

CLI 4CGU Ex.7 Chauffage et humidification de deux zones

Un système de chauffage et d'humidification par laveur permet de climatiser simultanément deux locaux dans des conditions intérieures différentes :

Local 1 : température intérieure sèche $\theta_{I1} = 22^\circ\text{C}$, humidité spécifique $r_{I1} = 0.004 \text{ kg}_v/\text{kg}_{as}$

gains sensibles $\dot{Q}_{s1} = -7 \text{ kW}$, gains latents $\dot{Q}_{l1} = -3.625 \text{ kW}$

température de soufflage $\theta_{s1} = 33^\circ\text{C}$.

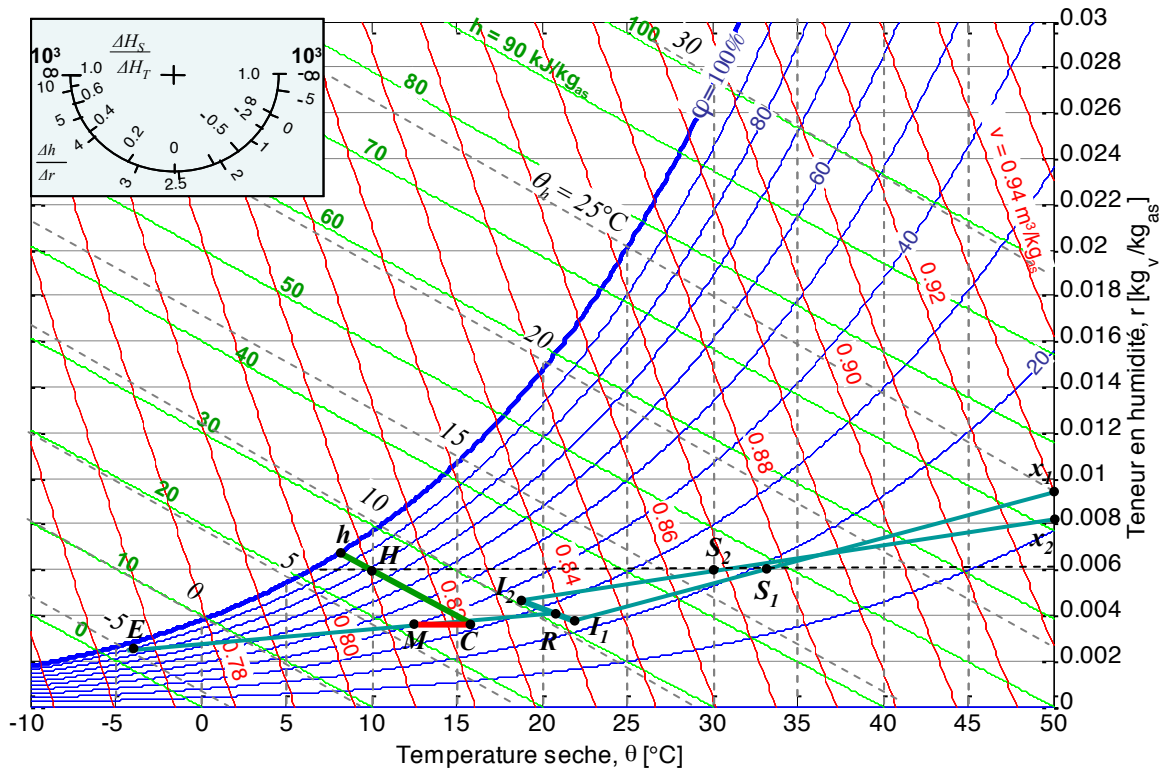
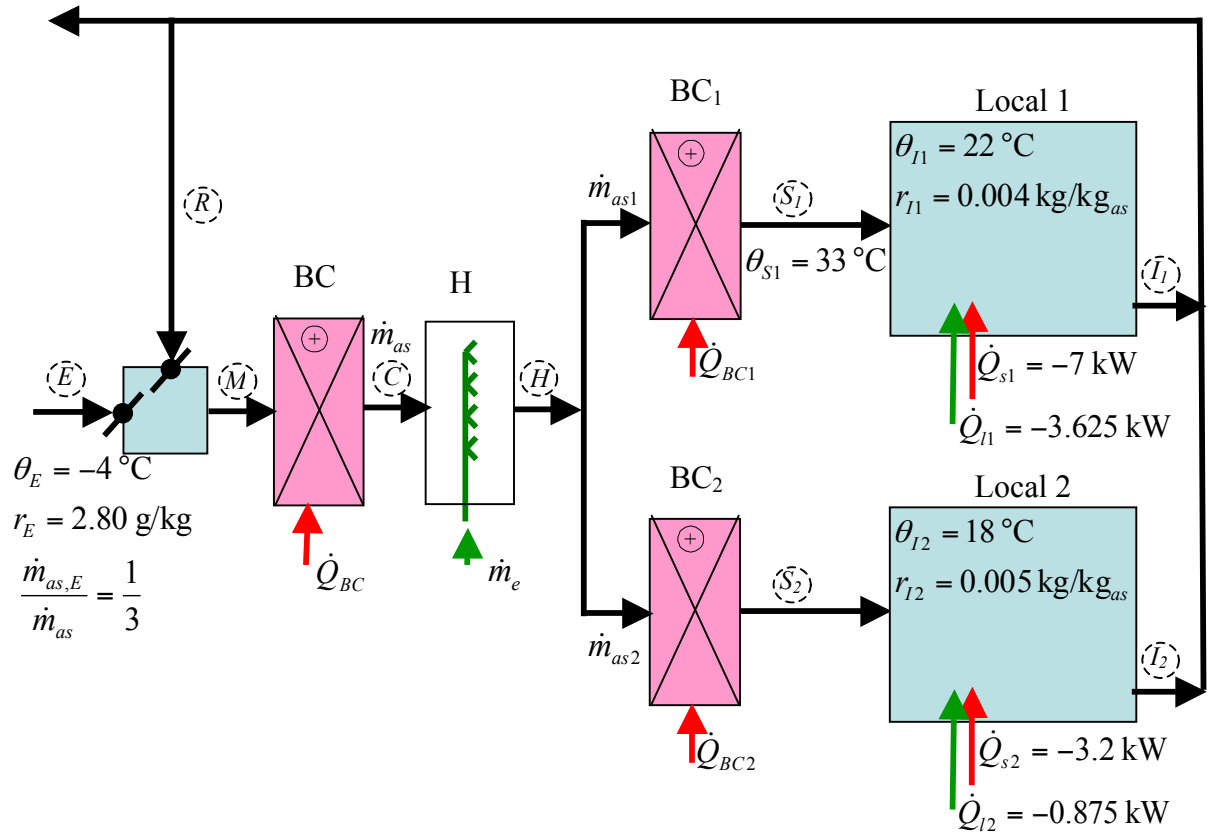
Local 2 : température intérieure sèche $\theta_{I2} = 18^\circ\text{C}$, humidité spécifique $r_{I2} = 0.005 \text{ kg}_v/\text{kg}_{as}$

gains sensibles $\dot{Q}_{s2} = -3.2 \text{ kW}$, gains latents $\dot{Q}_{l2} = -0.875 \text{ kW}$.

L'air extrait des deux locaux est en partie recyclé et mélangé à un débit d'air neuf, \dot{m}_{asE} . Le rapport entre le débit d'air neuf, \dot{m}_{asE} , et le débit total, \dot{m}_{as} , est de 1/3. Le mélange air recyclé – air neuf passe dans une batterie de préchauffage puis dans un laveur (efficacité 80%) et est ensuite réchauffé par des chauffages terminaux propre à chacun des locaux. Les caractéristiques de l'air extérieur sont $\theta_E = -4^\circ\text{C}$; $\varphi_E = 100\%$.

- 1) Représenter le schéma de principe de l'installation.
- 2) Déterminer les conditions de soufflage dans chacun des locaux, les différents débits mis en jeu, ainsi que les caractéristiques de l'air à la sortie des différents systèmes.
- 3) Calculer les puissances de préchauffage et de chauffage ainsi que le débit d'eau de l'humidificateur.

1) Schéma de principe



Droites de soufflage :

Local 1 :

$$\begin{aligned}r_{x1} &= r_{I1} + \frac{\dot{Q}_{I1}}{\dot{Q}_{s1}} \cdot \frac{c_{as}}{1_v} (\theta_x - \theta_{I1}) \\ &= 0.004 + \frac{-3.625}{-7} \cdot \frac{1}{2495} (50 - 22) \\ &= 0.0098 \text{ kg/kg}_{as}\end{aligned}$$

Local 2 :

$$\begin{aligned}r_{x2} &= r_{I2} + \frac{\dot{Q}_{I2}}{\dot{Q}_{s2}} \cdot \frac{c_{as}}{1_v} (\theta_x - \theta_{I2}) \\ &= 0.005 + \frac{-0.875}{-3.2} \cdot \frac{1}{2495} (50 - 18) \\ &= 0.0085 \text{ kg/kg}_{as}\end{aligned}$$

Points de soufflage :

$$S_1 = \{I_1 \quad x_1\} \cap \theta_1$$

$$h_{s1} = 49.5 \text{ kJ/kg}_{as}$$

$$r_{s1} = 0.0063 \text{ kg/kg}_{as}$$

Comme la teneur en humidité après le laveur ne change pas,

$$r_{s2} = r_{s1}$$

Le point de soufflage S_2 est :

$$S_2 = \{I_2 \quad x_2\} \cap r_{s2}$$

On lit sur le diagramme :

$$h_{s2} = 46.2 \text{ kJ/kg}_{as}$$

$$\theta_{s2} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$$

Débits massiques d'air sec de chaque local :

- local 1

$$\begin{aligned}\dot{m}_{as1} &= \frac{\dot{Q}_{s1} + \dot{Q}_{I1}}{h_{I1} - h_{s1}} \\ &= \frac{-7 - 3.625}{32.3 - 49.3} \\ &= 0.626 \text{ kg}_{as}/\text{s}\end{aligned}$$

ou,

$$\begin{aligned}\dot{m}_{as1} &= \frac{\dot{Q}_{s1}}{c_{as} (\theta_{I1} - \theta_{s1})} \\ &= \frac{-7 - 3.625}{1 \cdot (32.3 - 49.3)} \\ &= 0.636 \text{ kg}_{as}/\text{s}\end{aligned}$$

- local 2 :

$$\begin{aligned}\dot{m}_{as2} &= \frac{\dot{Q}_{s2} + \dot{Q}_{I2}}{h_{I2} - h_{s2}} \\ &= \frac{-3.2 - 0.875}{31.0 - 46.2} \\ &= 0.268 \text{ kg}_{as}/\text{s}\end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}\dot{m}_{as2} &= \frac{\dot{Q}_{s2}}{c_{as} (\theta_{I2} - \theta_{s2})} \\ &= \frac{-3.2}{1 \cdot (18 - 30)} \\ &= 0.267 \text{ kg}_{as}/\text{s}\end{aligned}$$

Débit massique total :

$$\begin{aligned}\dot{m}_{as} &= \dot{m}_{as1} + \dot{m}_{as2} \\ &= 0.625 + 0.268 \\ &= 0.893 \text{ kg}_{as}/\text{s}\end{aligned}$$

Air rejeté, point R : mélange d'air rejeté du local 1 et du local 2

$$\begin{aligned}\theta_R &= \frac{\theta_{I1} \dot{m}_{as1} + \theta_{I2} \dot{m}_{as2}}{\dot{m}_{as1} + \dot{m}_{as2}} \\ &= \frac{22 \times 0.625 + 18 \times 0.268}{0.625 + 0.268} \\ &= 20.8 \text{ }^\circ\text{C}\end{aligned}$$

$$r_R = \frac{r_{I1} \dot{m}_{as1} + r_{I2} \dot{m}_{as2}}{\dot{m}_{as1} + \dot{m}_{as2}}$$

$$= \frac{0.00 \times 0.625 + 0.005 \times 0.268}{0.625 + 0.268}$$

$$= 0.0043 \%$$

Mélange, point M :

$$\begin{cases} \frac{\dot{m}_{asE}}{\dot{m}_{as}} = \frac{1}{3} \\ \dot{m}_{as} = \dot{m}_{asE} + \dot{m}_{asR} \end{cases}$$

\Rightarrow

$$\frac{\dot{m}_{asE}}{\dot{m}_{asR}} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_M = \frac{\frac{\dot{m}_{asE}}{\dot{m}_{asR}} \theta_E + \theta_R}{\frac{\dot{m}_{asE}}{\dot{m}_{asR}} + 1}$$

$$= \frac{1/2 \times (-4) + 20.8}{1/2 + 1}$$

$$= 12.53 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$r_M = \frac{\frac{\dot{m}_{asE}}{\dot{m}_{asR}} r_E + r_R}{\frac{\dot{m}_{asE}}{\dot{m}_{asR}} + 1}$$

$$= \frac{1/2 \times 0.0028 + 0.0043}{1/2 + 1}$$

$$= 0.0038 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Sortie du laveur

$$r_H = r_{S1} = r_{S2} = 0.0063 \text{ kg/kg}_{as}$$

$$\varepsilon = \frac{r_H - r_M}{r_h - r_M}$$

\Rightarrow

$$r_h = r_M + \frac{r_H - r_M}{\varepsilon}$$

$$= 0.0038 + \frac{0.0063 - 0.0038}{0.80}$$

$$= 0.0069 \text{ kg/kg}_{as}$$

La température à la **sortie du laveur** se trouve à l'intersection de l'isenthalpe qui passe par h avec r_{S1} :

$$\theta_H = 10.2 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

La sortie de la batterie chaude est donnée par l'intersection entre l'isenthalpe qui passe par h et r_M :

$$\theta_C = 16.4 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

3)

Puissance de préchauffage :

$$\dot{Q}_{BC} = \dot{m}_{as} c_{as} (\theta_C - \theta_M)$$

$$= 0.893 \times 1 \times (16.4 - 12.53)$$

$$= 3.46 \text{ kW}$$

Puissance de chauffage local 1 :

$$\dot{Q}_{BC1} = \dot{m}_{as1} c_{as} (\theta_{S1} - \theta_H)$$

$$= 0.625 \times 1 \times (33.0 - 10.2)$$

$$= 14.25 \text{ kW}$$

Puissance de chauffage local 2 :

$$\dot{Q}_{BC2} = \dot{m}_{as2} c_{as} (\theta_{S2} - \theta_H)$$

$$= 0.268 \times 1 \times (30.0 - 10.2)$$

$$= 5.31 \text{ kW}$$

Débit d'eau de l'humidificateur :

$$\dot{m}_e = \dot{m}_{as} (r_H - r_C)$$

$$= 0.893 \times (0.0063 - 0.0038)$$

$$= 0.002232 \text{ kg/s} = 8.04 \text{ kg/h}$$

Résolution par l'algèbre linéaire

Bilan d'enthalpie des locaux :

$$\dot{m}_{as1} \begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & 1_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{S1} \\ r_{S1} \end{bmatrix} - \dot{m}_{as1} \begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & 1_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{I1} \\ r_{I1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_{s1} \\ \dot{Q}_{l1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{local 1}$$

$$\dot{m}_{as2} \begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & 1_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{S2} \\ r_{S2} \end{bmatrix} - \dot{m}_{as2} \begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & 1_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{I2} \\ r_{I2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_{s2} \\ \dot{Q}_{l2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{local 2}$$

De la 1^e équation :

$$\dot{m}_{as1} = \frac{\dot{Q}_{s1}}{c_{as}(\theta_{I1} - \theta_{S1})} = \frac{-7}{1 \cdot (22 - 33)} = 0.63636 \text{ kg/s}$$

De la 2^e équation :

$$r_{S1} = r_{I1} - \frac{\dot{Q}_{l1}}{\dot{m}_{as1} l_v} = 0.004 - \frac{-3.625}{0.63636 \cdot 2500} = 0.0062786 \text{ kg/kg}$$

Comme $r_{S2} = r_{S1}$, de la 4^e équation :

$$\dot{m}_{as2} = \frac{\dot{Q}_{l2}}{l_v(r_{I2} - r_{S2})} = \frac{-0.875}{2500 \cdot (0.005 - 0.0062786)} = 0.27374 \text{ kg/s}$$

De la 3^e équation :

$$\theta_{S2} = \theta_{I2} - \frac{\dot{Q}_{s2}}{\dot{m}_{as2} c_{as}} = 18 - \frac{-3.2}{0.27374 \cdot 1} = 29.69 \text{ °C}$$

Le débit total d'air sec est : $\dot{m}_{as} = \dot{m}_{as1} + \dot{m}_{as2} = 0.63636 + 0.27374 = 0.9101 \text{ kg/s}$

Le bilan pour le mélange entre I_1 et I_2 :

$$\dot{m}_{as1} \begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & 1_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ r_1 \end{bmatrix} + \dot{m}_{as2} \begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & 1_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_2 \\ r_2 \end{bmatrix} - \dot{m}_{as} \begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & 1_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_R \\ r_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

donne :

$$\theta_R = \frac{\dot{m}_{as1} \theta_{I1} + \dot{m}_{as2} \theta_{I2}}{\dot{m}_{as}} = \frac{0.63636 \cdot 22 + 0.27374 \cdot 18}{0.63636 + 0.27374} = 20.797 \text{ °C}$$

et

$$r_R = \frac{\dot{m}_{as1} r_{I1} + \dot{m}_{as2} r_{I2}}{\dot{m}_{as}} = \frac{0.63636 \cdot 0.004 + 0.27374 \cdot 0.005}{0.63636 + 0.27374} = 0.0043 \text{ kg/kg}$$

Le bilan pour le mélange entre R et E :

$$\dot{m}_{asE} \begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & 1_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_E \\ r_E \end{bmatrix} + \dot{m}_{asR} \begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & 1_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_R \\ r_R \end{bmatrix} - \dot{m}_{as} \begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & 1_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_M \\ r_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

donne :

$$\theta_M = \frac{\dot{m}_{asE} \theta_E + \dot{m}_{asR} \theta_R}{\dot{m}_{as}} = \frac{1/3 \cdot 0.9101 \cdot (-4) + 2/3 \cdot 0.9101 \cdot 20.797}{0.9101} = 12.53 \text{ } ^\circ\text{C}$$

et

$$r_M = \frac{\dot{m}_{asE} r_E + \dot{m}_{asR} r_R}{\dot{m}_{as}} = \frac{1/3 \cdot 0.9101 \cdot (0.0028) + 2/3 \cdot 0.9101 \cdot 0.0043}{0.9101} = 0.0038 \text{ kg/kg}$$

Les équations pour l'ensemble BC, H, BC_1, BC_2 :

$$\begin{aligned} \dot{m}_{as} c_{as} \theta_M - \dot{m}_{as} c_{as} \theta_C + \dot{Q}_{BC} &= 0 && \text{chauffage} \\ \dot{m}_{as1} c_{as} \theta_H - \dot{m}_{as1} c_{as} \theta_{S1} + \dot{Q}_{BC1} &= 0 && \text{réchauffage 1} \\ \dot{m}_{as2} c_{as} \theta_H - \dot{m}_{as2} c_{as} \theta_{S2} + \dot{Q}_{BC2} &= 0 && \text{réchauffage 2} \\ \left\{ \begin{array}{l} r_h = r_{h0} + f'_{\theta_{h0}} (\theta_h - \theta_{h0}) \\ c_{as} \theta_C + 1_v r_M = c_{as} \theta_H + 1_v r_{S1} \end{array} \right. &&& \begin{array}{l} \text{- courbe saturation } \varphi = 100\% \\ \text{- isenthalpe} \end{array} \\ \left[\begin{array}{l} \theta_H \\ r_{S1} \end{array} \right] = \varepsilon \left[\begin{array}{l} \theta_h \\ r_h \end{array} \right] + (1 - \varepsilon) \left[\begin{array}{l} \theta_C \\ r_M \end{array} \right] &&& \text{- point } H \text{ entre point } h \text{ et point } C \end{aligned}$$

humidif. adiab

Ce système d'équations a les inconnues $\theta_C, \theta_H, \theta_h, r_h, \dot{Q}_{BC}, \dot{Q}_{BC1}, \dot{Q}_{BC2}$. Sous forme matricielle il s'écrit :

$$\begin{bmatrix} -\dot{m}_{as} c_{as} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{m}_{as1} c_{as} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \dot{m}_{as2} c_{as} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -f'_{\theta_{h0}} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ c_{as} & -c_{as} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon - 1 & 1 & -\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\varepsilon & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_C \\ \theta_H \\ \theta_h \\ r_h \\ \dot{Q}_{BC} \\ \dot{Q}_{BC1} \\ \dot{Q}_{BC2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{m}_{as} c_{as} \theta_M \\ \dot{m}_{as1} c_{as} \theta_{S1} \\ \dot{m}_{as2} c_{as} \theta_{S2} \\ r_{h0} - f'_{\theta_{h0}} \theta_{h0} \\ -1_v r_M + 1_v r_{S1} \\ 0 \\ -r_{S1} + (1 - \varepsilon) r_M \end{bmatrix}$$

où $\dot{m}_{as} = 0.9191 \text{ kg/s}$, $\dot{m}_{as1} = 0.63636 \text{ kg/s}$, $\dot{m}_{as2} = 0.27374 \text{ kg/s}$,

$\theta_{S1} = 33 \text{ } ^\circ\text{C}$, $r_{S1} = 0.0062786 \text{ kg/kg}$, $\theta_{S2} = 29.69 \text{ } ^\circ\text{C}$, $\theta_M = 12.53 \text{ } ^\circ\text{C}$, $r_M = 0.0038 \text{ kg/kg}_{as}$,
 $\varepsilon = 0.8$,

$\theta_{h0} = \theta_M = 12.53 \text{ } ^\circ\text{C}$, $r_{h0} = r_M = 0.0038 \text{ kg/kg}_{as}$,

$$f'(\theta_h) = \frac{df(\theta_h)}{d\theta_h} = \frac{d}{d\theta_h} \left(\frac{M_v}{M_{as}} \frac{p_{vs}}{p - p_{vs}} \right) = \frac{M_v}{M_{as}} p \frac{2.51354 \cdot 10^6 e^{\frac{17.2694 \theta}{\theta + 238.3}}}{(\theta + 238.3)^2 \left(p - 610.78 e^{\frac{17.2694 \theta}{\theta + 238.3}} \right)^2}$$

n°	θ_C [°C]	θ_H [°C]	θ_h [°C]	r_h [g/kg]	\dot{Q}_{BC} [kW]	\dot{Q}_{BC1} [kW]	\dot{Q}_{BC2} [kW]
1	16.62	10.44	8.89	6.8982	3.76	14.36	5.27
2	16.28	10.10	8.55	6.8982	3.45	14.57	5.36

graf. 16.4 10.2 8.51 6.9 3.46 14.25 5.31

```
clear all, clc
```

```
p = 101325;      %[Pa] pression
Mv = 18.01528;    % masse molaire vapeur [kmole]
Mas= 28.9645;    % masse molaire air sec [kmole]
%Ex7ChHum2Zones Chuaffage et deshumidiffication 2 zones
```

```
p = 101325;      %[Pa] pression
Mv = 18.01528;    % masse molaire vapeur [kmole]
Mas= 28.9645;    % masse molaire air sec [kmole]
R = 8320;          % constante des gaz parfaits [J/(kmole*K)]
ca = 1; lv = 2495; hv = 2500;
```

```
ma = 0.9191; ma1 = 0.63636; ma2 = 0.27374;
thS1 = 33; rS1 = 0.0062786; thS2 = 29.69;
thM = 12.53; rM = 0.0038;
eps = 0.8;
```

```
thh0 = thM
```

```
del_th = 2;
```

```
['thC    thH thh rh    QBC QBC1    QBC2']
```

```
while del_th > 0.1
```

```
    expth = exp(17.2694*thh0/(thh0 + 238.3));
```

```
    pvs = 610.78*expth;
```

```
    rh0 = Mv/Mas*pvs/(p - pvs);
```

```
    fp = Mv/Mas*p*2.51354e6*expth/((thh0 + 238.3)^2*(p - 610.78*expth)^2);
```

```
    A = [-ma*ca      0    0    0    1    0    0;...
```

```
        0      ma1*ca 0    0    0    1    0;...
```

```
        0      ma2*ca 0    0    0    0    1;...
```

```
        0            0    -fp 1    0    0    0;...
```

```
        ca    -ca      0    0    0    0    0;...
```

```
        eps-1      1 -eps 0    0    0    0;...
```

```
        0            0    0 -eps 0    0    0];
```

```
    bx = [-ma*ca*thM ma1*ca*thS1 ma2*ca*thS2 rh0-fp*thh0 -lv*rM+lv*rS1 0 -rS1+(1-eps)*rM]';
```

```
    x = inv(A)*bx;
```

```
    x'
```

```
del_th = abs(thh0 - x(3));
```

```
    thh0 = x(3);  
end
```