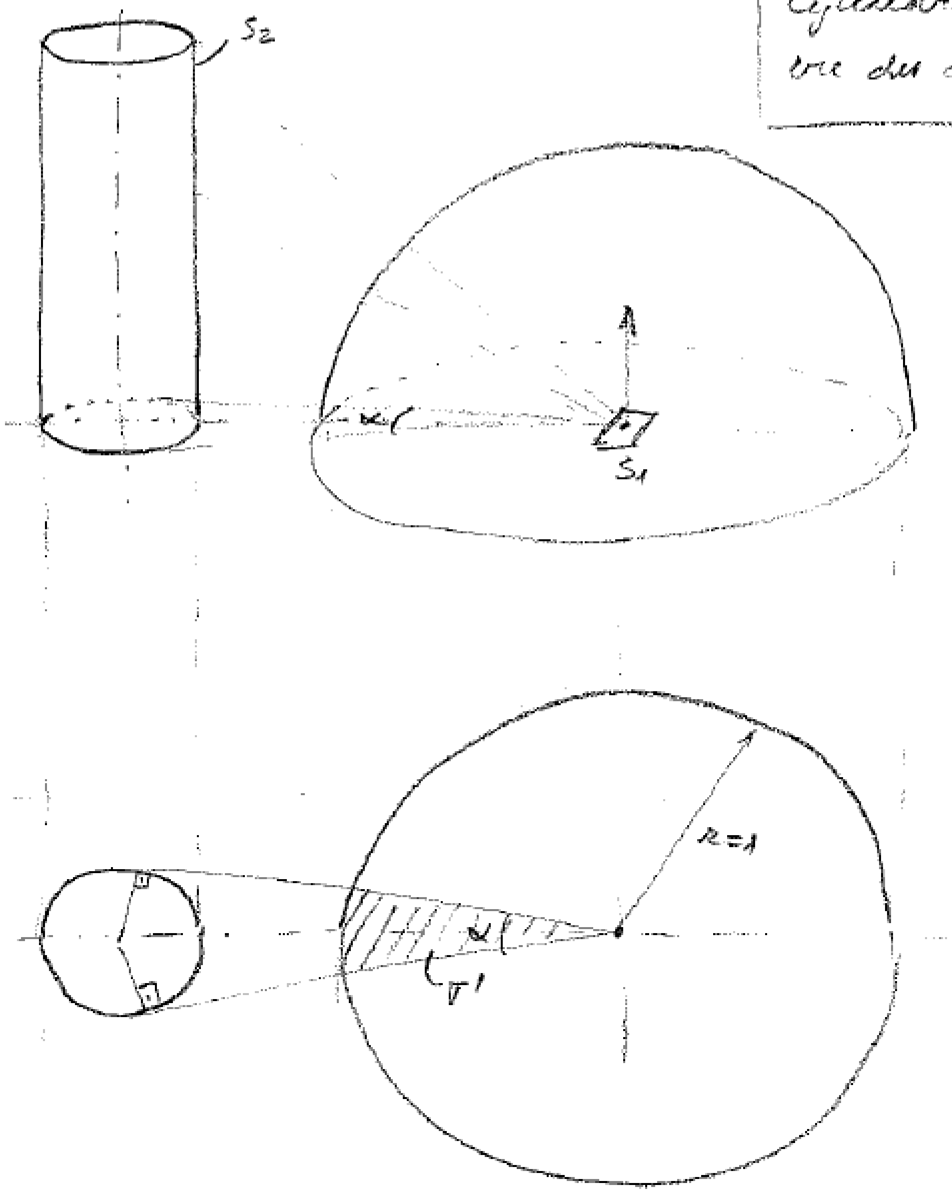
FACTEUR DE FORME ENTRE UNE SURFACE DS ET UN CYLINDRE.

Considérons une petite surface ds située dans un plan horizontal et un cylindre d'axe vertical. Le diamètre apparent de ce cylindre (angle sous lequel on le voit depuis la petite surface ) est appelé $\alpha$



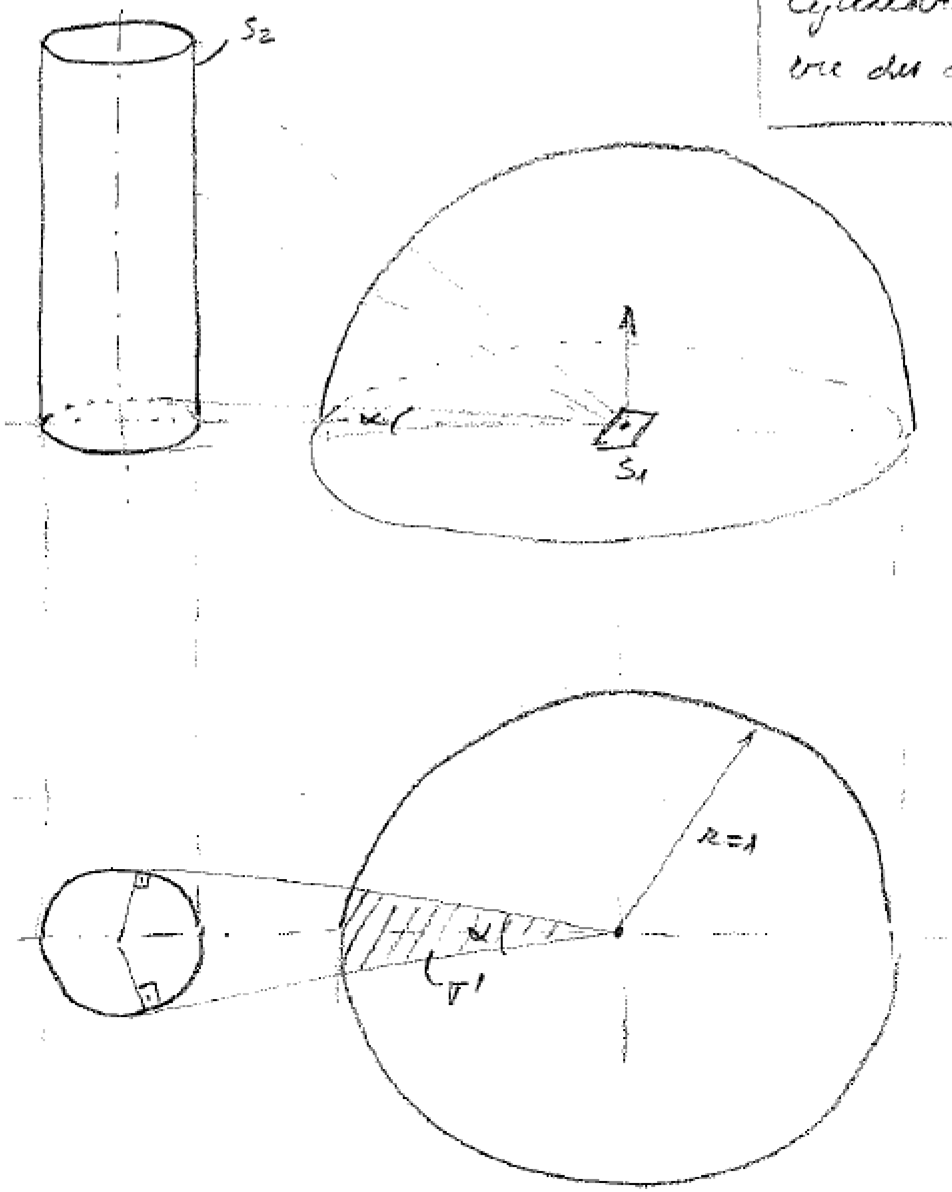

Calculer le facteur de forme de la petite surface par rapport au cylindre. Le cylindre est supposé de longueur semi-infinie. Sa base est dans le plan qui contient la petite surface. Calculer l'éclairement de la petite surface sachant que le cylindre rayonne comme le corps noir à la température T.

Cylindre infini
vu du $dS_1$




$$F_{12} = \frac{1}{\pi}\sigma' = \frac{1}{\pi}\cdot\left(\frac{\alpha}{2\pi}\cdot\pi\cdot r^2\right) = \frac{\alpha}{2\pi}$$

Cylindre infini vu de $dS_1$




$$F_{12} = \frac{1}{\pi}\sigma' = \frac{1}{\pi}\cdot\left(\frac{\alpha}{2\pi}\cdot\pi\cdot r^2\right) = \frac{\alpha}{2\pi}$$

$$F_{12} = \frac{1}{\pi}\,\sigma' = \frac{1}{\pi}\cdot\left(\frac{\alpha}{2\pi}\cdot\pi\cdot r^2\right) = \frac{\alpha}{2\pi}$$

Éclairement de la surface $dS_1$ :

$$E_{21} = \frac{\Phi_{21}}{S_1} = \frac{F_{21}\cdot\Phi_2}{S_1}$$

$$\Phi_2 = M_2^\circ\, S_2$$

$$S_1\cdot F_{12} = S_2\cdot F_{21} \implies \frac{F_{21}}{S_1} = \frac{F_{12}}{S_2}$$

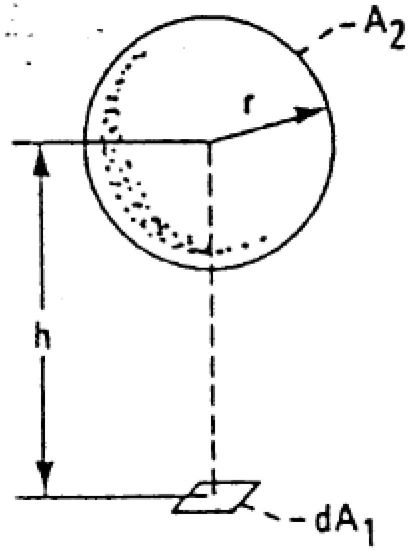
---

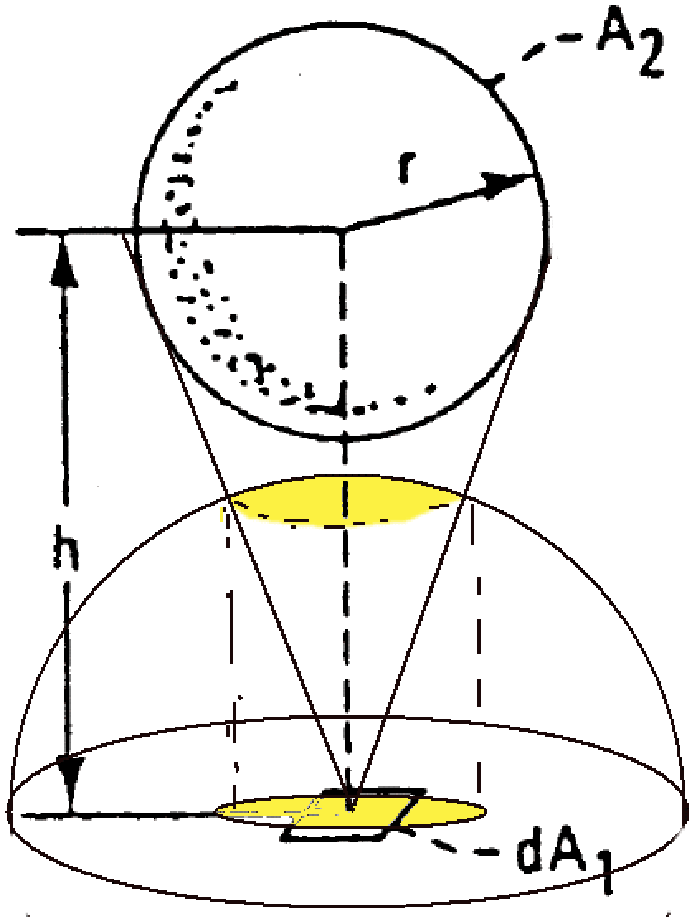
$$\implies E_{21} = \frac{F_{12}}{S_2}\cdot M_2^\circ S_2 = F_{12}\, M_2^\circ = \frac{\alpha}{2\pi}\cdot\sigma T_2^4$$

# Redémontrer :

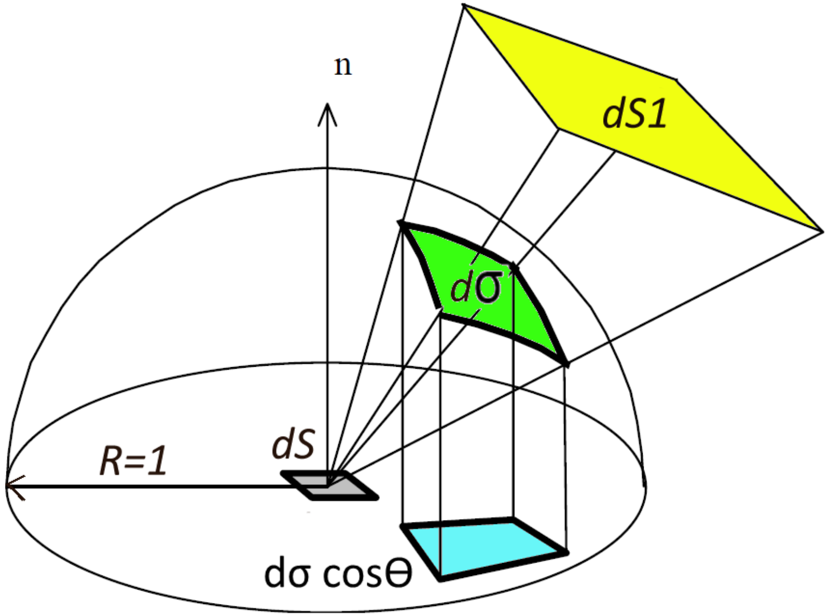
***Plan élémentaire $dA_1$ par rapport à une sphère de rayon r. La normale de l'élément $dA_1$ passe par le centre de la sphère.***

$$F_{12} = \left(\frac{r}{h}\right)^2$$




Sin(α)=r/h >> F12=π(r/h)²/π=(r/h)²


n
dS1
dσ
dS
R=1
dσ cosΘ