

1. Considérons l'air sec à la température de 20 °C et la pression de 1.013 bar (1 bar = 10⁵ Pa). Quelle est sa masse volumique ?

R.

$$\rho_{as} \equiv \frac{m_{as}}{V_{as}} = \frac{M_{as}}{R} \cdot \frac{p_{as}}{T_{as}}$$

$$R_{s,as} \equiv \frac{R}{M_{as}} = \frac{8320}{28.9645} = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\rho_{as} = \frac{1}{287} \cdot \frac{1.013 \cdot 10^5}{273.15 + 20} = 1.204 \text{ kg/m}^3$$

2. Quelle est l'enthalpie de 0.5 kg d'air sec à la température de 50 °C ?

R.

$$H_{as} = m_{as} c_{as} \theta; c_{as} = 1 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$H_{as} = 0.5 \times 1 \times 50 = 25 \text{ kJ}$$

3. La quantité d'humidité contenue dans 5 m³ d'air humide à la température de 20 °C est de 1 g.

a) Calculez la pression partielle de vapeur.

b) Pour quelle quantité d'humidité ce mélange serait-il saturé ?

R.

a)

$$p_v = \frac{R}{M_v} \cdot \frac{m_v T}{V}$$

$$R_{s,v} = \frac{R}{M_v} = 462 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$p_v = 462 \times \frac{1 \cdot 10^{-3} \times (273.15 + 20)}{5} = 27.087 \text{ Pa}$$

b)

$$p_{vs} = e^{(C_1/T + C_2 + C_3 T + C_4 T^2 + C_5 T^3 + C_6 \ln T)}$$

où :

$$C_1 = -5.800 \cdot 10^3$$

$$C_2 = 1.391$$

$$C_3 = -4.864 \cdot 10^{-2}$$

$$C_4 = 4.176 \cdot 10^{-5}$$

$$C_5 = -1.445 \cdot 10^{-8}$$

$$C_6 = 6.545$$

$$p_{vs}|_{\theta=20^\circ\text{C}} = 2325.9 \text{ Pa}$$

$$p_v = \frac{R}{M_v} \cdot \frac{m_v T}{V},$$

$$R_{s,v} = \frac{R}{M_v} = 462 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$m_{vs} = \frac{M_v}{R} \cdot \frac{p_{vs} V}{T}$$

$$m_{vs} = \frac{1}{462} \cdot \frac{2325.9 \times 5}{273.15 + 20} = 85.8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

4. Calculer la teneur en humidité d'un volume d'air humide dont la température est de 15 °C, le degré hygrométrique de 60 % et la pression de 101.3 kPa.

R.

$$p_{vs} = e^{(C_1/T + C_2 + C_3 T + C_4 T^2 + C_5 T^3 + C_6 \ln T)}$$

$$p_{vs}|_{\theta=15^\circ\text{C}} = 1705.4 \text{ Pa}$$

$$r = \frac{M_v}{M_{as}} \cdot \frac{\phi p_{vs}}{p - \phi p_{vs}}$$

$$M_{as} = 28.9645 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M_v = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$r = \frac{18}{28.96} \cdot \frac{0.60 \times 1705.4}{101.3 \cdot 10^3 - 0.60 \times 1705.4}$$

$$= 6.34 \cdot 10^{-3} \text{ kg}_v / \text{kg}_{as}$$

5. Quelle est la masse volumique de l'air humide dont la température est de 30 °C, le degré hygrométrique de 50 % et la pression de 101.3 kPa ?

$$p_{vs} = e^{(C_1/T + C_2 + C_3T + C_4T^2 + C_5T^3 + C_6 \ln T)}$$

$$p_{vs}|_{\theta=30^\circ\text{C}} = 4264.6 \text{ Pa}$$

$$\rho = \frac{M_{as}}{R} \frac{p}{T} - \frac{(M_{as} - M_v)}{R} \frac{p_{vs}}{T}$$

$$\rho = \frac{M_{as}}{R} \frac{p}{T} - \frac{(M_{as} - M_v)}{R} \frac{p_{vs}}{T}$$

$$R_{s,as} \equiv \frac{R}{M_{as}} = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\frac{(M_{as} - M_v)}{R} = 1.316 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{K/J}$$

$$\rho = \frac{1}{287} \frac{101325}{303.15} - 1.316 \cdot 10^{-3} \frac{0.50 \times 4264.6}{303.15}$$

$$= 1.1553 \text{ kg/m}^3$$

6. Quel est le volume spécifique de l'air humide dont la température est de 30 °C, le degré hygrométrique de 50 % et la pression de 101.3 kPa ?

Note : à ne pas confondre

le volume massique $1/\rho$ avec

$$\text{le volume spécifique } v \equiv \frac{V}{m_{as}} = \frac{1}{\rho_{as}}$$

R.

$$p_{vs} = e^{(C_1/T + C_2 + C_3T + C_4T^2 + C_5T^3 + C_6 \ln T)}$$

$$p_{vs}|_{\theta=30^\circ\text{C}} = 4264.6 \text{ Pa}$$

$$r = \frac{M_v}{M_{as}} \frac{p_{vs}}{p - p_{vs}},$$

$$M_{as} = 28.9645 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M_v = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$r = \frac{18}{28.96} \cdot \frac{0.50 \times 4264.6}{101.3 \cdot 10^3 - 0.50 \times 4264.6}$$

$$= 13.364 \cdot 10^{-3} \text{ kg}_v / \text{kg}_{as}$$

$$v = \frac{R}{M_v} \left(\frac{M_v}{M_{as}} + r \right) \frac{T}{p}$$

$$R_{s,v} = \frac{R}{M_v} = 462 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$\frac{M_v}{M_{as}} = 0.62198$$

$$v = 462 \left(0.62198 + 13.364 \cdot 10^{-3} \right) \frac{303.15}{101.3 \cdot 10^3}$$

$$= 0.8784 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Note: L'équation (2.50) du polycop devrait

$$\text{être } v = \frac{R}{M_v} \left(\frac{M_v}{M_{as}} + r \right) \frac{T}{p}$$

7. Quelle est l'enthalpie spécifique de l'air humide dont la température est de 30 °C, l'humidité relative de 50 % et la pression de 101.3 kPa ?

$$p_{vs} = e^{(C_1/T + C_2 + C_3T + C_4T^2 + C_5T^3 + C_6 \ln T)}$$

$$p_{vs}|_{\theta=30^\circ\text{C}} = 4264.6 \text{ Pa}$$

$$r = \frac{M_v}{M_{as}} \frac{p_{vs}}{p - p_{vs}}, \text{ (v. Q6)}$$

$$r = \frac{18}{28.96} \cdot \frac{0.50 \times 4264.6}{101.3 \cdot 10^3 - 0.50 \times 4264.6}$$

$$= 13.364 \cdot 10^{-3} \text{ kg}_v / \text{kg}_{as}$$

$$h = c_{as}\theta + r(l_v + c_v\theta)$$

$$c_{as} = 1 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$l_v = 2495 \text{ kJ/kg}; c_v = 1.96 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$h = 1 \times 30 + 13.364 \cdot 10^{-3} (2495 + 1.96 \times 30) \\ = 64.129 \text{ kJ/kg}_{as}$$

8. Soit un débit volumique d'air humide dont la température est 20 °C, l'humidité relative de 60 % et la pression 101.5 kPa.

a) Calculer :

- les pressions partielles d'air sec et de vapeur d'eau

- la teneur en humidité

- la masse volumique et le volume massique

- le volume spécifique

- l'enthalpie spécifique.

b) Calculer le débit massique de l'air humide et de l'air sec sachant que le débit volumique est de 5 m³/s.

c) Calculer la quantité de vapeur d'eau nécessaire à injecter par heure pour saturer le débit d'air à température constante.

R.

a)

-pressions partielles :

$$p_{vs} = e^{(C_1/T + C_2 + C_3T + C_4T^2 + C_5T^3 + C_6 \ln T)}$$

$$p_{vs}|_{\theta=20^\circ\text{C}} = 2.338 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$p_v = \varphi \cdot p_{vs}$$

$$p_v = 0.60 \times 2.338 \cdot 10^3 = 1.403 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$p_{as} = p - p_v$$

$$p_{as} = 101.5 \cdot 10^3 - 1.403 \cdot 10^3 = 100.1 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

-teneur en humidité

$$r = \frac{M_v}{M_{as}} \frac{\varphi p_{vs}}{p - \varphi p_{vs}},$$

$$M_{as} = 28.9645 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M_v = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$r = \frac{18}{28.9645} \frac{0.60 \times 2.338 \cdot 10^3}{101.5 \cdot 10^3 - 0.60 \times 2.338 \cdot 10^3} \\ = 8.709 \cdot 10^{-3} \text{ kg}_v/\text{kg}_{as}$$

-masse volumique et volume massique

$$\rho = \frac{M_{as}}{R} \frac{p_{as}}{T} + \frac{M_v}{R} \frac{p_v}{T}$$

$$R_{s,as} \equiv \frac{R}{M_{as}} = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$R_{s,v} = \frac{R}{M_v} = 462 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$\rho = \frac{1}{287} \frac{100.1 \cdot 10^3}{293.15} + \frac{1}{462} \frac{1.403 \cdot 10^3}{293.15} \\ = 1.200 \text{ kg/m}^3$$

$$v_{ah} = 1/\rho$$

$$v_{ah} = 1/1.200 = 0.833 \text{ m}^3/\text{kg}$$

-volume spécifique

$$v \equiv \frac{V}{m_{as}} = \frac{1}{\rho_{as}}$$

$$v = \frac{R}{M_v} \left(\frac{M_v}{M_{as}} + r \right) \frac{T}{p}$$

$$R_{s,v} = \frac{R}{M_v} = 462 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$\frac{M_v}{M_{as}} = 0.62198$$

$$v = 462 \times (0.62198 + 8.709 \cdot 10^{-3}) \frac{293.15}{101.5 \cdot 10^3} \\ = 0.84155 \text{ m}^3/\text{kg}$$

-enthalpie spécifique

$$h = c_{as} \theta + r(l_v + c_v \theta)$$

$$c_{as} = 1 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$l_v = 2495 \text{ kJ/kg}; c_v = 1.96 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$\begin{aligned} h &= 1 \times 20 + 8.709 \cdot 10^{-3} (2495 + 1.96 \times 20) \\ &= 42.070 \text{ kJ/kg}_{as} \end{aligned}$$

Débit massique de vapeur

$$\dot{m}_v = \Delta r \cdot \dot{m}_{as}$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_v &= 5.946 \cdot 10^{-3} \times 5.9414 \\ &= 35.328 \text{ kg}_v/\text{s} \\ &= 127.18 \text{ kg}_v/\text{h} \end{aligned}$$

b) débit massique d'air humide pour le débit volumique de l'air humide

$$\dot{V} = 5 \text{ m}^3/\text{s}.$$

$$\dot{m} = \rho \dot{V}$$

$$\dot{m} = 1.2 \times 5 = 6 \text{ kg/s}$$

débit massique de l'air sec

$$\dot{m}_{as} = \frac{\dot{V}}{v}$$

v -volume spécifique de l'air humide

$$\dot{m}_{as} = \frac{5}{0.84155} = 5.9414 \text{ kg}_{as}/\text{s}$$

c) Débit massique de vapeur pour saturer l'air à température constante.

Teneur en humidité à la saturation

$$r_s = \frac{M_v}{M_{as}} \frac{p_{vs}}{p - p_{vs}}$$

$$\begin{aligned} r_s &= \frac{18}{28.96} \cdot \frac{2.338 \cdot 10^3}{101.5 \cdot 10^3 - 2.338 \cdot 10^3} \\ &= 14.655 \cdot 10^{-3} \text{ kg}_v/\text{kg}_{as} \end{aligned}$$

Quantité à injecter par kilogramme d'air sec :

$$\Delta r = r_s - r$$

$$\begin{aligned} \Delta r &= 14.655 \cdot 10^{-3} - 8.709 \cdot 10^{-3} \\ &= 5.946 \cdot 10^{-3} \text{ kg}_v/\text{kg}_{as} \end{aligned}$$