SANS DOCUMENTS ! (Formulaire fourni à la fin)
Répondez à une seule des versions (française ou anglaise) et rendez le sujet (avec vos nom et prénom) avec votre copie.
Test de Frottement et Lubrification

31/03/2021, 08:30-09:30

Prénom : Nom : groupe :

Lubrification hydrodynamique

On s'intéresse ici à un viscosimètre (pour mesurer la viscosité d'un fluide, supposé incompressible et à viscosité constante) facile d'utilisation et assez précis, en particulier pour les fluides de faible viscosité. Il s'inspire du viscosimètre à chute de bille, figure 1 : connaissant la géométrie et la masse m de la bille, la mesure de la vitesse de chute U (une fois celle-ci stabilisée à une valeur constante) permet d'obtenir la valeur de la viscosité dynamique η.
On conçoit alors un viscosimètre en remplaçant la bille par une pièce de presque le même rayon R que le tube, mais avec des jeux au rayon (petits par rapport à R) h_1 et h_2, et une hauteur $2b$, figure 2.
On va analyser le comportement du dispositif en utilisant la théorie de la lubrification.

1. Problème simplifié

Pour commencer, on s'intéresse à un simple jeu constant h entre deux pièces, supposées de largeur très grande, avec comme pressions aux bords p_1 et p_2, figure 3.

Question 1.
En utilisant l'équation de Reynolds 1D, déterminer l'évolution de la pression $p(x)$, et donner son allure sur la figure 4.

Question 2.
En déduire l'expression de la vitesse dans le fluide, u, et de la contrainte de cisaillement sur la pièce du bas, τ.

Question 3.
En déduire l'expression du débit de fluide q par unité de largeur entre les pièces, ainsi que de la force tangentielle de frottement F_T par unité de largeur.

2. Problème considéré

Question 4.
On s'intéresse maintenant à la géométrie de la figure 2 (au centre), où on prendra le cas particulier où $h_1 = 2h_2$.
A partir des expressions des questions précédentes, *en faisant l'hypothèse que l'écoulement de Couette est négligeable devant celui de Poiseuille*, montrer que les expressions de la pression p^* au centre (en $x = b$, figure 2 à droite), du débit entre les pièces q^* et de la force tangentielle totale F_T^* sont de la forme :

$$p^* = cp_f$$

$$q^* = d\frac{p_f h_2^3}{\eta b}$$
$$F_T^* = e p_f h_2$$

où vous donnerez les constantes c, d et e.

Vous utiliserez les expressions précédentes de p^*, q^* et F_T^* dans la suite si nécessaire.

3. Performances du viscosimètre

Dans le nouveau viscosimètre, la pièce qui chute à la vitesse U est soumise à

- son poids $-mg\vec{x}$,
- la force due à la pression p_f,
- et une force latérale verticale due au cisaillement du fluide $T\vec{x}$ où $T > 0$.

Question 5.

Le débit de fluide entre les deux pièces est noté $Q\vec{x}$ où $Q > 0$. La conservation du volume total de fluide dans le viscosimètre permet de le relier à la vitesse U. En déduire l'expression de la viscosité η en fonction de U et p_f, et en particulier des constantes c, d, ou e précédentes.

Question 6.

En écrivant l'équilibre, et en *négligeant l'influence de T pour simplifier*, donner l'expression de la pression p_f.

Question 7.

Si on cherche à caractériser un fluide peu visqueux, par exemple de l'eau (de viscosité dynamique η = 0,001 Pa.s et de masse volumique ρ = 1000 kg/m^3), donner la valeur de la masse de la pièce mobile m , de la pression p_f et de sa vitesse U, avec

- rayon du tube R = 30 mm,
- masse volumique de la pièce mobile ρ_b = 7800 kg/m^3,
- constante de la pesanteur g = 9,81 m/s^2,
- hauteur b = 10 mm,
- épaisseur de film h_2 = 0,1 mm,
- et pour la géométrie considérée ici, on prendra c = 0,8 et d = 0,06.

Question 8.

Pour une durée nécessaire pour la mesure de vitesse de Δt = 4 s, donner les expressions et les valeurs numériques de

- la hauteur minimale L du tube,
- le volume V correspondant de fluide pour pouvoir faire la mesure.

Question 9.

On se propose de regarder le cas où il y a un désalignement de la pièce mobile, figure 5

Sans faire de calcul, mais en répondant de façon qualitative, que se passe-t-il avec ce défaut de positionnement ? (répondez en 1 ou 2 phrases uniquement).

NO DOCUMENTS ALLOWED! (Equation sheet added)
Answer to only one of the two versions (french or english) and return the text of the subject (with your first and last names) along with your answers.

Test of Friction and Lubrication

31/03/2021, 08:30-09:30

First name: Name: group:

Hydrodynamic lubrication

We are herein studying a viscometer (to measure viscosity of a fluid, assumed incompressible and with a constant viscosity) which should be easy to use and accurate, particularly for low viscosity fluids. It is inspired by the falling-ball viscometer, figure 1: Knowing geometry and ball mass m, the value of the falling velocity U (once stabilized to a constant value) allows one to obtain the value of the dynamic viscosity η.
We therefore design a viscometer by replacing the ball by a part with almost the same radius R as for the tube, its radial gaps h_1 and h_2 (small with respect to R), and a height $2b$, figure 2.
We will analyze the device behavior using lubrication theory.

1. Simplified problem

To start with, we consider the case of a simple uniform gap h between two solid parts assumed having a large width. The end pressures are p_1 and p_2, figure 3.

Question 1.
Using Reynolds 1D equation, obtain the evolution of the pressure $p(x)$, and depict it on figure 4.

Question 2.
Deduce the expression of the fluid velocity u, and the shear stress on lower part τ.

Question 3.
Deduce the expression of the fluid flow rate q per unit width, and of the frictional tangential force F_T per unit width.

2. Considered problem

Question 4.
We now focus on the geometry of figure 2 (center), with the particular case where $h_1 = 2h_2$.
Using previous expressions, *assuming that Couette flow is negligible with respect to Poiseuille flow*, show that the expressions for the central pressure p^* (at $x = b$, figure 2 right), for the fluid flow q^* and for the total tangential force F_T^* are of the form:

$$p^* = cp_f$$

$$q^* = d\frac{p_f h_2^3}{\eta b}$$

$$F_T^* = e p_f h_2$$

give the constants c, d and e.

You may use the previous expressions of p^*, q^* and F_T^* in the following if necessary.

3. Viscometer performance

For this new viscometer, the falling part is submitted to:

- its weight $-mg\vec{x}$,
- force due to pressure p_f,
- and a lateral vertical force due to fluid shearing $T\vec{x}$ where $T > 0$.

Question 5.
The fluid flow rate between the two parts is denoted with $Q\vec{x}$ where $Q > 0$. Total fluid volume conservation allows to relate it to the velocity U. Deduce the expression of the viscosity η as a function of U and p_f, and of the preceding constants c, d, or e.

Question 6.
Using the equilibrium, *and neglecting the influence of T to simplify*, give the expression of the pressure p_f.

Question 7.
If we intend to characterize a low viscous fluid, for instance water (whose dynamic viscosity is $\eta = 0{,}001$ Pa.s and specific density $\rho = 1000$ kg/m^3), give the value of the falling part mass m, of the pressure p_f and of the velocity U, when

- tube radius $R = 30$ mm,
- specific density of the material of the falling part $\rho_b = 7800$ kg/m^3,
- gravity constant $g = 9{,}81$ m/s^2,
- height $b = 10$ mm,
- film thickness $h_2 = 0{,}1$ mm,
- and for the considered geometry in this question, use $c = 0{,}8$ and $d = 0{,}06$.

Question 8.
Using a time duration for the velocity measure of $\Delta t = 4$ s, give the expressions and numerical values of

- the minimal tube height L,
- the corresponding fluid volume V to allow to perform the measurement.

Question 9.
We then have a look at the case with a misalignment of the falling part, figure 5
Without doing computation, and answering qualitatively, what happens with this alignment defect? (answer with 1 or2 sentences).

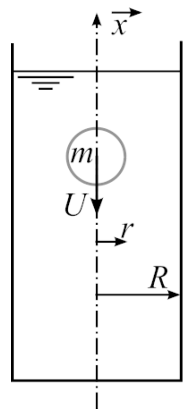

Figure 1. Principe du viscosimètre à chute de bille / Principle of the falling-ball viscometer

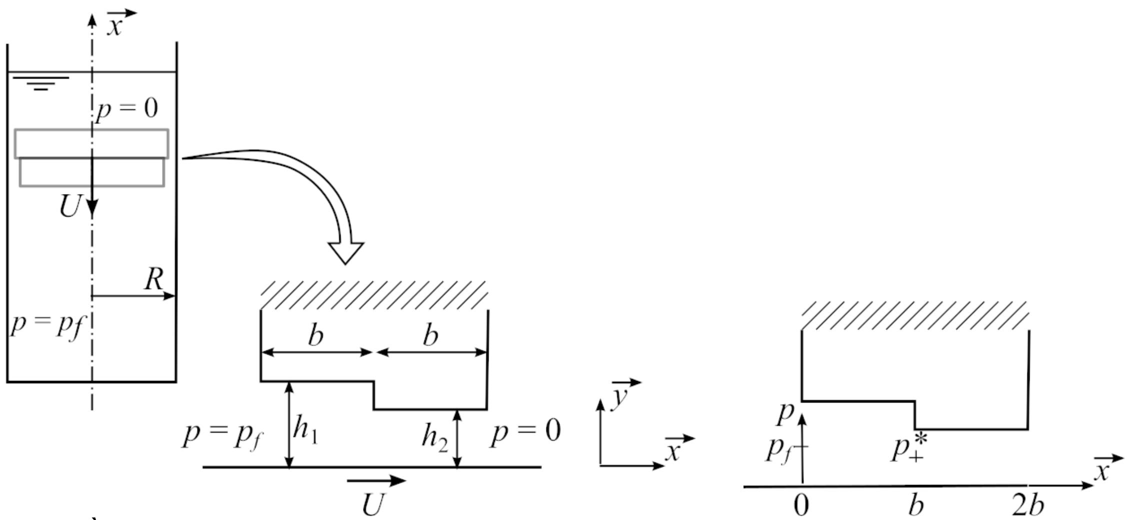

Figure 2. À gauche : principe du viscosimètre étudié / Left: principle of the studied viscometer
Au centre : zoom sur la géométrie au contact / Center: zoom on the contact geometry
À droite : Notations pour la pression / Right: Notations for pressure

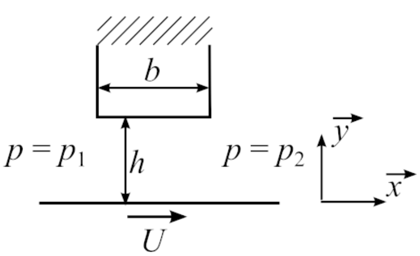

Figure 3. Problème intermédiaire de lubrification / Preliminary lubrication problem

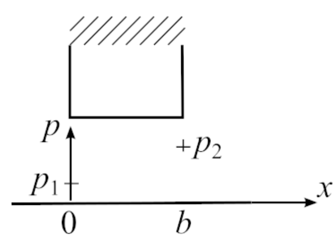

Figure 4. Allure de la pression / Pressure shape

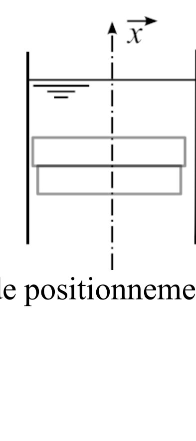

Figure 5. Défaut de positionnement / Centering defect

Formulaire

Équation de Reynolds 2D / 2D Reynolds equation

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho h\frac{U_1+U_2}{2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho h\frac{V_1+V_2}{2}\right)+\frac{\partial}{\partial t}(\rho h)$$

Profil de vitesse dans le cas 2D / Velocity profile for 2D case

$$u=\left(1-\frac{z}{h}\right)U_1+\frac{z}{h}U_2-\frac{1}{2\eta}\frac{\partial p}{\partial x}z(h-z)$$
$$v=\left(1-\frac{z}{h}\right)V_1+\frac{z}{h}V_2-\frac{1}{2\eta}\frac{\partial p}{\partial y}z(h-z)$$

Contraintes de cisaillement dans le cas 2D / Shear stresses for 2D case

$$\tau_{xz}=\eta\frac{\partial u}{\partial z}$$
$$\tau_{yz}=\eta\frac{\partial v}{\partial z}$$

Équation de Reynolds 1D / 1D Reynolds equation

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho h\frac{U_1+U_2}{2}\right)+\frac{\partial}{\partial t}(\rho h)$$

Profil de vitesse dans le cas 1D / Velocity profile for 1D case

$$u=\left(1-\frac{y}{h}\right)U_1+\frac{y}{h}U_2-\frac{1}{2\eta}\frac{\partial p}{\partial x}y(h-y)$$

Contrainte de cisaillement dans le cas 1D / Shear stress for 1D case

$$\tau=\eta\frac{\partial u}{\partial y}$$