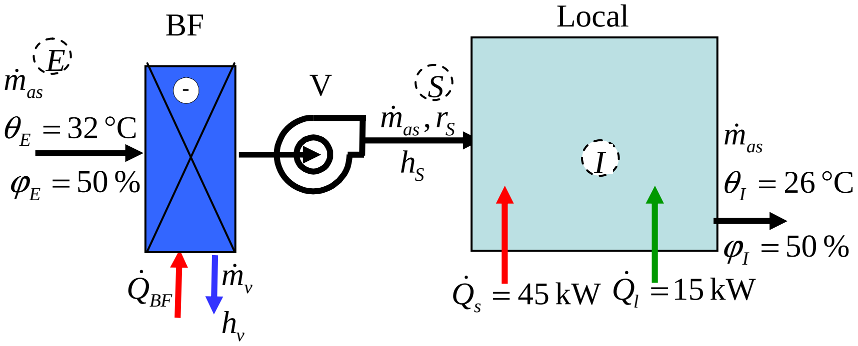
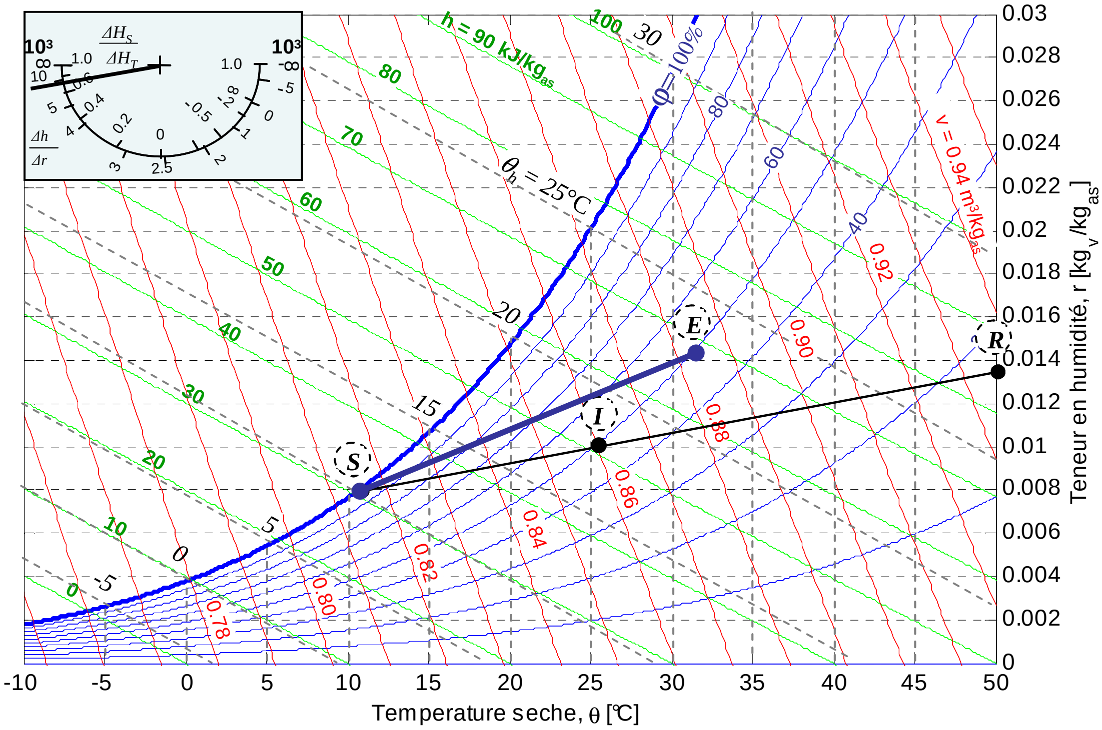
CLI 4CGU Ex. 7.6 Refroidissement et déshumidification

Un système de climatisation d'été, comprenant une batterie humide, traite l'air d'un local afin d'y maintenir les conditions intérieures $\theta_I = 26\,°\text{C}$, $\varphi_I = 50\,\%$. Les conditions climatiques extérieures sont $\theta_E = 32\,°\text{C}$, $\varphi_E = 50\,\%$. Les chaleurs sensibles et latentes du local sont respectivement $\dot{Q}_s = 45\,\text{kW}$ et $\dot{Q}_l = 15\,\text{kW}$.

1[er] cas : tout air neuf





1) la batterie a un facteur de by-pass nul, $b = 0$. ***Calculer le débit massique d'air sec,*** $\dot{m}_{as}$, ***et la puissance frigorifique de la batterie,*** $\dot{Q}_F$ ***, et la température du fluide frigorigène,*** θ_h ***.***

Solution :

Point *I* :

$\theta_I = 26\,°\text{C}$, $\varphi_I = 50\,\%$ ➔ $r_I = 0.01050\,\text{kg/kg}_{as}$ $h_I = 52.92\,\text{kJ/kg}_{as}$

Point *E* :

$\theta_E = 32\,°\mathrm{C}$, $\varphi_E = 50\,\%$ ➔ $r_E = 0.01495\,\mathrm{kg/kg}_{as}$ $h_E = 70.47\,\mathrm{kJ/kg}_{as}$

Droite de soufflage :

En utilisant un point éloigné du point *I*

$\theta_R = 50\,°\mathrm{C}$

$$r_R = r_I + \frac{\dot{Q}_l}{\dot{Q}_s} \cdot \frac{\mathrm{c}_{as}}{\mathrm{l}_v}(\theta_R - \theta_I)$$

$$= 0.01050 + \frac{15}{45}\frac{1}{2495}(50-26)$$

$$= 0.0137\,\mathrm{kg/kg}_{as}$$

ou pente de la droite de soufflage sur le rapporteur :

$$\frac{\Delta H_s}{\Delta H_T} = \frac{45}{45+15} = 0.75$$

Le facteur de by-pass de la batterie froide étant nul, $b = 0$, l'air à la sortie de la batterie peut avoir la teneur en humidité $\varphi_S = 100\,\%$. Il en résulte

la température du fluide frigorigène :

$\theta_h = \theta_S = 11.7\,°\mathrm{C}$; $h_S = 33.4\,\mathrm{kJ/kg}_{as}$

Le débit massique d'air sec est :

$$\dot{m}_{as} = \frac{\dot{Q}_s + \dot{Q}_l}{h_I - h_S} = \frac{45+15}{52.9-33.4} = 3.093\,\mathrm{kg}_{as}/\mathrm{s}$$

La puissance de la batterie froide (c. à d. la source de froid pour la batterie) :

$\dot{m}_{as} h_E + \dot{Q}_{BF} = \dot{m}_{as} h_S + \dot{m}_{eau} h_{eau}$;

$h_{eau} = c_{eau}\,\theta_{eau}$; $c_{eau} = 4.18\ \mathrm{kJ/kg\ K}$; $\theta_{eau} = \theta_h = 11.7°\mathrm{C}$; $h_{eau}\big|_{\theta_h = 11.7°C} = 46.31\,\mathrm{kJ/kg}$

$$\dot{Q}_{BF} = \dot{m}_{as}\left[(h_S - h_E) - (r_S - r_E)h_{eau}\right] = 3.093\left[(33.4-70.47) - (8.57-14.9)\cdot 10^{-3}\cdot 46.31\right]$$
$$= -113.75\,\mathrm{kW}$$

A comparer avec la variation de l'enthalpie de l'air au passage par la batterie froide :

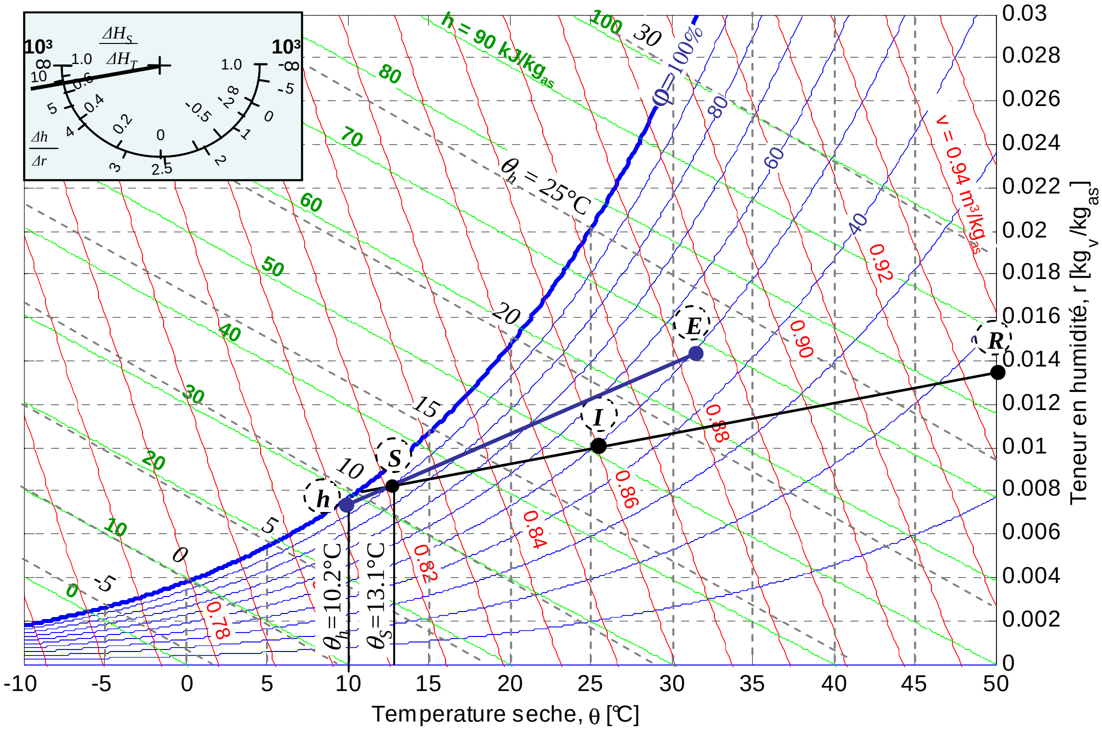
$$\Delta\dot{H}_{ES} = \dot{m}_{as}(h_S - h_E) = 3.093(33.4-70.47) = -114.66\ \mathrm{kW}$$

- dont enthalpie sensible :

$$\Delta\dot{H}_{ESs} = \dot{m}_{as}(\theta_S - \theta_E) = 3.093(11.7-32) = -62.79\ \mathrm{kW}$$

- enthalpie latente :

$$\Delta\dot{H}_{ESl} = \dot{m}_{as} h_v (r_S - r_E) = 3.093\cdot 2500\cdot(8.5-14.9)\cdot 10^{-3} = -49.49\ \mathrm{kW}$$



2) le débit massique d'air sec est donné, $\dot{m}_{as} = 3.5\,\text{kg}_{as}/\text{s}$, calculer le facteur de by-pass, b, et la puissance frigorifique de la batterie, $\dot{Q}_{BF}$, et la température du fluide frigorigène, θ_h.

Solution :

Température de soufflage résulte du bilan sensible sur le local :

$$\dot{Q}_s = \dot{m}_{as} c_{as}(\theta_I - \theta_S) \Rightarrow \theta_S = \theta_I - \frac{\dot{Q}_s}{\dot{m}_{as} c_{as}} = 26 - \frac{45}{3.5 \cdot 1} = 13.1\,°\text{C}$$

On lit sur le diagramme la température de la batterie froide : $\theta_h = 10.2\,°\text{C}$; $h_h = 30\,\text{kJ/kg}_{as}$

Le facteur de by-pass :

$$b = \frac{\theta_S - \theta_h}{\theta_E - \theta_h} = \frac{13.1 - 10.2}{32 - 10.2} = 0.133$$

La puissance frigorifique de la batterie froide :

$$\dot{m}_{as} h_E + \dot{Q}_{BF} = \dot{m}_{as} h_S + \dot{m}_{eau} h_{eau} \;;$$

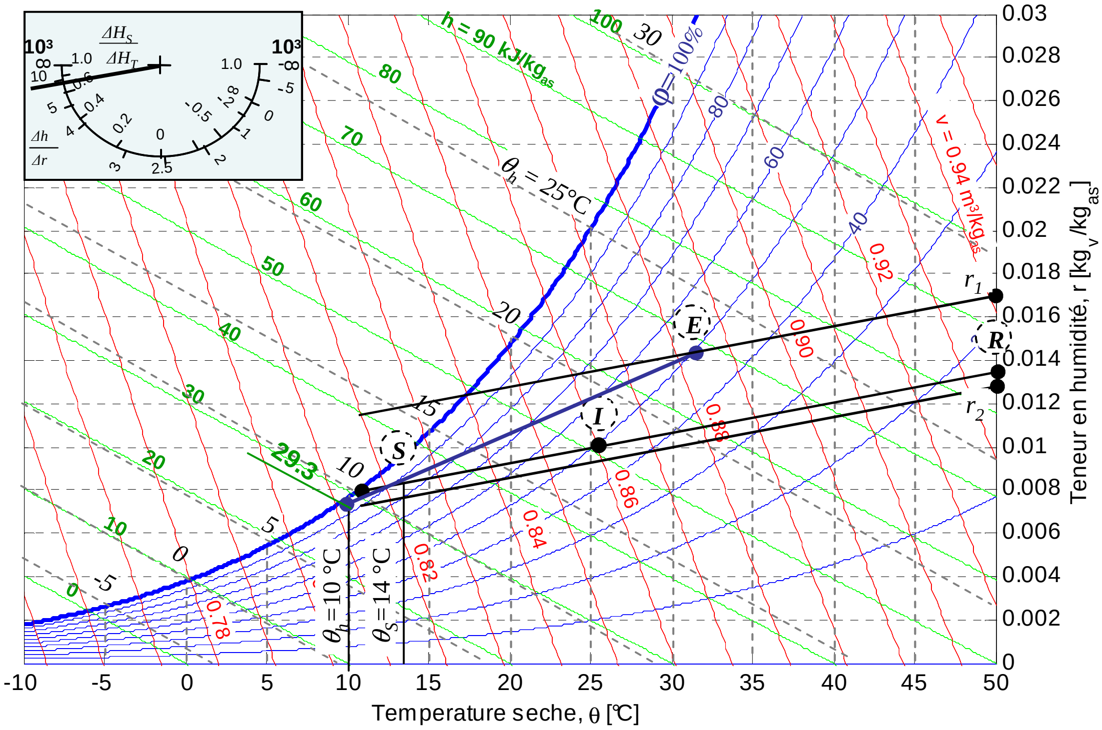
pour $\theta_h = 10.2°\text{C}$, $h_{eau} = 4.19\text{kJ/(kg K)} \times 10.2\,°\text{C} = 42.7\text{kJ/kg}$

$$\dot{Q}_{BF} = \dot{m}_{as}\left[(h_S - h_E) - (r_S - r_E)h_v\right] = 3.5\left[(33.4 - 70.47) - (8.57 - 14.9)\cdot 10^{-3} \cdot 42.7\right] = -128.8\,\text{kW}$$

A comparer avec la puissance froide reçue par l'air :

$$\Delta \dot{H}_{ES} = \dot{m}_{as}(h_S - h_E) = 3.5(33.5 - 70.5) = -129.75\,\text{kW}$$

Remarquer que la puissance de la batterie froide est la même pour des facteurs de by-pass différents, mais sa température est différente.



3) la batterie a un facteur de by-pass donné, $b = 0.16$***, calculer*** $\dot{m}_{as}$ ***et*** $\dot{Q}_F$.

Solution :

On sait que le point à la sortie de la batterie froide est un mélange d'air extérieur et d'air saturé, donc il se trouve sur une droite qui réunis le point *E* et un point *h* (inconnu) sur la courbe de saturation ($\varphi = 100\ \%$). Comme le point à la sortie de la batterie froide est le point de soufflage *S*, il doit être aussi sur la droite de soufflage.

Le point de la sortie de la batterie froide, *S*, sera donc sur une droite qui passe par *E*, arrive sur la courbe de saturation ($\varphi = 100\ \%$) et qui est divisée par la droite de soufflage dans un rapport qui dépend du facteur de by-pass.

Conformément au théorème de Thales, trois droites parallèles coupent tous les sécantes dans le même rapport. Comme nous connaissons le rapport (qui est donnée par le facteur de by-pass, *b*), nous construisons trois parallèles qui respectent se rapport en utilisant une droite sur le diagramme de l'air humide (θ, *r*, *h*). Considérons la droite $\theta = 50\,°\mathrm{C}$ comme une des sécantes. On construit une parallèle à la droite de soufflage qui passe par *E*. En utilisant le facteur *b* et la sécante $\theta = 50\,°\mathrm{C}$, nous construisons une autre parallèle à la droite de soufflage. L'intersection entre cette dernière droite et la courbe se saturation donne le point *h*.

L'intersection de la droite passant par *E* et parallèle à la droite de soufflage avec la droite de température constante $\theta = 50\,°\mathrm{C}$ donne :

$$r_1 = 0.0174\ \mathrm{kg/kg}_{as}$$

Le point *h* se trouve sur la droite parallèle à la droite de soufflage qui divise la droite de la batterie froide SE dans le rapport

$$b = \frac{r_R - r_2}{r_1 - r_2}$$

Comme $r_R = 0.0137\,\text{kg/kg}_{as}$, on obtient :

$$r_2 = \frac{r_R - b r_1}{1 - b} = \frac{0.0136 - 0.16 \times 0.0174}{1 - 0.16}$$
$$= 0.0129\,\text{kg/kg}_{as}$$

En lisant sur le diagramme, on obtient

$\theta_h = 10\,°\text{C}$; $r_h = 7.64 \cdot 10^{-3}$ kg/kg

$h_h = 29.3\,\text{kJ/kg}_{as}$;

Le point de soufflage se trouve à l'intersection entre la droite liant les points *h* et *E* et la droite de soufflage. On détermine sur le diagramme :

$\theta_S = 14\,°\text{C}$; $r_S = 9.07 \cdot 10^{-3}$ kg/kg

$h_S = 37\,\text{kJ/kg}_{as}$

Du bilan sensible du local,

$$\dot{m}_{as} \mathrm{c}_{as} (\theta_I - \theta_S) = \dot{Q}_s$$

on obtient le **débit massique** :

$$\dot{m}_{as} = \frac{\dot{Q}_s}{\mathrm{c}_{as}(\theta_I - \theta_S)} = \frac{45}{1(26-14)} = 3.75\,\text{kg}_{as}/\text{s}$$

La puissance sensible de la batterie froide est :

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{BF} &= \dot{m}_{as}\left[(h_S - h_E) - (r_S - r_E) h_v\right] \\ &= 3.75 \cdot \left[(37 - 70.5) - (8.57 - 14.9) \cdot 10^{-3} \cdot 42.7\right] \\ &= -124.61\,\text{kW}\end{aligned}$$

A comparer avec la puissance froide reçue par l'air :

$\dot{Q}_{ES} = \dot{m}_{as}(h_S - h_E) = 3.75 \times (37 - 70.5) = -125.6\,\text{kW}$ dont :S

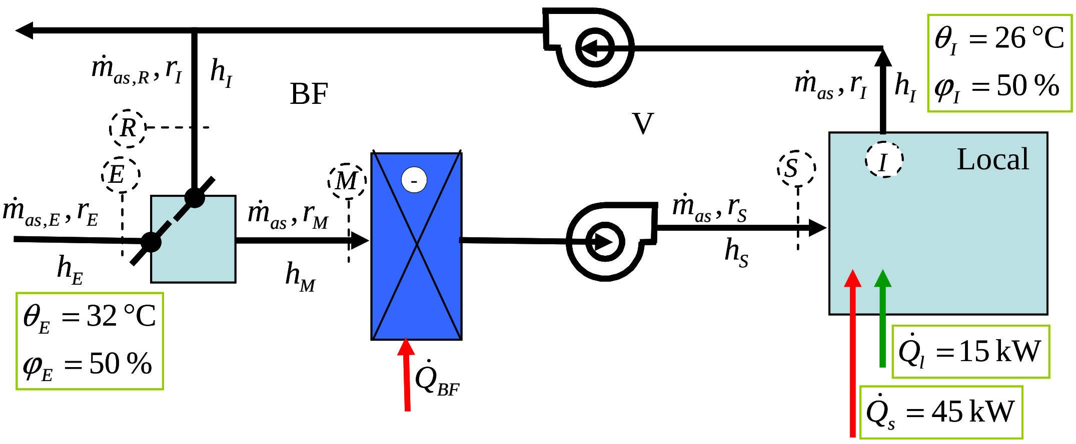
sensible : $\dot{Q}_{ESs} = \dot{m}_{as} c_a (\theta_S - \theta_E) = 3.75 \times 1 \times (14 - 32) = -67.5$ kW

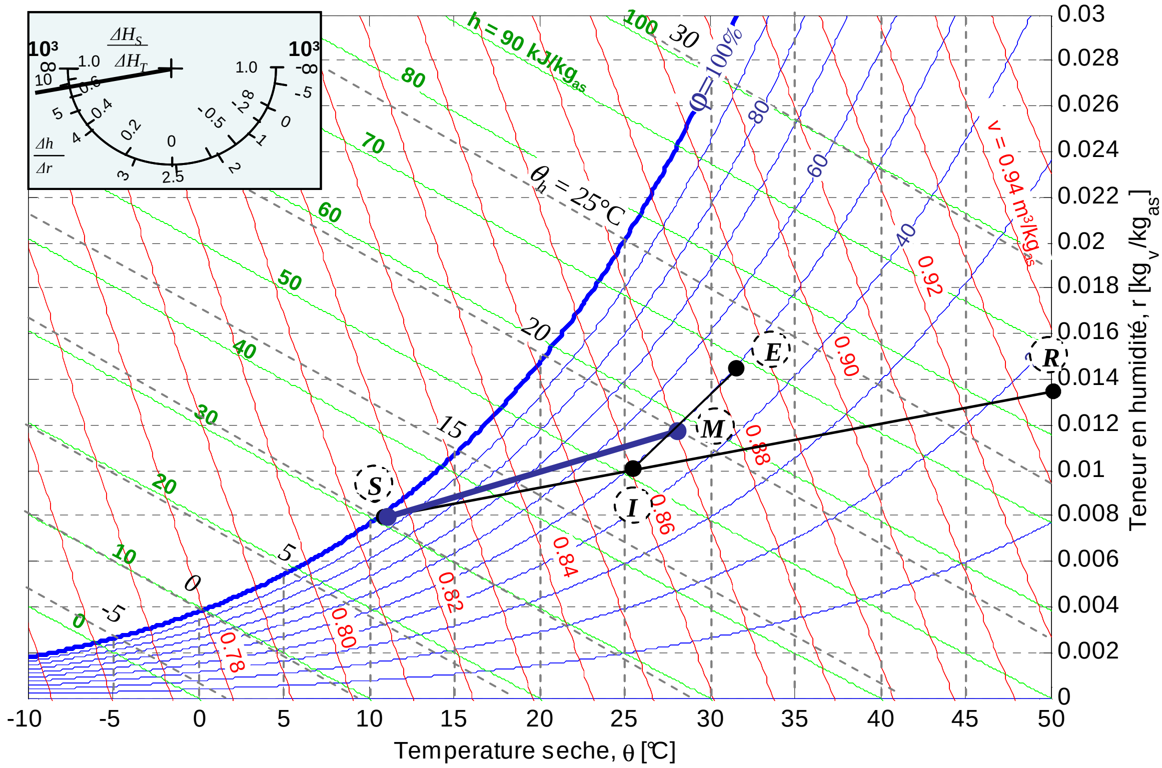
latente : $\dot{Q}_{ESl} = \dot{m}_{as} l_v (r_S - r_E) = 3.75 \times 2500 \times (9.07 - 14.95) \cdot 10^{-3} = -55.1\,\text{kW}$

2e cas : recyclage

Une partie de l'air intérieur est maintenant recyclé. Le débit volumique d'air neuf est $\dot{V}_E = 3000\,\mathrm{m^3/h}$. Traiter les trois situations du premier cas.

$\dot{V}_E = 3000\,\mathrm{m^3/h} = 0.8333\,\mathrm{m^3/s}$





1) ***la batterie a un facteur de by-pass nul,*** $b = 0$. ***Calculer le débit massique d'air sec,*** $\dot{m}_{as}$, ***et la puissance frigorifique de la batterie,*** $\dot{Q}_F$.

Solution :

$b = 0$

$v_E\big|_{\theta=32°C,\varphi=50\%} = 0.8848\,\mathrm{m^3/kg}$

$$\dot{m}_E = \frac{\dot{V}_E}{v_E} = \frac{0.8333}{0.8848} = 0.94179 \text{ kg/s}$$

Le débit massique d'air sec introduit dans le local est le même qu'auparavant (les conditions dans local son inchangées).

$$\dot{m}_{as,R} = \dot{m}_{as} - \dot{m}_{as,E} = 3.093 - 0.9418 = 2.1512 \text{ kg}_{as}\text{/s}$$

$$\theta_M = \frac{\dot{m}_{as,E}\theta_E + \dot{m}_{as,R}\theta_I}{\dot{m}_{as,E} + \dot{m}_{as,R}} = \frac{0.9418 \times 32 + 2.151 \times 26}{0.9418 + 2.151} = 27.8\,°\text{C}$$

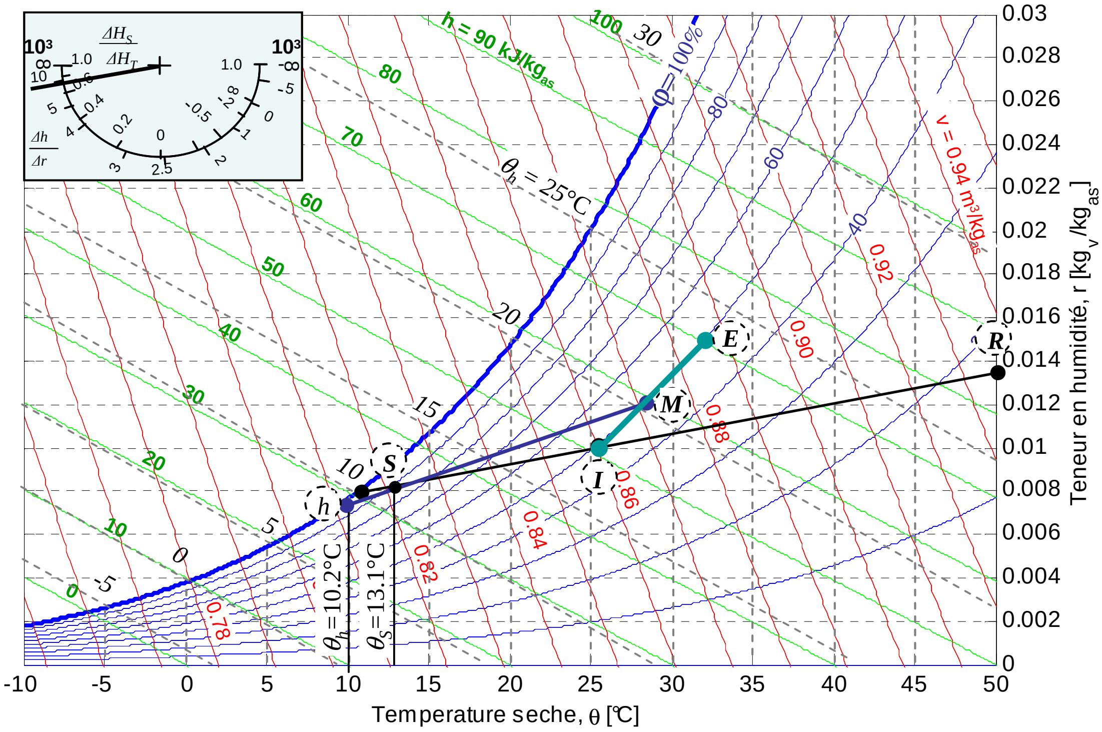
$$h_M = \frac{\dot{m}_{as,E}h_E + \dot{m}_{as,R}h_I}{\dot{m}_{as,E} + \dot{m}_{as,R}} = \frac{0.9418 \times 32 + 2.1512 \times 26}{0.9418 + 2.1512} = 58.2 \text{ kJ/kg}_{as}$$

La puissance frigorifique sensible de la batterie froide :

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{BF} &= \dot{m}_{as}\left[(h_S - h_M) - (r_S - r_M)h_{eau}\right] = 3.093\left[(33.4 - 58.2) - (8.57 - 11.9) \cdot 10^{-3} \cdot 42.7\right] \\ &= -76.2 \text{ kW}\end{aligned}$$

A comparer avec la puissance froide reçue par l'air :

$$\dot{Q}_{SM} = \dot{m}_{as}(h_S - h_M) = 3.093 \times (33.5 - 58.2) = -76.4 \text{ kW}$$



2) le débit massique d'air sec est donné, $\dot{m}_{as} = 3.5\,\text{kg}_{as}/\text{s}$***, calculer le facteur de by-pass,*** b***, et la puissance frigorifique de la batterie,*** $\dot{Q}_F$ ***.***

Solution :

$\dot{m}_{as} = 3.5\,\text{kg}_{as}/\text{s}$, $\dot{m}_{as,R} = 0.9418\,\text{kg}_{as}/\text{s}$; $\dot{m}_{as,R} = \dot{m}_{as} - \dot{m}_{as,E} = 3.5 - 0.9418 = 2.552\,\text{kg}_{as}/\text{s}$

Il en résulte le point de mélange :

$$h_M = \frac{\dot{m}_{as,E} h_E + \dot{m}_{as,R} h_I}{\dot{m}_{as,E} + \dot{m}_{as,R}} = \frac{0.9418 \times 70.47 + 2.552 \times 52.92}{0.9418 + 2.552} = 57.55\,\text{kJ/kg}_{as}$$

$$\theta_M = \frac{\dot{m}_{as,E} \theta_E + \dot{m}_{as,R} \theta_I}{\dot{m}_{as,E} + \dot{m}_{as,R}} = \frac{0.9418 \times 32 + 2.552 \times 26}{0.9418 + 2.552} = 27.6\,°\text{C} \;;\; r_M = 0.0117\ \text{kg}_{as}/\text{kg}$$

A l'intersection de la droite de la batterie froide MS avec $\varphi = 100\,\%$ on lit :

$\theta_h = 11.5\,°\text{C}$**;** $h_h = 33\,\text{kJ/kg}_{as}$

Le facteur de by-pass :

$$b = \frac{\theta_S - \theta_h}{\theta_M - \theta_h} = \frac{13 - 11.5}{27.6 - 11.5} = 0.094$$

La puissance frigorifique sensible de la batterie froide :

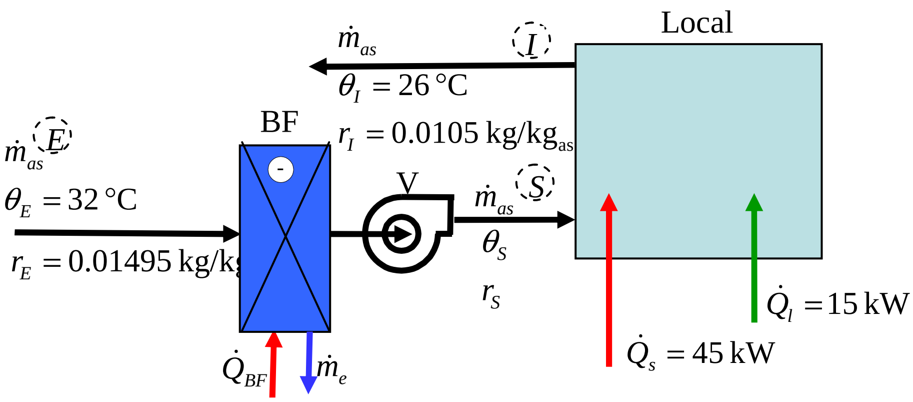
$$\dot{Q}_{BF} = \dot{m}_{as}\left[(h_S - h_M) - (r_S - r_M) h_{eau}\right] = 3.5\left[(33.4 - 57.55) - (8.57 - 11.7) \cdot 10^{-3} \cdot 42.7\right]$$
$$= -84.06\ \text{kW}$$

A comparer avec la puissance frigorifique dans le cas où il n’y a pas de recyclage.

Approche par l'algèbre linéaire

1er cas : tout air neuf

1) la batterie a un facteur de by-pass nul, $b = 0$. Calculer le débit massique d'air sec, $\dot{m}_{as}$, et la puissance frigorifique de la batterie, $\dot{Q}_F$.



En écrivant le bilan d'enthalpie sur le local et pour la batterie de refroidissement, on obtient :

$$\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_s \\ \dot{Q}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{local}$$

$$\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_E \\ r_E \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_{BRs} \\ \dot{Q}_{BRl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{batterie froide}$$

$$r_S = r_{S0} + f'(\theta_{S0})(\theta_S - \theta_{S0}) \;\rightarrow\; \dot{m}_{as} r_S = \dot{m}_{as} r_{S0} + \dot{m}_{as} f'(\theta_{S0})(\theta_S - \theta_{S0})$$

où

$$r_h = f(\theta_h) = \frac{M_v}{M_{as}}\frac{p_{vs}}{p - p_{vs}},$$

avec $M_v = 18$ kg/kmol, $M_{as} = 28.9645$ kg/kmol, $p = 101.325 \cdot 10^3$ Pa

$$f'(\theta_h) \equiv \frac{df(\theta_h)}{d\theta_h} = \frac{d}{d\theta_h}\left(\frac{M_v}{M_{as}}\frac{p_{vs}}{p - p_{vs}}\right) = \frac{M_v}{M_{as}}\, p \frac{2.51354 \cdot 10^6 e^{\frac{17.2694\,\theta}{\theta + 238.3}}}{(\theta + 238.3)^2\left(p - 610.78 e^{\frac{17.2694\,\theta}{\theta+238.3}}\right)^2}$$

$$p_{vs} = 610.78 \exp\left(\frac{17.2694\,\theta_h}{\theta_h + 238.3}\right) \text{ [Pa]}$$

Connues : $c_{as} = 1$ kJ/kg , $l_v = 2\,495$ kJ/kg, $p = 101\,325$ Pa

$\theta_E = 32°C$, $r_E\big|_{\theta_I = 32°C;\, \varphi = 50\%} = 14.95 \cdot 10^{-3}$ kg/kg$_{as}$

$\theta_I = 26°C$, $r_I\big|_{\theta_I = 26°C;\, h_I = 52.92 kJ/kg} = 10.5 \cdot 10^{-3}$ kg/kg$_{as}$

$\dot{Q}_s = 45$ kW, $\dot{Q}_l = 15$ kW

Inconnues : $\dot{m}_{as}\theta_S$, $\dot{m}_{as}r_S$, $\dot{Q}_{BRs}$, $\dot{Q}_{BRl}$, $\dot{m}_{as}$

Le système des équations s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} c_{as} & 0 & 0 & 0 & -c_{as}\theta_I \\ 0 & l_v & 0 & 0 & -l_v r_I \\ -c_{as} & 0 & 1 & 0 & c_{as}\theta_E \\ 0 & -l_v & 0 & 1 & l_v r_E \\ -f'(\theta_{S0}) & 1 & 0 & 0 & -r_{S0} + f'(\theta_{S0})\,\theta_{S0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{m}_{as}\theta_S \\ \dot{m}_{as}r_S \\ \dot{Q}_{BRs} \\ \dot{Q}_{BRl} \\ \dot{m}_{as} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{Q}_s \\ -\dot{Q}_l \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

On considère initialement :

$\theta_{S0} = 15°\text{C}$ (température de rosée du point *I*) ;

il en résulte : $r_{S0} = 10.603$ g/kg, $f'(\theta_{S0}) = 0.66871 \cdot 10^{-3}$ K^{-1}

En résolvant le système des équations, on obtient :

$\theta_S = 12.06°\text{C}$ **;** $r_S = 8.63 \cdot 10^{-3}$ kg/kg ;

$\dot{Q}_{BRs} = -64.37$ kW ; $\dot{Q}_{BRl} = -50.84$ kW ;

$\dot{m}_{as} = 3.228$ kg/s

1$^{\text{er}}$ itération : on considère

$\theta_{S0} = 12°\text{C}$ (température de rosée du point *I*) ;

il en résulte : $r_{S0} = 8.70$ g/kg, $f'(\theta_{S0}) = 0.563 \cdot 10^{-3}$ K^{-1}

En résolvant le système des équations, on obtient :

$\theta_S = 11.84°\text{C}$ **;** $r_S = 8.60 \cdot 10^{-3}$ kg/kg ;

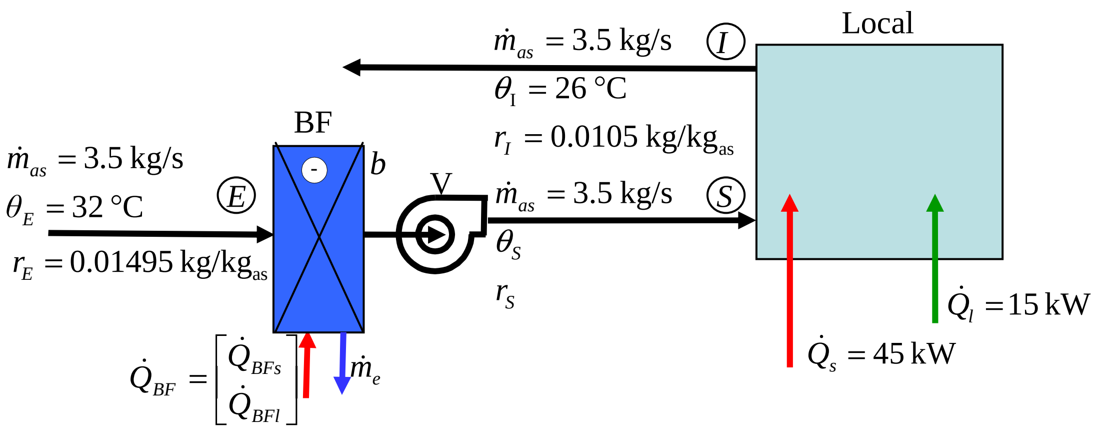
$\dot{Q}_{BRs} = -64.06$ kW ; $\dot{Q}_{BRl} = -50.28$ kW ;

$\dot{m}_{as} = 3.178$ kg/s

```
Z = 0;              %[m] altitude
p = 101325*(1 - 2.25577e-5 * Z)^5.2559;    %[Pa] pressure function of altitude; eq.(3)

Mv = 18.01528;  % masse molaire vapeur [kmole]ou [kg]
Mas= 28.9645;   % masse molaire air sec [kmole] ou [kg]
R = 8320;       % constante des gaz parfaits [J/(kmole*K)]

ca = 1; lv = 2495; hv = 2500;
thE = 32; rE = 14.95e-3;
thI = 26; rI = 10.5e-3;
Qs = 45; Ql = 15;   % [kW]

thS0 = 15  % temp rosée du point "I"
del_th = 2;
while del_th > 0.1
    expth = exp(17.2694*thS0/(thS0 + 238.3));
       pvs = 610.78*expth;
       rS0 = Mv/Mas*pvs/(p - pvs)
       fp = Mv/Mas*p*2.51354e6*expth/((thS0 + 238.3)^2*(p - expth)^2)

       A = [ca 0   0   0   -ca*thI;...
        0   lv  0   0   -lv*rI;...
```

```
        -ca 0   1   0   ca*thE;...
        0   -lv 0   1   lv*rE;...
        -fp 1   0   0   -rS0+fp*thS0];
       b = [-Qs    -Ql 0    0    0]';
       x = inv(A)*b;

    del_th = abs(thS0 - x(1)/x(5));
    thS0 = x(1)/x(5);
end

['       thS          rS             QBRs            Qbrl        ma']
[x(1)/x(5)  x(2)/x(5) x(3:5)']
```

2) le débit massique d'air sec est donné, $\dot{m}_{as} = 3.5\,\text{kg}_{as}/\text{s}$***, calculer le facteur de by-pass,*** b***, et la puissance frigorifique de la batterie,*** $\dot{Q}_F$ ***.***



Solution :

En écrivant le bilan d'enthalpie sur le local :

$$\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_s \\ \dot{Q}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Connues : $c_{as} = 1$ kJ/kg , $l_v = 2\,495$ kJ/kg, $p = 101\,325$ Pa

$\dot{m}_{as} = 3.5$ kg/s

$\theta_E = 32°C$, $r_E\big|_{\theta_I = 32°C;\ \varphi = 50\%} = 14.95 \cdot 10^{-3}$ kg/kg$_{as}$

$\theta_I = 26°C$, $r_I\big|_{\theta_I = 26°C;\ h_I = 52.92 kJ/kg} = 10.5 \cdot 10^{-3}$ kg/kg$_{as}$

$\dot{Q}_s = 45$ kW, $\dot{Q}_l = 15$ kW

on obtient :

$$\theta_S = \theta_I - \frac{\dot{Q}_s}{\dot{m}_{as} c_{as}} = 13.143\,°C \text{ et } r_S = r_I - \frac{\dot{Q}_s}{\dot{m}_{as} l_v} = 8.782 \cdot 10^{-3} \text{ kg/kg}$$

Le point h est à l'intersection de la droite (SE) avec $\varphi = 1$:

$$\begin{cases} r_h - r_E = \dfrac{r_E - r_S}{\theta_E - \theta_S}(\theta_h - \theta_E) \\ r_h = f(\theta_h) \end{cases}$$

ou, en linéarisant :

$$\begin{cases} r_h - r_E = \dfrac{r_E - r_S}{\theta_E - \theta_S}(\theta_h - \theta_E) \\ r_h = r_{h0} + f^{/}_{\theta_{h0}}(\theta_h - \theta_{h0}) \end{cases}$$

en résolvant ce système on trouve : $\theta_h = 10.73\,°\mathrm{C}$ et $r_h = 8.0 \cdot 10^{-3}$ kg/kg

En connaissant les points *S*, *E* et *h*, il en résulte : $b = \dfrac{\theta_S - \theta_h}{\theta_E - \theta_h} = 0.113$

```
Z = 0;              %[m] altitude
p = 101325*(1 - 2.25577e-5 * Z)^5.2559;    %[Pa] pression en fonction d'altitude;

Mv = 18.01528;  % masse molaire vapeur [kmole]
Mas= 28.9645;   % masse molaire air sec [kmole]
R = 8320;       % constante des gaz parfaits [J/(kmole*K)]

ca = 1; lv = 2495; hv = 2500;
thE = 32; rE = 14.95e-3;
thI = 26; rI = 10.5e-3;
Qs = 45; Ql = 15;   % [kW]
ma = 3.5;

thS = thI - Qs/(ma*ca);
rS = rI - Ql/(ma*lv);

th0 = 15  % temp rosée du point "I"
del_th = 2;
while del_th > 0.1
    expth = exp(17.2694*th0/(th0 + 238.3));
    pvs = 610.78*expth;
    r0 = Mv/Mas*pvs/(p - pvs)
    fp = Mv/Mas*p*2.51354e6*expth/((th0 + 238.3)^2*(p - expth)^2)

    A = [-(rE-rS)/(thE-thS) 1; -fp 1];
    b = [-thE*(rE-rS)/(thE-thS)+rE  -fp*th0+r0]';
    x = inv(A)*b

    del_th = abs(th0 - x(1))
    th0 = x(1);
end

b = (thS - th0)/(thE - th0)
```

On peut résoudre le système formé par toutes les équations :

$$\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} \mathrm{c}_{as} & 0 \\ 0 & \mathrm{l}_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} \mathrm{c}_{as} & 0 \\ 0 & \mathrm{l}_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_s \\ \dot{Q}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$r_h - r_E = \frac{r_E - r_S}{\theta_E - \theta_S}(\theta_h - \theta_E)$$

$$r_h = r_{h0} + f^{/}_{\theta_{h0}}(\theta_h - \theta_{h0})$$

ou, sous forme matricielle :

$$
\begin{bmatrix}
\dot{m}_{as}c_{as} & 0 & 0 & 0 \\
0 & \dot{m}_{as}l_v & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\dfrac{r_E - r_S}{\theta_E - \theta_S} & 1 \\
0 & 0 & -f'_{\theta_{h0}} & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\theta_S \\ r_S \\ \theta_h \\ r_h
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\dot{m}_{as}c_{as}\theta_I - \dot{Q}_s \\
\dot{m}_{as}l_v r_I - \dot{Q}_l \\
-\theta_E \dfrac{r_E - r_S}{\theta_E - \theta_S} + r_E \\
-f'_{\theta_{h0}}\theta_{h0} + r_{h0}
\end{bmatrix}
$$

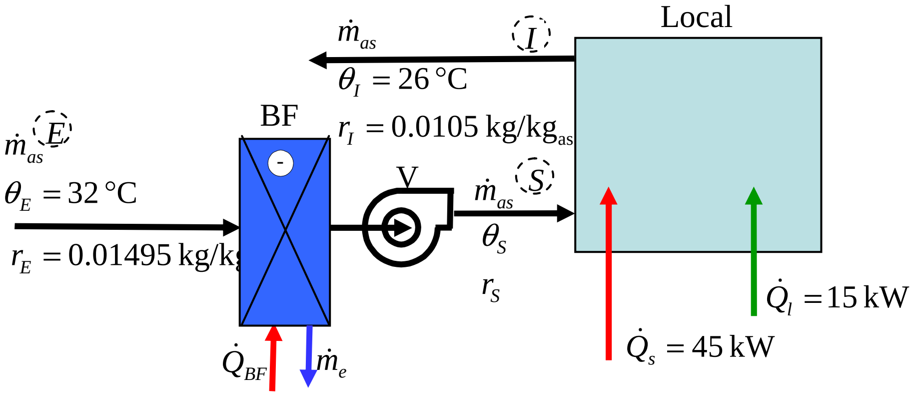
on obtient les mêmes résultats :

$\theta_S = 13.143\,°\text{C}$, $r_S = 8.782 \cdot 10^{-3}$ kg/kg, $\theta_h = 10.73\,°\text{C}$ et $r_h = 8.0 \cdot 10^{-3}$ kg/kg

et $b = \dfrac{\theta_S - \theta_h}{\theta_E - \theta_h} = 0.113$

```
% en écrivant toutes les 4 équations
th0 = 15;  % temp rosée du point "I"
del_th = 2;
while del_th > 0.1
    expth = exp(17.2694*th0/(th0 + 238.3));
    pvs = 610.78*expth;
    r0 = Mv/Mas*pvs/(p - pvs);
    fp = Mv/Mas*p*2.51354e6*expth/((th0 + 238.3)^2*(p - expth)^2);

    A = [ma*ca  0       0                   0;...
         0      ma*lv   0                   0;...
         0      0       -(rE-rS)/(thE-thS)  1;...
         0      0       -fp                 1];
    b = [ma*ca*thI-Qs ma*lv*rI-Ql  -thE*(rE-rS)/(thE-thS)+rE  -fp*th0+r0]';
    x = inv(A)*b;

    del_th = abs(th0 - x(3));
    th0 = x(3);
end
x
b = (thS - th0)/(thE - th0)
```

3) la batterie a un facteur de by-pass donné, $b = 0.16$***, calculer*** $\dot{m}_{as}$ ***et*** $\dot{Q}_{BF}$.



Solution :

En écrivant le bilan d'enthalpie sur le local et pour la batterie de refroidissement, on obtient :

$$\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_s \\ \dot{Q}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$ bilan enthalpie local

$$\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_E \\ r_E \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_{BRs} \\ \dot{Q}_{BRl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$ bilan enthalpie batterie froide

$$\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} = (1-b)\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} \theta_h \\ r_h \end{bmatrix} + b\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} \theta_E \\ r_E \end{bmatrix}$$ position point S entre h et E

$$\dot{m}_{as} r_h = \dot{m}_{as} r_{h0} + \dot{m}_{as} f^{/}_{\theta_{h0}}(\theta_h - \theta_{h0})$$ point h sur $\varphi = 100\%$

Connues : $c_{as} = 1$ kJ/kg , $l_v = 2\,495$ kJ/kg, $p = 101\,325$ Pa

$\theta_E = 32°C$, $r_E\big|_{\theta_I = 32°C;\,\varphi = 50\%} = 14.95 \cdot 10^{-3}$ kg/kg$_{as}$
$\theta_I = 26°C$, $r_I\big|_{\theta_I = 26°C;\,h_I = 52.92 kJ/kg} = 10.5 \cdot 10^{-3}$ kg/kg$_{as}$
$\dot{Q}_s = 45$ kW, $\dot{Q}_l = 15$ kW
$b = 0.16$
Valeur initiale :
$\theta_{h0} = 15°C$ (température de rosée du point *I*) ; $r_{h0} = 10.603$ g/kg, $f'(\theta_{h0}) = 0.66871 \cdot 10^{-3}$ K^{-1}

Inconnues : $\dot{m}_{as}\theta_S$, $\dot{m}_{as} r_S$, $\dot{m}_{as}\theta_h$, $\dot{m}_{as} r_h$, $\dot{Q}_{BRs}$, $\dot{Q}_{BRl}$, $\dot{m}_{as}$

Le système sous forme matricielle est :

$$\begin{bmatrix} c_{as} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{as}\theta_I \\ 0 & l_v & 0 & 0 & 0 & 0 & -l_v r_I \\ -c_{as} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & c_{as}\theta_E \\ 0 & -l_v & 0 & 0 & 0 & 1 & l_v r_E \\ 1 & 0 & -(1-b) & 0 & 0 & 0 & -b\theta_E \\ 0 & 1 & 0 & -(1-b) & 0 & 0 & -br_E \\ 0 & 0 & -f^{/}_{\theta_{h0}} & 1 & 0 & 0 & -r_{h0}+f^{/}_{\theta_{h0}}\theta_{h0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{m}_{as}\theta_S \\ \dot{m}_{as}r_S \\ \dot{m}_{as}\theta_h \\ \dot{m}_{as}r_h \\ \dot{Q}_{BRs} \\ \dot{Q}_{BRl} \\ \dot{m}_{as} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{Q}_s \\ -\dot{Q}_l \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

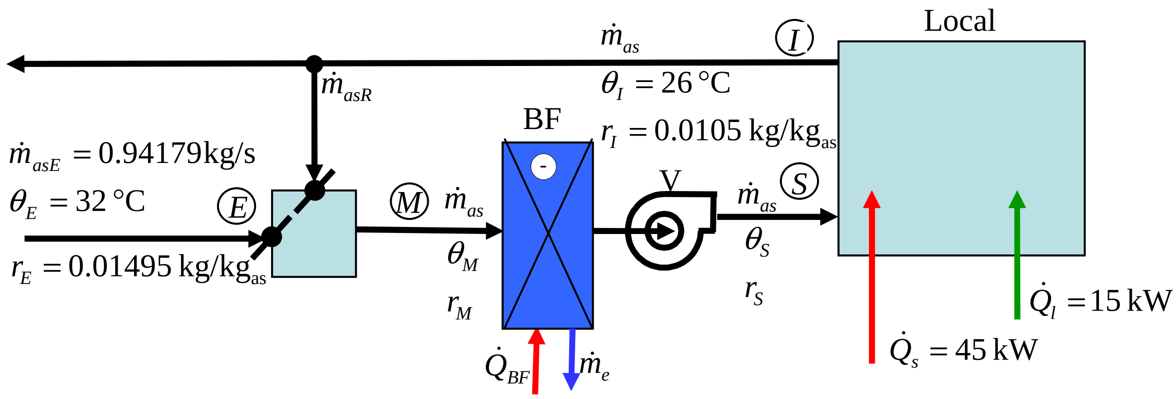
Pour $\theta_{h0} = 15°\mathrm{C}$, on obtient :

n°	θ_S [°C]	r_S [g/kg]	θ_h [°C]	r_h [g/kg]	$\dot{Q}_{BRs}$ [kW]	$\dot{Q}_{BRl}$ [kW]	$\dot{m}_{as}$ [kg/s]
1	14.161	8.918	10.763	7.769	-67.805	-57.201	3.801
2	13.645	8.849	10.149	7.687	-66.854	-55.439	3.642
3	13.650	8.850	10.155	7.688	-66.863	-55.457	3.644
Solution graphique :							
	14	9	10	7.6	-67.5	-55.1	3.75

```
p = 101325;    %[Pa] pression
Mv = 18.01528;  Mas= 28.9645; R = 8320;
ca = 1; lv = 2495; hv = 2500;

thE = 32; rE = 14.95e-3;
thI = 26; rI = 10.5e-3;
Qs = 45; Ql = 15;   % [kW]
b = 0.16;

thh0 = 15  % temp rosée du point "I"
del_th = 2;
['      thS           rS                 thh           rh            QBRs              Qbrl
ma']
while del_th > 0.1
    expth = exp(17.2694*thh0/(thh0 + 238.3));
      pvs = 610.78*expth;
      rh0 = Mv/Mas*pvs/(p - pvs);
      fp = Mv/Mas*p*2.51354e6*expth/((thh0 + 238.3)^2*(p - expth)^2);

      A = [ca 0    0    0    0    0    -ca*thI;...
        0    lv  0    0    0    0    -lv*rI;...
        -ca 0    0    0    1    0    ca*thE;...
        0    -lv 0    0    0    1    lv*rE;...
        1    0    b-1 0    0    0    -b*thE;...
        0    1    0    b-1 0    0    -b*rE;...
        0    0    -fp 1    0    0    -rh0+fp*thh0];
      bx = [-Qs    -Ql    0    0    0   0    0]';
      x = inv(A)*bx;

    [x(1:4)/x(end); x(5:7)]'
    del_th = abs(thh0 - x(3)/x(end));
    thh0 = x(3)/x(end);
end
```

2^e cas : recyclage

1) la batterie a un facteur de by-pass nul, $b=0$***. Calculer le débit massique d'air sec,*** $\dot{m}_{as}$***, et la puissance frigorifique de la batterie,*** $\dot{Q}_F$ ***.*** $\dot{V}_E = 3000\,\text{m}^3/\text{h} = 0.8333\,\text{m}^3/\text{s}$



$$r_E\big|_{\theta=32°C,\varphi=50\%} = 14.95\ \text{g/kg}$$

$$v_E\big|_{\theta=32°C,\varphi=50\%} = 0.8848\ \text{m}^3/\text{kg}$$

$$\dot{m}_E = \frac{\dot{V}_E}{v_E} = \frac{0.8333}{0.8848} = 0.94179\ \text{kg/s}$$

$$\dot{m}_{as,R} = \dot{m}_{as} - \dot{m}_{as,E}$$

$$\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_s \\ \dot{Q}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{local}$$

$$\dot{m}_{asE}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_E \\ r_E \end{bmatrix} + (\dot{m}_{as} - \dot{m}_{asE})\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_M \\ r_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{mélange}$$

$$\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_M \\ r_M \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_{BRs} \\ \dot{Q}_{BRl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{batterie}$$

$$\dot{m}_{as} r_S = \dot{m}_{as} r_{S0} + \dot{m}_{as} f'_{\theta_0}(\theta_S - \theta_{S0})$$

Connues : $c_{as} = 1\ \text{kJ/kg}$, $l_v = 2\,495\ \text{kJ/kg}$, $p = 101\,325\ \text{Pa}$

$\theta_E = 32°\text{C}$, $r_E\big|_{\theta_I=32°C;\ \varphi=50\%} = 14.95\cdot 10^{-3}\ \text{kg/kg}_{as}$

$\theta_I = 26°\text{C}$, $r_I\big|_{\theta_I=26°C;\ h_I=52.92 kJ/kg} = 10.5\cdot 10^{-3}\ \text{kg/kg}_{as}$

$\dot{Q}_s = 45\ \text{kW}$, $\dot{Q}_l = 15\ \text{kW}$

$\dot{m}_E = 0.94179\ \text{kg/s}$

Inconnues : $\dot{m}_{as}\theta_S$, $\dot{m}_{as}r_S$, $\dot{m}_{as}\theta_M$, $\dot{m}_{as}r_M$, $\dot{Q}_{BRs}$, $\dot{Q}_{BRl}$, $\dot{m}_{as}$

Le système des équations s'écrit sous la forme matricielle :

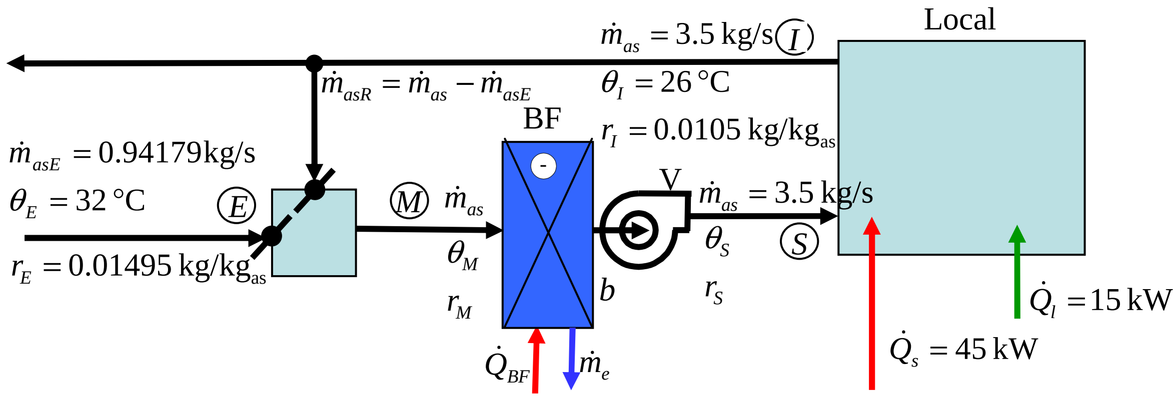
$$
\begin{bmatrix}
c_{as} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{as}\theta_I \\
0 & l_v & 0 & 0 & 0 & 0 & -l_v r_I \\
0 & 0 & -c_{as} & 0 & 0 & 0 & c_{as}\theta_I \\
0 & 0 & 0 & -l_v & 0 & 0 & l_v r_I \\
-c_{as} & 0 & c_{as} & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -l_v & 0 & l_v & 0 & 1 & 0 \\
-f_{\theta_0}^{/} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{\theta_0}^{/}\theta_{S0} - r_{S0}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\dot{m}_{as}\theta_S \\ \dot{m}_{as} r_S \\ \dot{m}_{as}\theta_M \\ \dot{m}_{as} r_M \\ \dot{Q}_{BRs} \\ \dot{Q}_{BRl} \\ \dot{m}_{as}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
-\dot{Q}_s \\ -\dot{Q}_l \\ \dot{m}_{asE} c_{as}(\theta_I - \theta_E) \\ \dot{m}_{asE} l_v (r_I - r_E) \\ 0 \\ 0 \\ 0
\end{bmatrix}
$$

Pour $\theta_{h0} = 15°\mathrm{C}$, on obtient :

n°	θ_S [°C]	r_S [g/kg]	θ_M [°C]	r_M [g/kg]	$\dot{Q}_{BRs}$ [kW]	$\dot{Q}_{BRl}$ [kW]	$\dot{m}_{as}$ [kg/s]
1	12.061	8.6378	27.75	11.798	-50.65	-25.45	3.228
2	11.834	8.6074	27.78	11.819	-50.65	-25.45	3.176
3	11.840	8.6082	27.78	11.819	-50.65	-25.45	3.178
Solution graphique :							
	11.7	8.57	27.8	11.85	-45.47	-30.93	3.093

```
p = 101325;    %[Pa] pression
Mv = 18.01528;  % masse molaire vapeur [kmole]
Mas= 28.9645;   % masse molaire air sec [kmole]
R = 8320;       % constante des gaz parfaits [J/(kmole*K)]
ca = 1; lv = 2495; hv = 2500;

thE = 32; rE = 14.95e-3;
thI = 26; rI = 10.5e-3;
Qs = 45; Ql = 15;    % [kW]
maE = 0.94179;

thh0 = 15  % temp rosée du point "I"
del_th = 2;
['       thS          rS              thM          rM           QBRs             QBRl          ma']
while del_th > 0.1
       expth = exp(17.2694*thh0/(thh0 + 238.3));
       pvs = 610.78*expth;
       rh0 = Mv/Mas*pvs/(p - pvs);
       fp = Mv/Mas*p*2.51354e6*expth/((thh0 + 238.3)^2*(p - expth)^2);

       A = [ca 0   0   0   0   0   -ca*thI;...
         0  lv  0   0   0   0   -lv*rI;...
         0  0   -ca 0   0   0   ca*thI;...
         0  0   0   -lv 0   0   lv*rI;...
       -ca  0   ca  0   1   0   0;...
         0  -lv 0   lv  0   1   0;...
       -fp  1   0   0   0   0   fp*thh0-rh0];
       bx = [-Qs   -Ql maE*ca*(thI - thE) maE*lv*(rI - rE)   0   0   0]';
       x = inv(A)*bx;

       [x(1:4)/x(end); x(5:7)]'
       del_th = abs(thh0 - x(1)/x(end));
       thh0 = x(1)/x(end);
end
```

2) le débit massique d'air sec est donné, $\dot{m}_{as} = 3.5\,\text{kg}_{as}/\text{s}$, ***calculer le facteur de by-pass,*** b, ***et la puissance frigorifique de la batterie,*** $\dot{Q}_F$.



$$\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_s \\ \dot{Q}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{local, donne } S$$

$$\dot{m}_{asE}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_E \\ r_E \end{bmatrix} + (\dot{m}_{as} - \dot{m}_{asE})\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_M \\ r_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{mélange, donne } M$$

$$r_h - r_M = \frac{r_M - r_S}{\theta_M - \theta_S}(\theta_h - \theta_E) \quad \text{la droite de la BR passe par } h, M \text{ et } S$$

$$r_h = r_{h0} + f^{/}_{\theta_{h0}}(\theta_h - \theta_{h0}) \quad h \text{ est sur la courbe de saturation}$$

Les inconnues sont : θ_S , r_S , θ_M , r_M , θ_h , r_h

$$\begin{bmatrix} \dot{m}_{as}c_{as} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{m}_{as}l_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\dot{m}_{as}c_{as} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\dot{m}_{as}l_v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -\dfrac{r_M - r_S}{\theta_M - \theta_S} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -f^{/}_{\theta_{h0}} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \\ \theta_M \\ r_M \\ \theta_h \\ r_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_{as}c_{as}\theta_I - \dot{Q}_s \\ \dot{m}_{as}l_v r_I - \dot{Q}_l \\ -\dot{m}_{asE}c_{as}\theta_E - (\dot{m}_{as} - \dot{m}_{asE})c_{as}\theta_I \\ -\dot{m}_{asE}l_v r_E - (\dot{m}_{as} - \dot{m}_{asE})l_v r_I \\ -\dfrac{r_M - r_S}{\theta_M - \theta_S}\theta_E \\ r_{h0} - f^{/}_{\theta_{h0}}\theta_{h0} \end{bmatrix}$$

$$\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_s \\ \dot{Q}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{local, donne } S$$

$$\dot{m}_{asE}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_E \\ r_E \end{bmatrix} + (\dot{m}_{as} - \dot{m}_{asE})\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_M \\ r_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{mélange, donne } M$$

$$\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} = (1-b)\begin{bmatrix} \theta_h \\ r_h \end{bmatrix} + b\begin{bmatrix} \theta_M \\ r_M \end{bmatrix} \quad \text{point } S \text{ entre } h \text{ et } M$$

$$r_h = r_{h0} + f^{/}_{\theta_{h0}}(\theta_h - \theta_{h0}) \quad h \text{ est sur la courbe de saturation}$$

La 3e équation est non-linéaire due aux produits $b\theta_M$, br_M, $b\theta_h$, br_h. On va considérer ces produits comme étant des inconnues.

$$\dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_s \\ \dot{Q}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{local, donne } S$$

$$\dot{m}_{asE}\begin{bmatrix} \theta_E \\ r_E \end{bmatrix} + (\dot{m}_{as} - \dot{m}_{asE})\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} \theta_M \\ r_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{mélange, donne } M$$

$$\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \end{bmatrix} = (1-b)\begin{bmatrix} \theta_h \\ r_h \end{bmatrix} + b\begin{bmatrix} \theta_M \\ r_M \end{bmatrix} \qquad \text{point } S \text{ entre } h \text{ et } M$$

$$br_h = br_{h0} + bf^{/}_{\theta_{h0}}(\theta_h - \theta_{h0}) \qquad h \text{ est sur la courbe de saturation}$$

Les inconnues sont : θ_S, r_S, $b\theta_M$, br_M, $b\theta_h$, br_h, b

Sous forme matricielle, le système est :

$$\begin{bmatrix} \dot{m}_{as}c_{as} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{m}_{as}l_v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_S \\ r_S \\ b\theta_M \\ br_M \\ b\theta_h \\ br_h \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_{as}c_{as}\theta_I - \dot{Q}_s \\ \dot{m}_{as}l_v r_I - \dot{Q}_l \\ -\dot{m}_{as}\theta_E - (\dot{m}_{as} - \dot{m}_{asE})\theta_I \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta_S} \\ \boldsymbol{r_S} \end{bmatrix} - \dot{m}_{as}\begin{bmatrix} c_{as} & 0 \\ 0 & l_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Q}_s \\ \dot{Q}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \dot{m}_{asE}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta_S} \\ \boldsymbol{r_S} \end{bmatrix} + (\dot{m}_{as} - \dot{m}_{asE})\begin{bmatrix} \theta_I \\ r_I \end{bmatrix} - \dot{m}_{asE}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta_M} \\ \boldsymbol{r_M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta_S} \\ \boldsymbol{r_S} \end{bmatrix} = (1 - \boldsymbol{b})\begin{bmatrix} \theta_h \\ r_h \end{bmatrix} + \boldsymbol{b}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta_M} \\ \boldsymbol{r_M} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{br_h} = \boldsymbol{b}r_{h0} + \boldsymbol{b}f'_{\theta_{h0}}(\boldsymbol{\theta_h} - \theta_{h0}) \end{cases}$$