

Mur multicouche en régime permanent

TD2 Exo 5 Mur multicouche en régime permanent

On considère une paroi constituée de trois couches homogènes de béton, isolant et enduit. L'enduit protège l'isolant (c. à d. l'enduit est entre l'isolant et l'air).

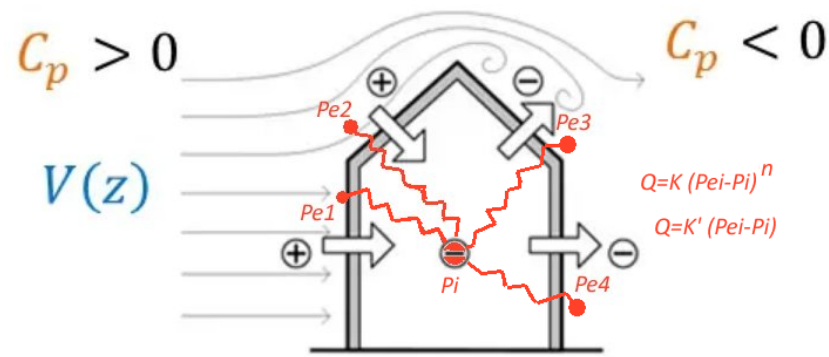
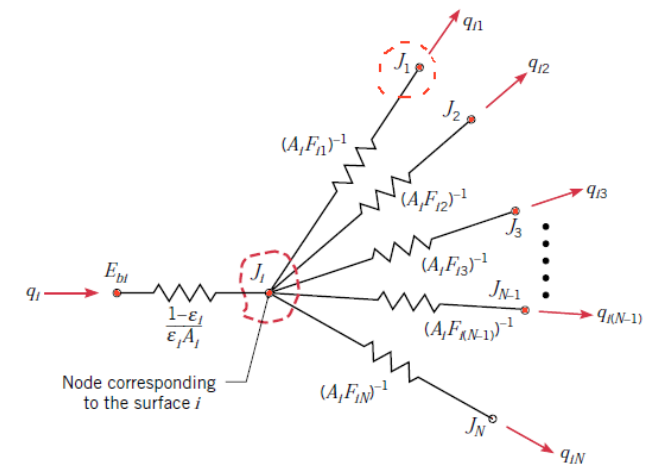
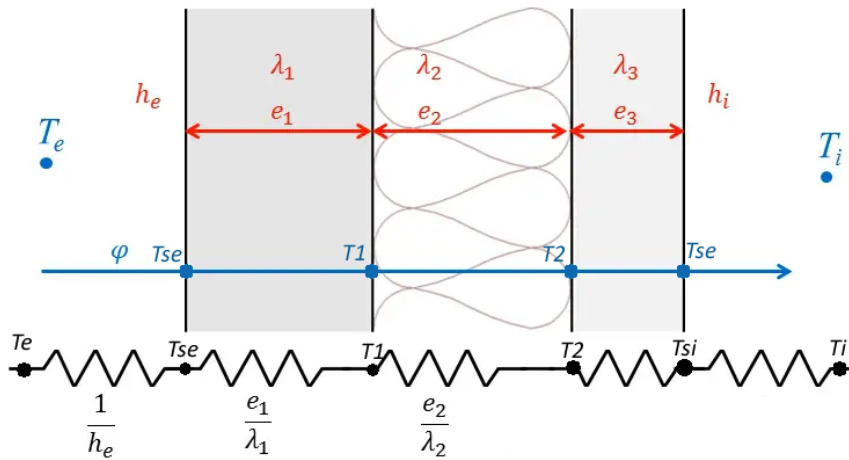
	Béton (<i>be</i>)	Isolant (<i>i</i>)	Enduit (<i>en</i>)
Epaisseur, e [cm]	15	4	1,5
Conductivité thermique, λ [W/m · K]	1,5	0,04	1,5
Chaleur spécifique, c_p [J/kg · K]	920	920	920
Masse volumique, ρ [kg/m ³]	2700	75	2700

Les températures de l'air extérieur et intérieur sont, respectivement, $T_e = -5$ °C et $T_i = 20$ °C. Les coefficients d'échange superficiels à l'extérieur et à l'intérieur sont, respectivement, $h_e = 16,7$ W/m² · K et $h_i = 9,1$ W/m² · K.



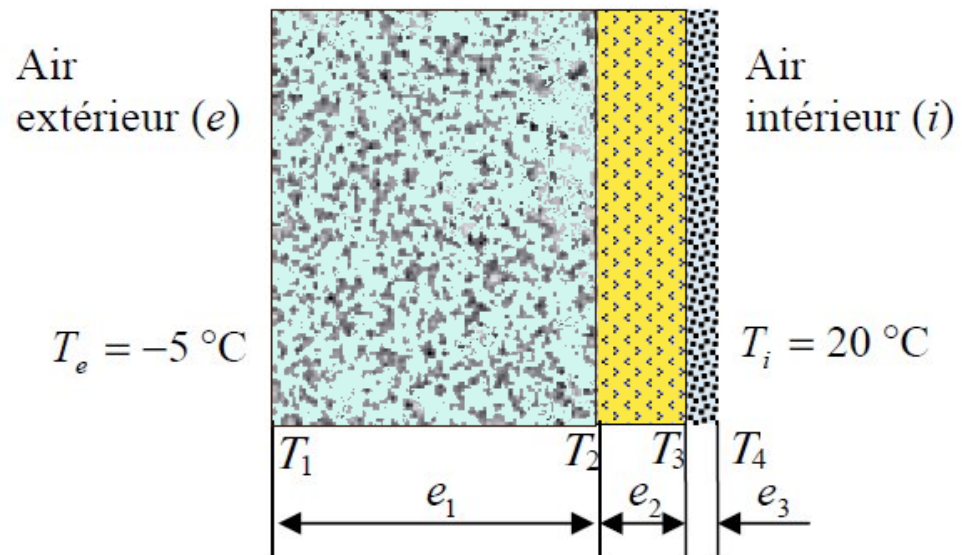
1. Isolation à l'intérieure

- dessiner le réseau analogique électrique ;
- calculer la densité de flux traversant le mur, φ ;
- en utilisant la valeur du flux, calculer les températures aux interfaces des matériaux ;



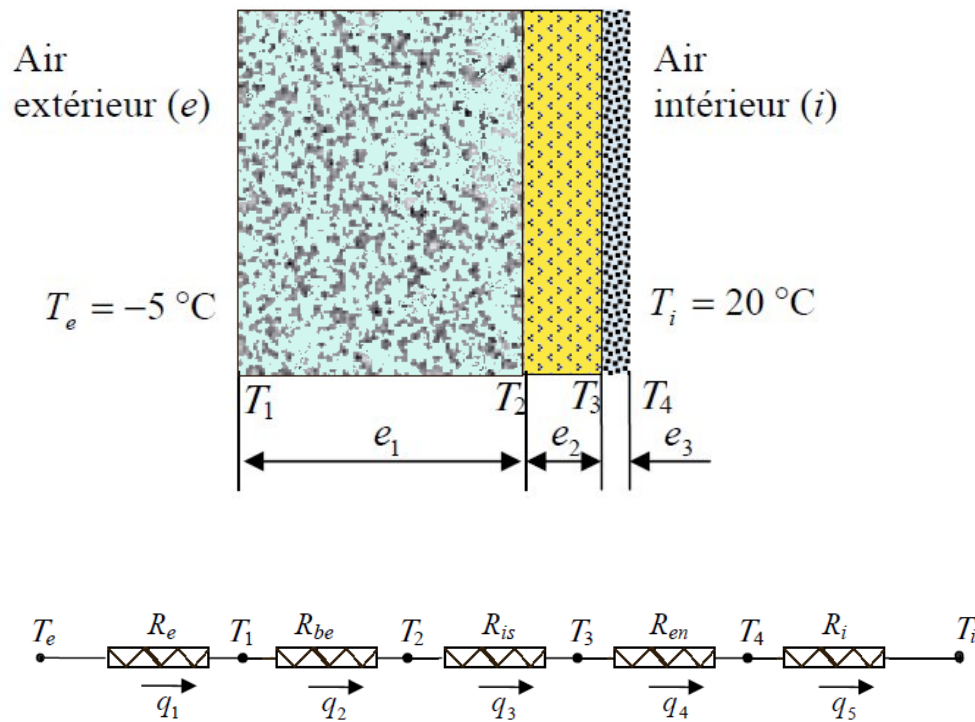
1. Isolation à l'intérieure

On considère les bilans pour une surface $S = 1 \text{ m}^2$

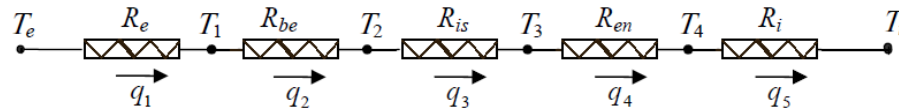


1. Isolation à l'intérieure

- dessiner le réseau analogique électrique ;
- calculer la densité de flux traversant le mur, φ ;
- en utilisant la valeur du flux, calculer les températures aux interfaces des matériaux ;



1. Isolation à l'intérieure



Résistance totale :

$$R_{tot} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 1.28 \text{ K/W}$$

(pour une surface $S = 1 \text{ m}^2$).

Densité de flux traversant la paroi :

$$\varphi = \frac{1}{S} \frac{T_i - T_e}{R_{tot}} = \frac{-5 - 20}{1.279} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = -19.53 \text{ W/m}^2$$

Distribution des températures :

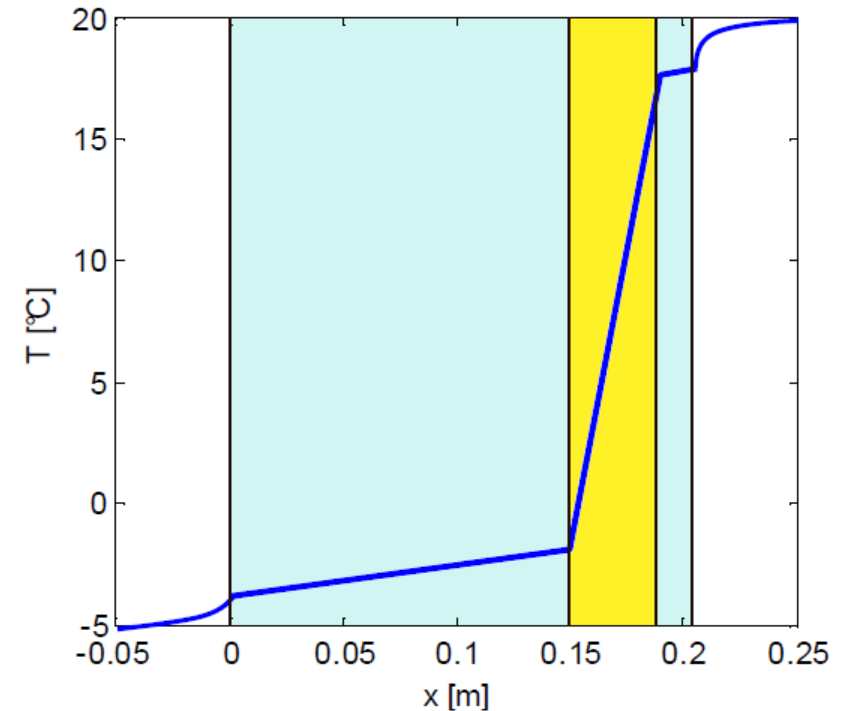
$$T_4 = T_i + R_5 q_5 = 20 - 0.11 \cdot 19.53 = 17.85 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_3 = T_4 + R_4 q_4 = T_i + q(R_5 + R_4) = 17.85 + 0.01 \cdot 19.53 = 17.66 \text{ }^\circ\text{C}$$

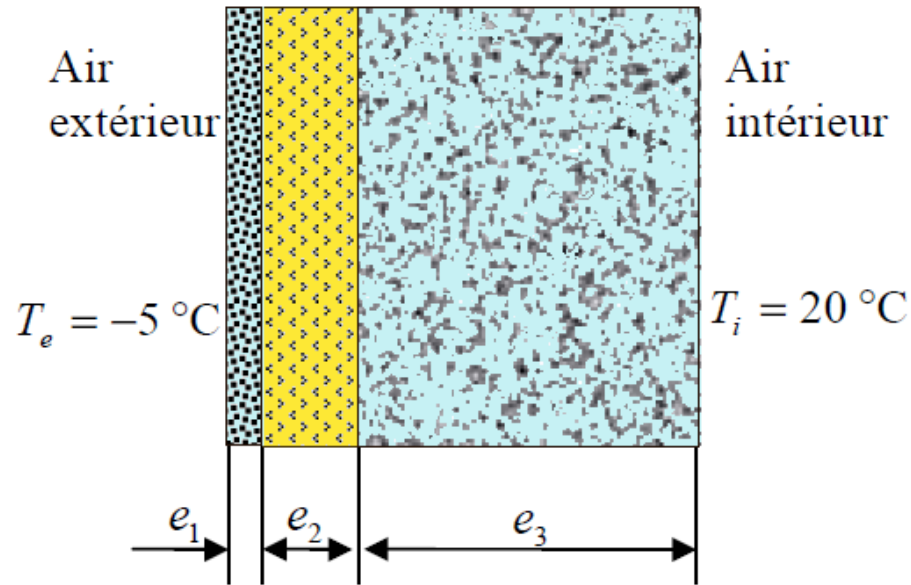
$$T_2 = T_3 + R_3 q_3 = T_i + q(R_5 + R_4 + R_3) = 17.66 + 1 \cdot 19.53 = -1.89 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_1 = T_2 + R_2 q_2 = T_i + q(R_5 + R_4 + R_3 + R_2) = -1.89 + 0.1 \cdot 19.53 = -3.82 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_e = T_1 + R_1 q_1 = T_i + q(R_5 + R_4 + R_3 + R_2 + R_1) = -3.82 + 0.06 \cdot 19.53 = -4.99 \text{ }^\circ\text{C} \cong -5 \text{ }^\circ\text{C}$$



2. Isolation à l'extérieur



densité de flux,

$$\varphi = \frac{1}{S} \frac{T_i - T_e}{R_{tot}} = \frac{-5 - 20}{1.279} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = -19.53 \text{ W/m}^2$$

La distribution de la température à l'intérieure :

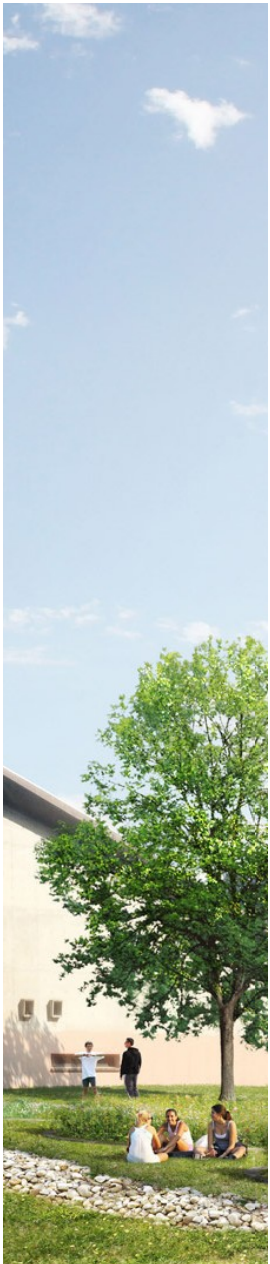
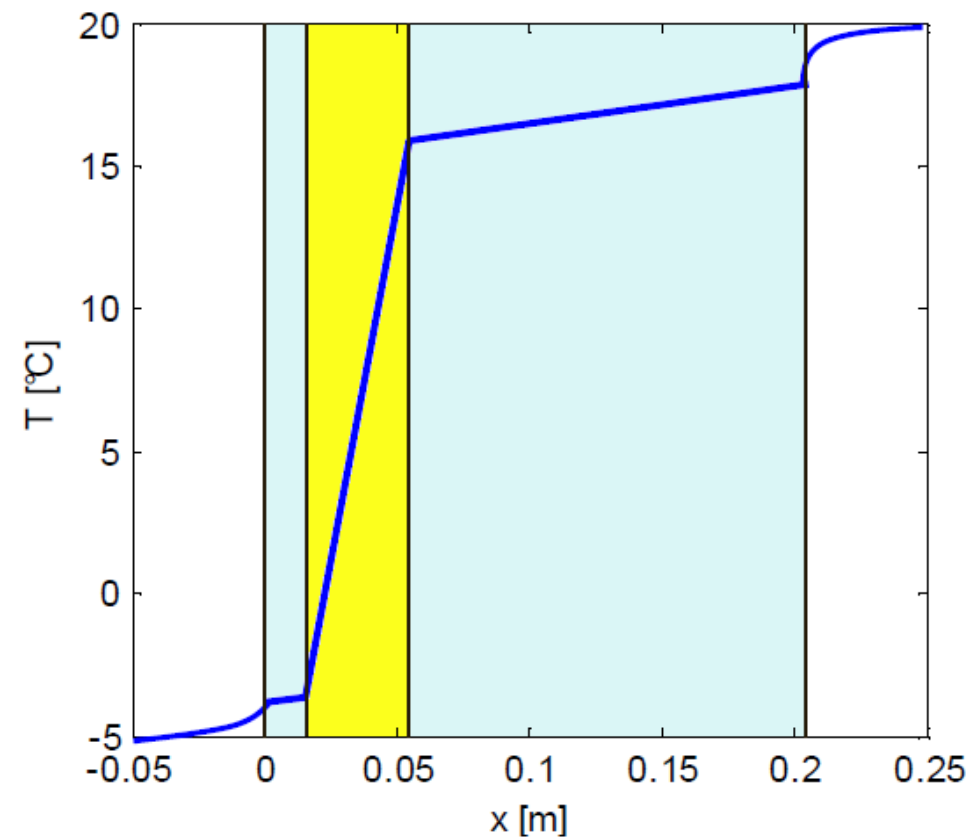
$$T_1 = T_e - R_1 q_1 = -5 - 0.06 \times (-19.53) = -3.83\text{ °C}$$

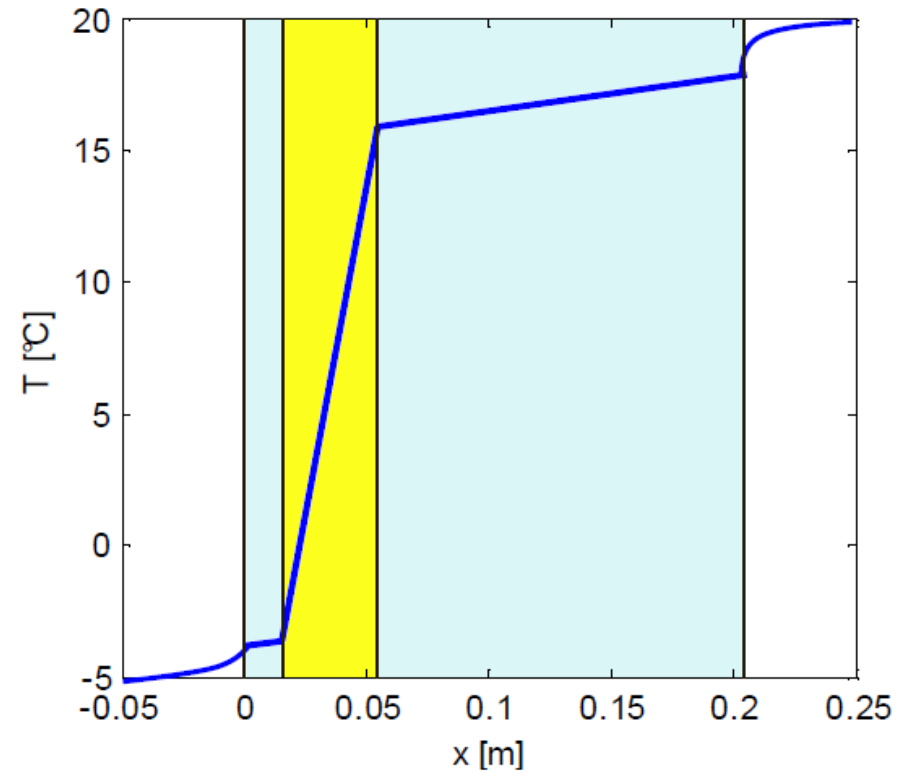
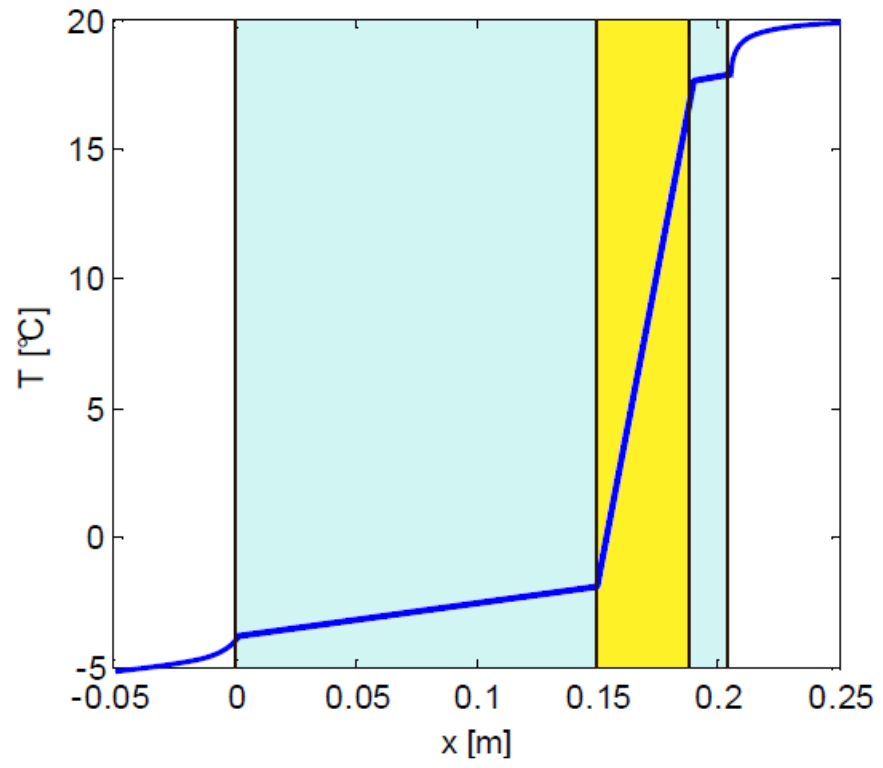
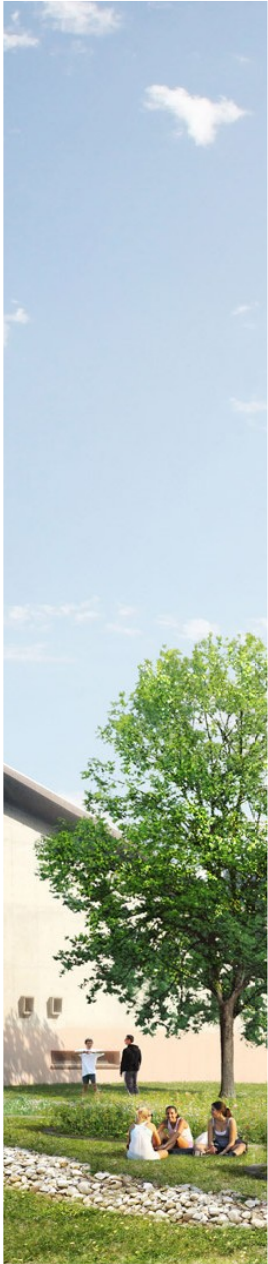
$$T_2 = T_1 - R_2 q_2 = -3.83 - 0.01 \times (-19.53) = -3.63\text{ °C}$$

$$T_3 = T_2 - R_3 q_3 = -3.63 - 1 \times (-19.53) = 15.90\text{ °C}$$

$$T_4 = T_3 - R_4 q_4 = 15.90 - 0.1 \times (-19.53) = 17.84\text{ °C}$$

$$T_i = T_4 - R_5 q_5 = 17.84 - 0.11 \times (-19.53) = 20\text{ °C}$$





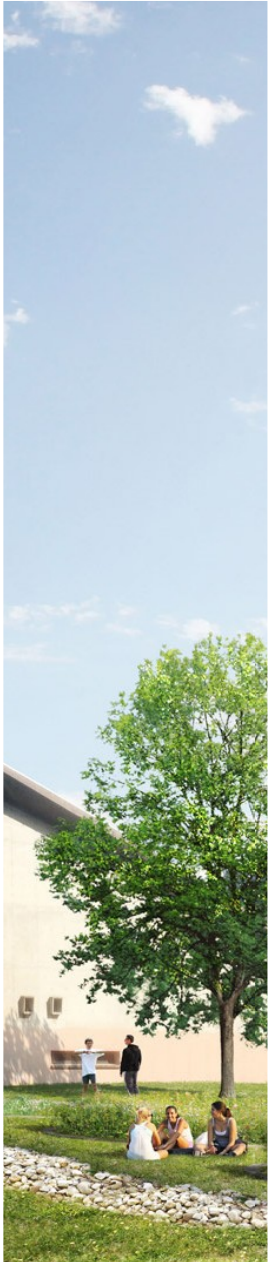
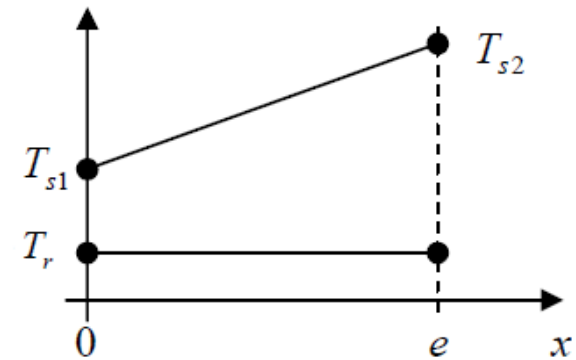
Le volant thermique (c. à d. la quantité de chaleur accumulée dans la paroi)

Considérons une température initiale de référence, T_r . Pour une surface $S = 1 \text{ m}^2$, la quantité de chaleur accumulée dans une couche d'épaisseur dx est :

$$dQ = dm c(T(x) - T_r) = \rho c S (T(x) - T_r) dx$$

Pour matériaux homogènes, sans source internes, la distribution de la température en régime stationnaire dans une paroi plane est :

$$T(x) = \frac{T_{s2} - T_{s1}}{e} x + T_{s1}$$



La quantité de chaleur accumulée dans le matériau est :

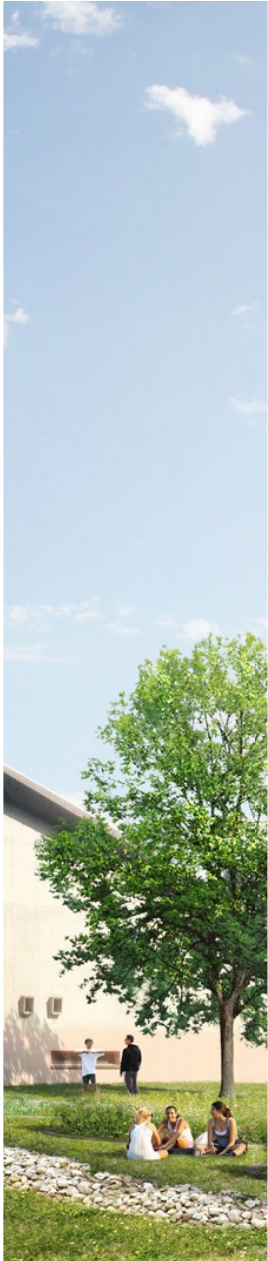
$$Q = \int_0^e dQ = \rho c S \int_0^e (T(x) - T_r) dx$$

qui est la surface du trapèze multipliée par $\rho c S$:

$$Q = \rho c S \cdot \frac{1}{2} [(T_{s1} - T_r) + (T_{s2} - T_r)] e = \rho c S e \left(\frac{T_{s1} + T_{s2}}{2} - T_r \right)$$

ou

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^e dQ = \rho c S \int_0^e (T(x) - T_r) dx = \rho c S \int_0^e \left(\frac{T_{s2} - T_{s1}}{e} x + T_{s1} - T_r \right) dx \\ &= \rho c S \left[\frac{T_{s2} - T_{s1}}{e} \frac{x^2}{2} + (T_{s1} - T_r) x \right]_0^e = \rho c S \left[\frac{T_{s2} - T_{s1}}{2} e + (T_{s1} - T_r) e \right] \\ &= \rho c S e \left(\frac{T_{s2} + T_{s1}}{2} - T_r \right) \end{aligned}$$



Le volant thermique :

$$Q = \sum_{i=2}^4 \rho_i c_i e_i S \left(\frac{T_{s2i} + T_{s1i}}{2} - T_r \right)$$

Tableau 1 Volant thermique

Isolation	Température de référence	
	T_e	T_i
à l'extérieure	$8.229 \cdot 10^6 \text{ J}$	$-2.086 \cdot 10^6 \text{ J}$
à l'intérieure	$1.683 \cdot 10^6 \text{ J}$	$-8.632 \cdot 10^6 \text{ J}$
Différence	$6.546 \cdot 10^6 \text{ J}$	$6.546 \cdot 10^6 \text{ J}$

