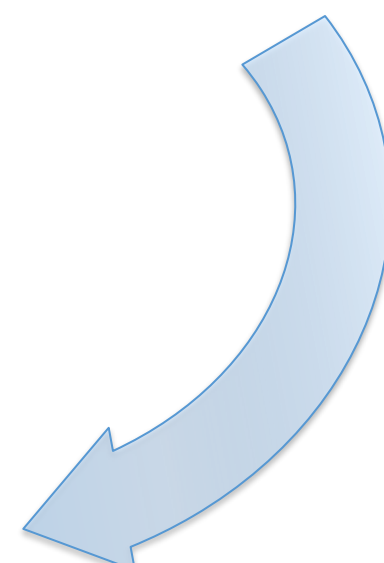
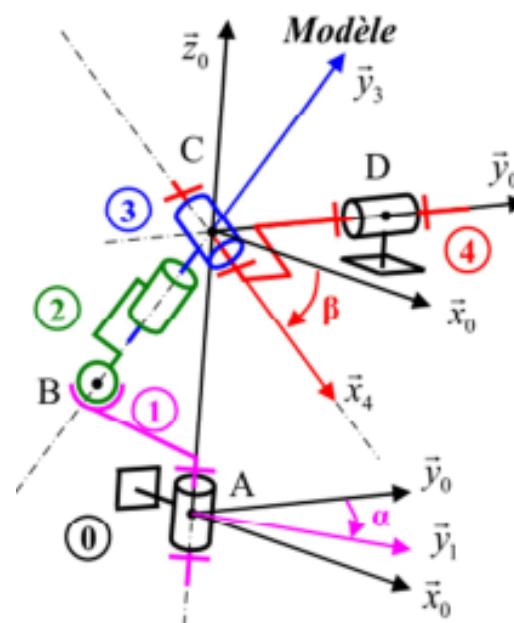
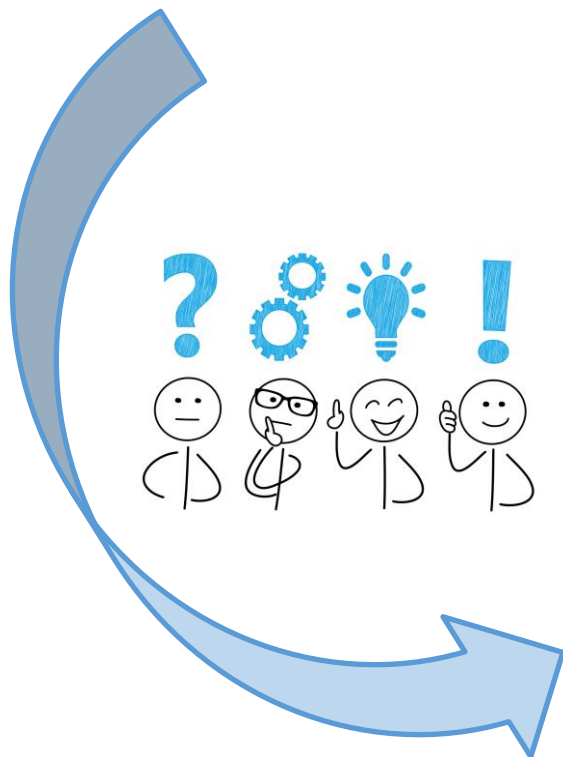
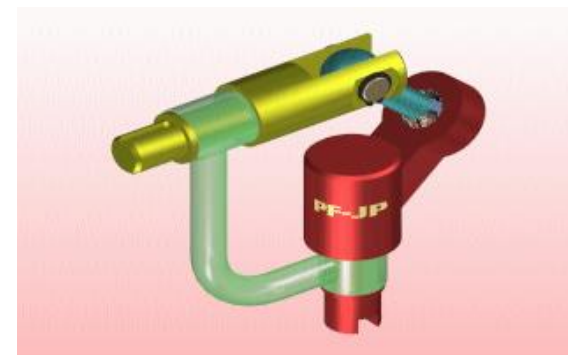


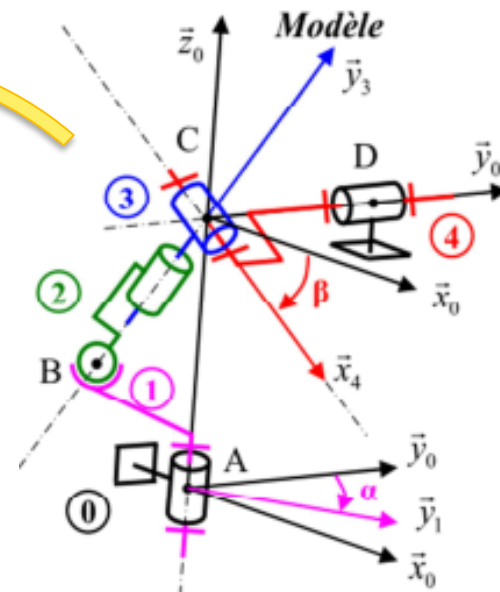
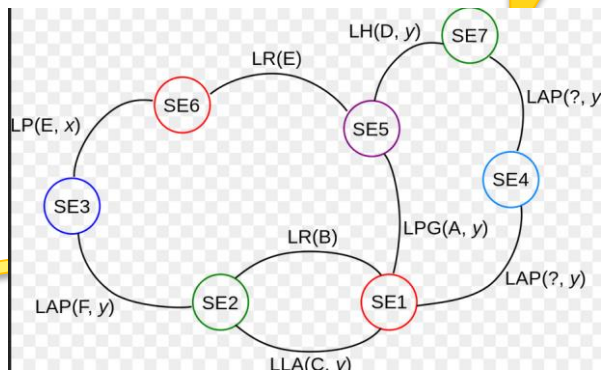
Conception & Analyse

8 – Modélisation, Calculs des efforts aux liaisons, Etudes de cas

Objectifs de l'analyse



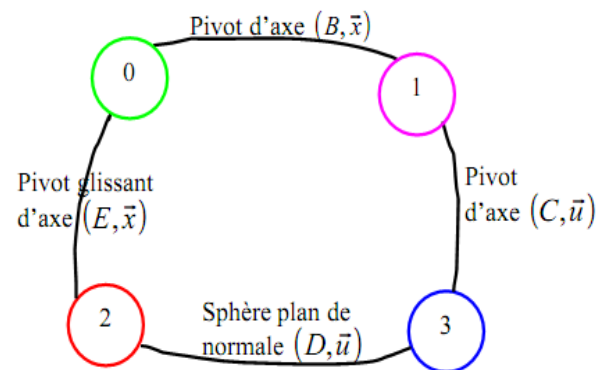
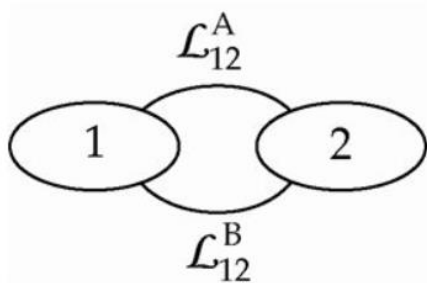
Objectifs de l'analyse



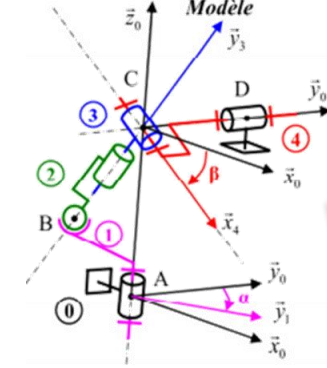
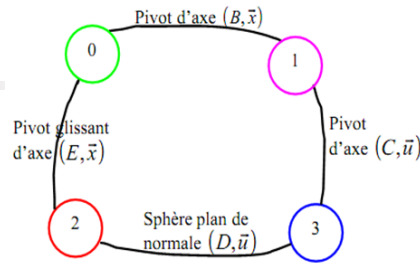
Etude des hyperstatismes de liaisons

=> liaisons équivalentes

=> Si $h > 0$ cotation, réglage



Objectifs de l'analyse



$$h = I_S - E_S + m_i + m_u$$

Degré d'hyperstatisme
 Hyperstatisme de boucle

Modification de la conception
 ajout de mobilité, de CE,
 changement de composant...

$h=0$

$h>0$

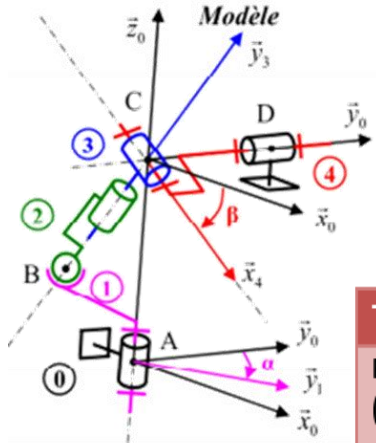
Schéma de calcul

- Torseurs des efforts aux liaisons
- Inconnues du problème
- Isoler une pièce et faire un bilan des actions mécaniques
- Appliquer le Principe Fondamental de la Statique
- Résolution

$$\begin{pmatrix} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}_A$$

Dégrade la modélisation
 Hypothèses simplificatrices
Cotation fonctionnelles

Rappel : liaisons normalisées



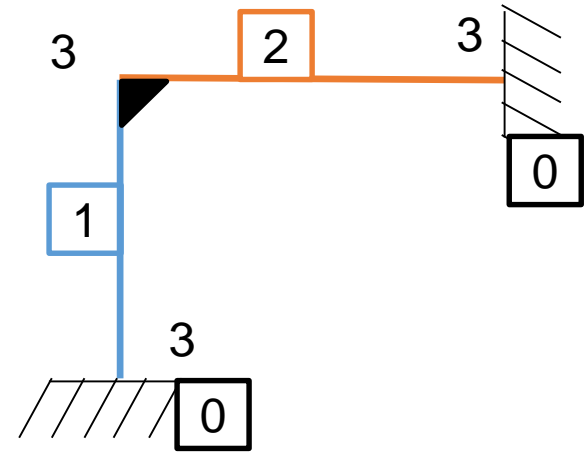
Les modélisations faites pour les liaisons cinématiques imposent les efforts transmissibles dans les liaisons!

Type	Schémas	Torseur Cinématique	Torseur Interefforts	Type	Schémas	Torseur Cinématique	Torseur Interefforts
Pivot d'axe (A, \vec{x})		$\begin{pmatrix} \omega_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_A$ $\forall M \in (A, \vec{x})$	$\begin{pmatrix} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}_A$	Appui plan de normale \vec{x}		$\begin{pmatrix} \omega_x & 0 \\ 0 & V_y \\ 0 & V_z \end{pmatrix}_A$ $\forall A$	$\begin{pmatrix} X & 0 \\ 0 & M \\ 0 & N \end{pmatrix}_A$
Glissière d'axe \vec{x}		$\begin{pmatrix} 0 & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_A$ $\forall A$	$\begin{pmatrix} 0 & L \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}_A$	Rotule de centre A		$\begin{pmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{pmatrix}_A$	$\begin{pmatrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{pmatrix}_A$
Hélicoïdale d'axe (A, \vec{x})		$\begin{pmatrix} \omega_x & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_A$ $\forall M \in (A, \vec{x})$ $V_x = 0,85 \times \omega_x$	$\begin{pmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}_A$ $L = \text{pas} \times L$	Rotule à doigt d'axes (A, \vec{x}) et (A, \vec{y})		$\begin{pmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_A$	$\begin{pmatrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & N \end{pmatrix}_A$
Pivot glissant d'axe (A, \vec{x})		$\begin{pmatrix} \omega_x & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_A$ $\forall M \in (A, \vec{x})$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}_A$	Linéaire rectiligne de normale \vec{x} et axe \vec{y}		$\begin{pmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & V_y \\ 0 & V_z \end{pmatrix}_A$ $\forall M \in (A, \vec{x}, \vec{y})$	$\begin{pmatrix} X & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & N \end{pmatrix}_A$
Linéaire annulaire centre (A, \vec{x})		$\begin{pmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{pmatrix}_A$ $\forall A$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{pmatrix}_A$	Ponctuelle de normale (A, \vec{x})		$\begin{pmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & V_y \\ \omega_z & V_z \end{pmatrix}_A$ $\forall M \in (A, \vec{x})$	$\begin{pmatrix} X & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_A$

Hyperstatisme d'un treillis

Quel est le nombre d'inconnues (modèle plan) ?

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9

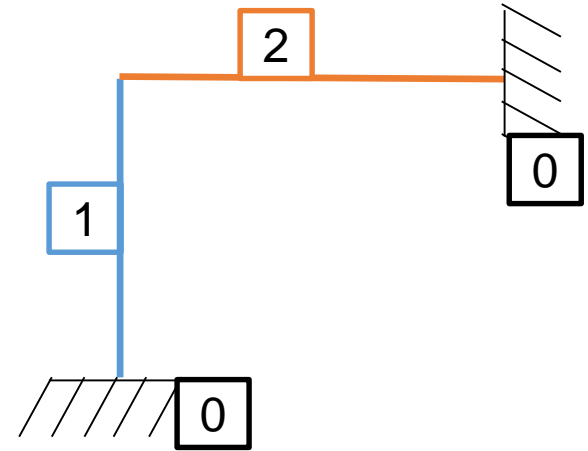


$$h(2D) = Is - 3(p-1) + mu + mi$$

Hyperstatisme d'un treillis

Quel est le nombre d'équations (modèle plan) ?

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9

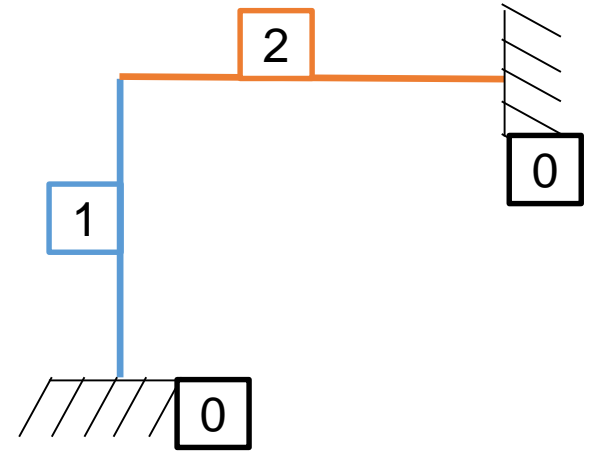


$$h(2D) = Is - (3(p-1)) + mu + mi$$

Hyperstatisme d'un treillis

Quel est le degré d'hyperstatisme ?

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

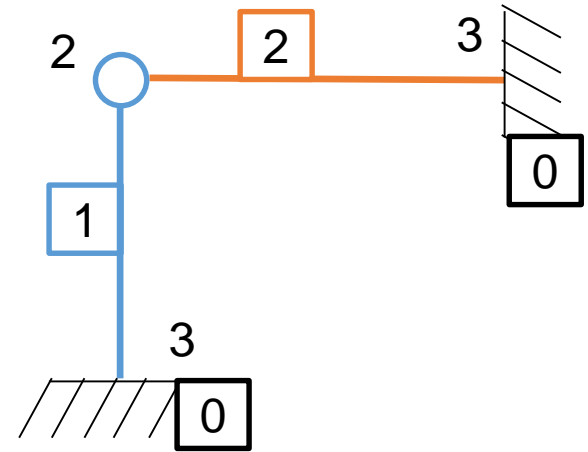


$$h(2D) = Is - (3(p-1)) + mu + mi$$

Hyperstatisme d'un treillis

Quel est le nombre d'inconnues (modèle plan) ?

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9

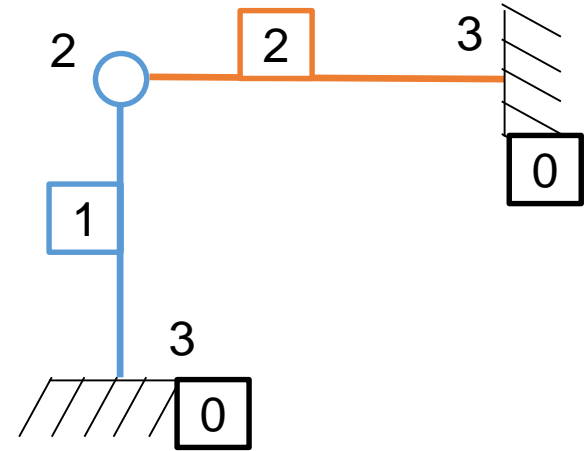


$$h(2D) = I_s - (3(p-1)) + m_u + m_i$$

Hyperstatisme d'un treillis

Quel est le degré d'hyperstatisme ?

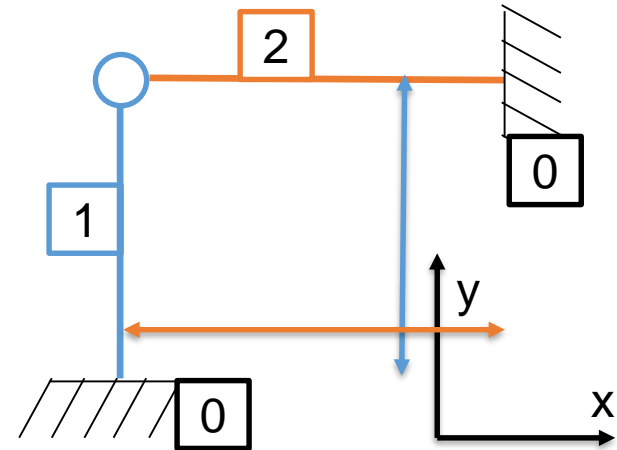
- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3



$$h(2D) = Is - (3(p-1)) + mu + mi$$

Hyperstatisme d'un treillis conditions géométriques de compatibilité ?

- A. Angle autour de X et Y
- B. Distance suivant X et Y
- C. Angle autour de X et
Distance suivant Y
- D. Angle autour de Y et
Distance suivant X

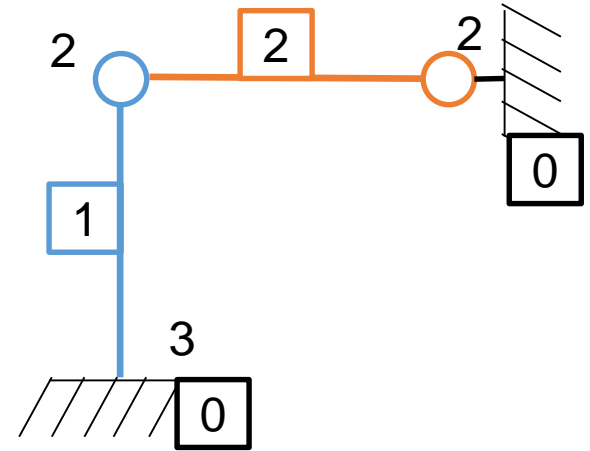


$$h(2D) = Is - (3(p-1)) + mu + mi$$

Hyperstatisme d'un treillis

Quel est le degré d'hyperstatisme ?

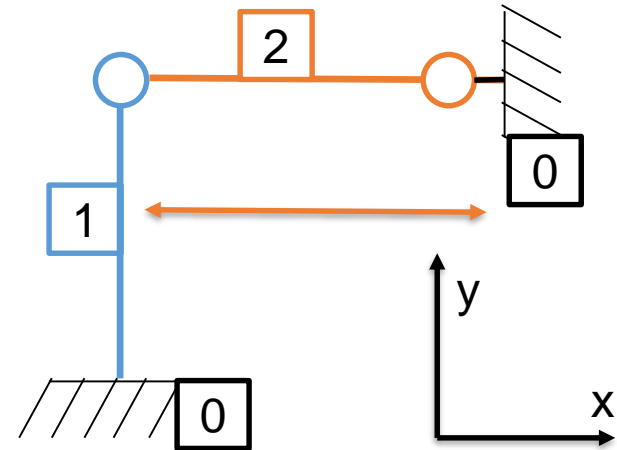
- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3



$$h(2D) = Is - (3(p-1)) + mu + mi$$

Hyperstatisme d'un treillis conditions géométriques de compatibilité ?

- A. Angle autour de X
- B. Distance suivant X
- C. Angle autour de Y
- D. Distance suivant Y

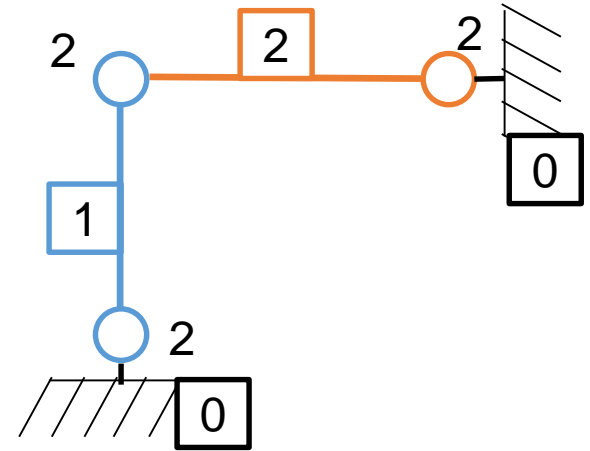


$$h(2D) = Is - (3(p-1)) + mu + mi$$

Hyperstatisme d'un treillis

Quel est le degré d'hyperstatisme ?

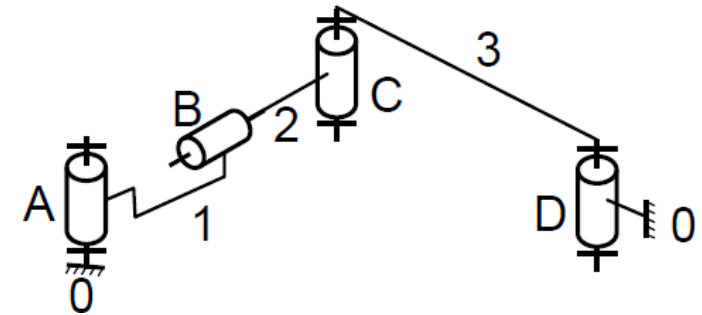
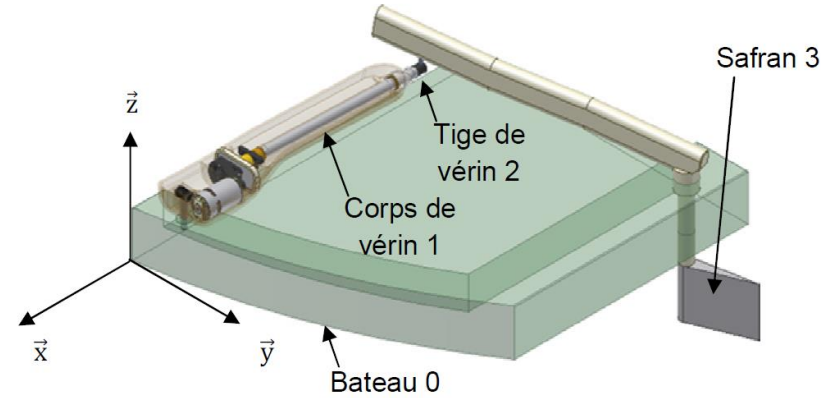
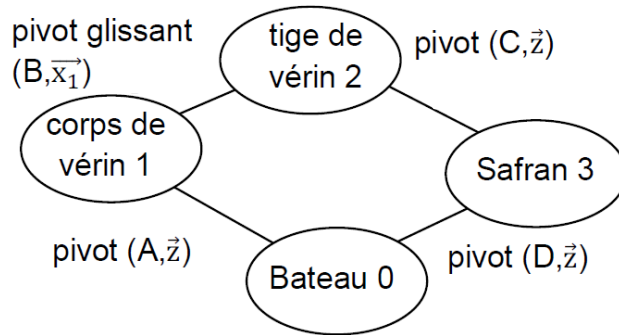
- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3



$$h(2D) = Is - (3(p-1)) + mu + mi$$

Degré d'hyperstatisme du pilote automatique

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3



$$h = I_s - E_s + m = I_s - 6(n - 1) + m_u + m_i$$

$$h = (3 \cdot 5 + 4) - 6(4 - 1) + 1 + 0$$

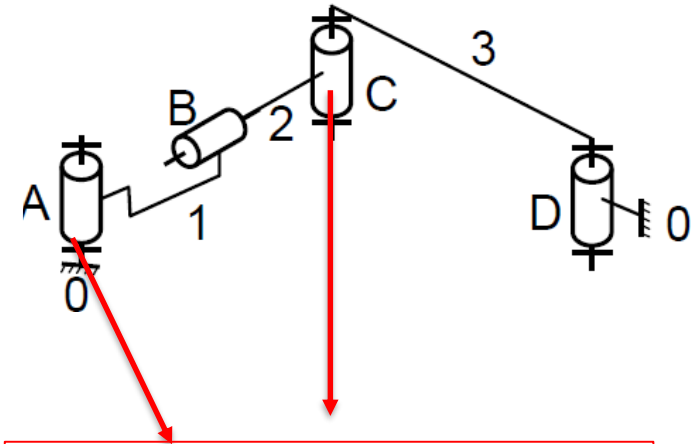
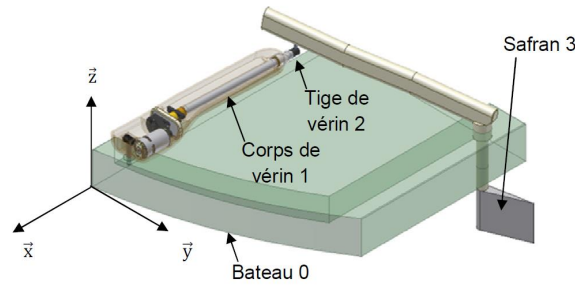
$$h = 19 - 18 + 1 = 2 !!$$

Où sont-ils ?

Orientation autour de y de la pivot en D
Position verticale de la pivot en D

Proposer un modèle isostatique

- A. Rotule en A
- B. Rotule en C
- C. Rotule en D
- D. Rotule en A et C



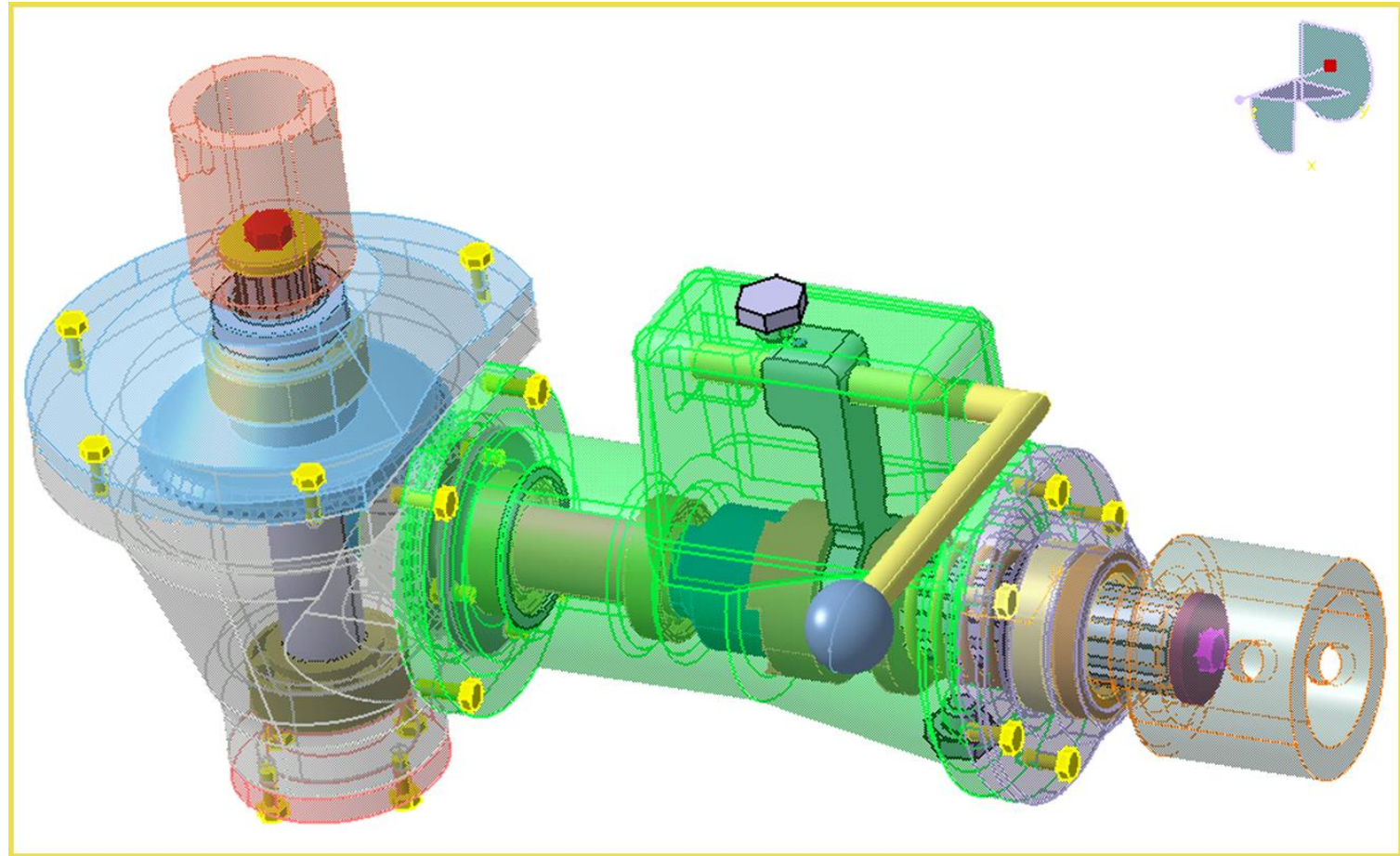
Remplacer par 2 rotules → h=0

$$h = I_s - E_s + m = I_s - 6(n - 1) + m_u + m_i$$

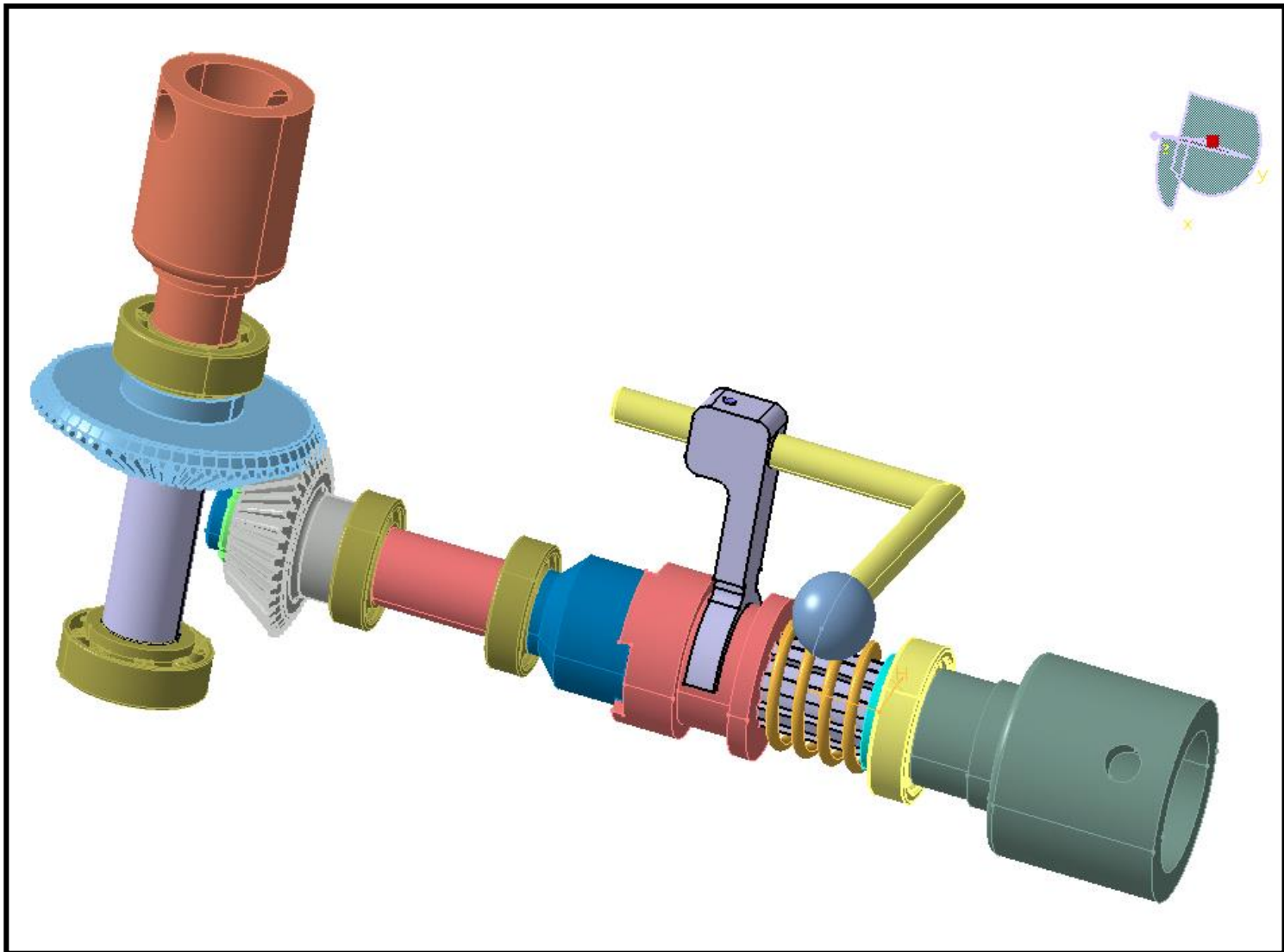
$$h = (2 \cdot 3 + 5 + 4) - 6(4 - 1) + 1 + 2$$

$$h = 15 - 18 + 3 = 0$$

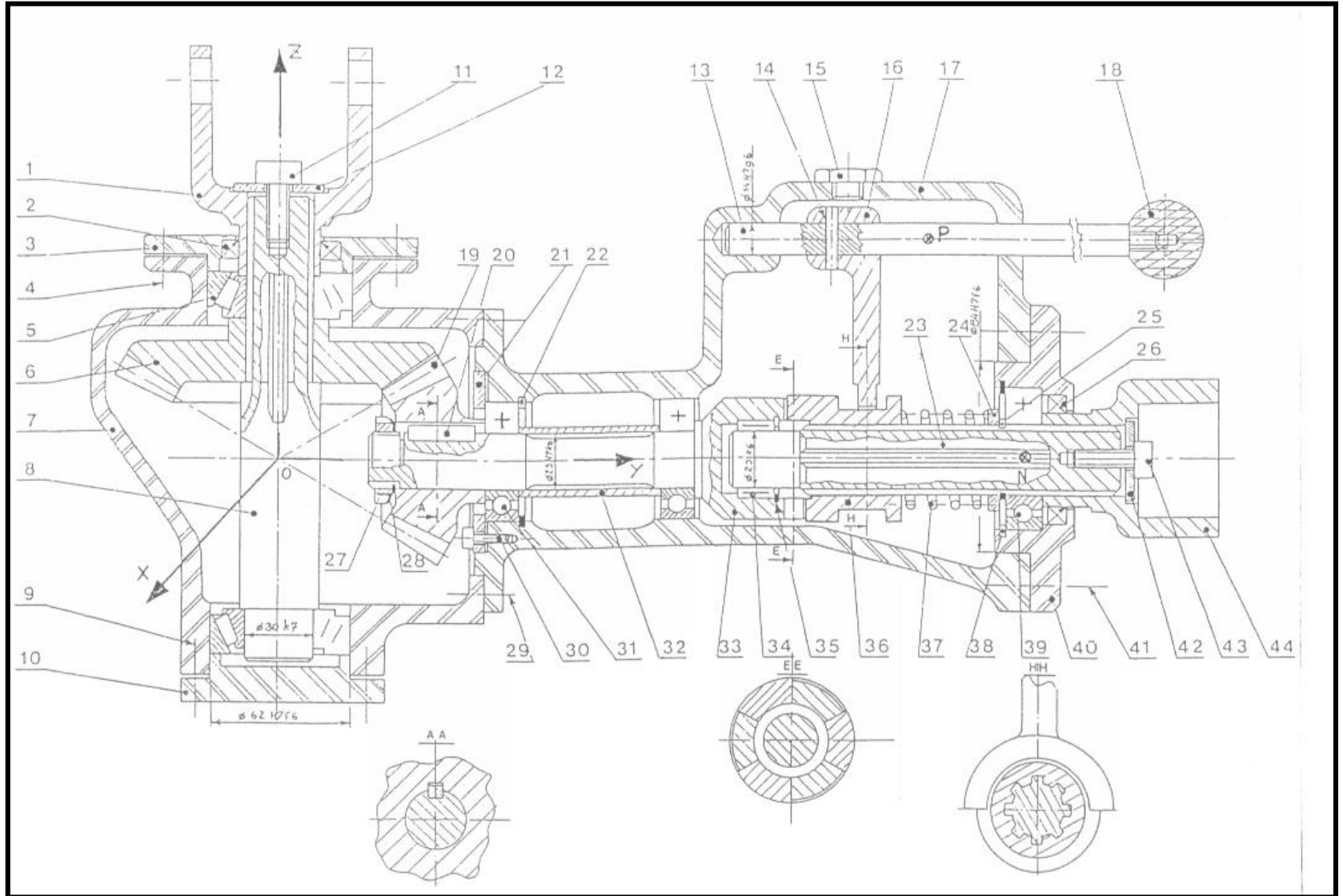
Exemple : prise de force



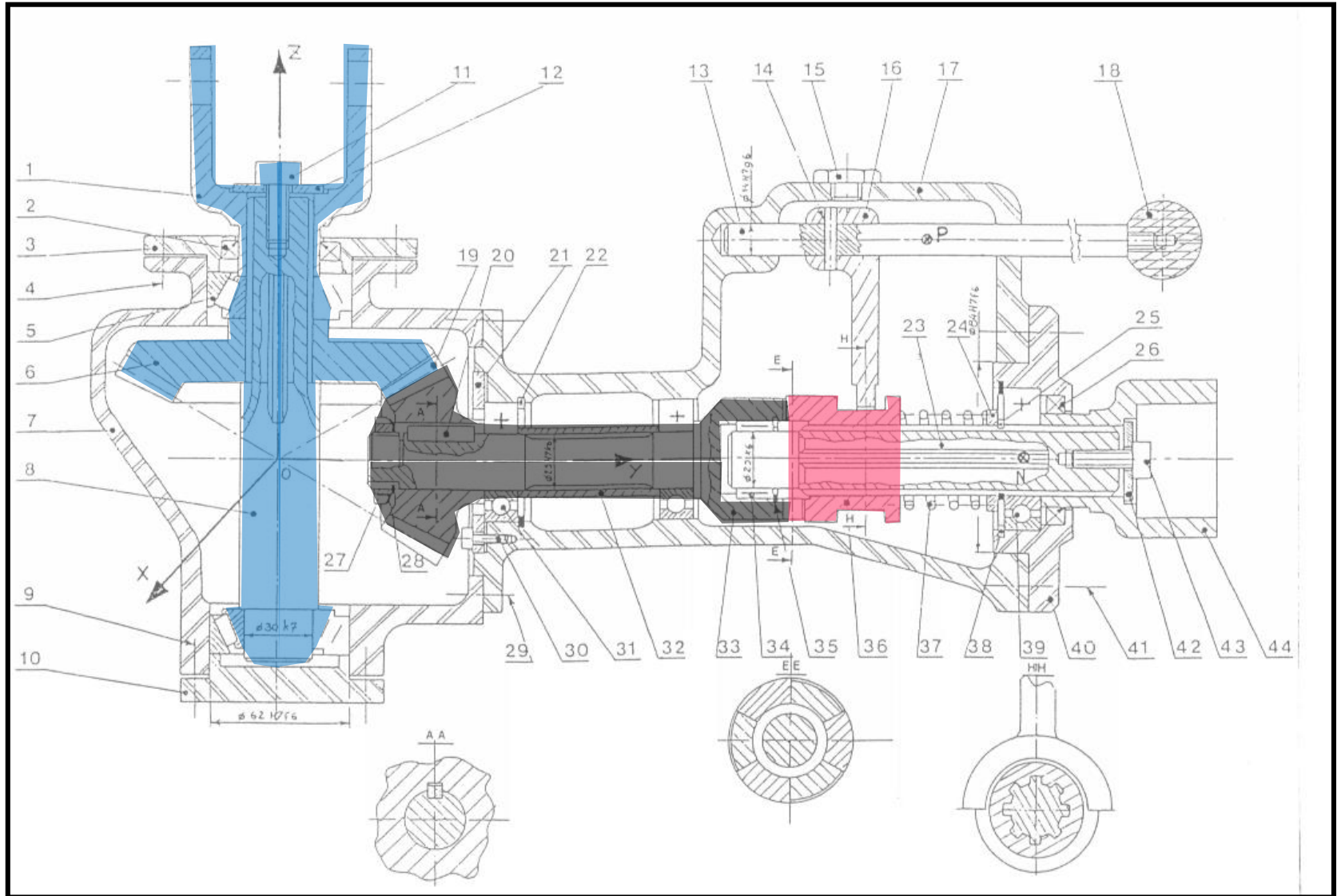
Exemple : prise de force



Exemple : prise de force



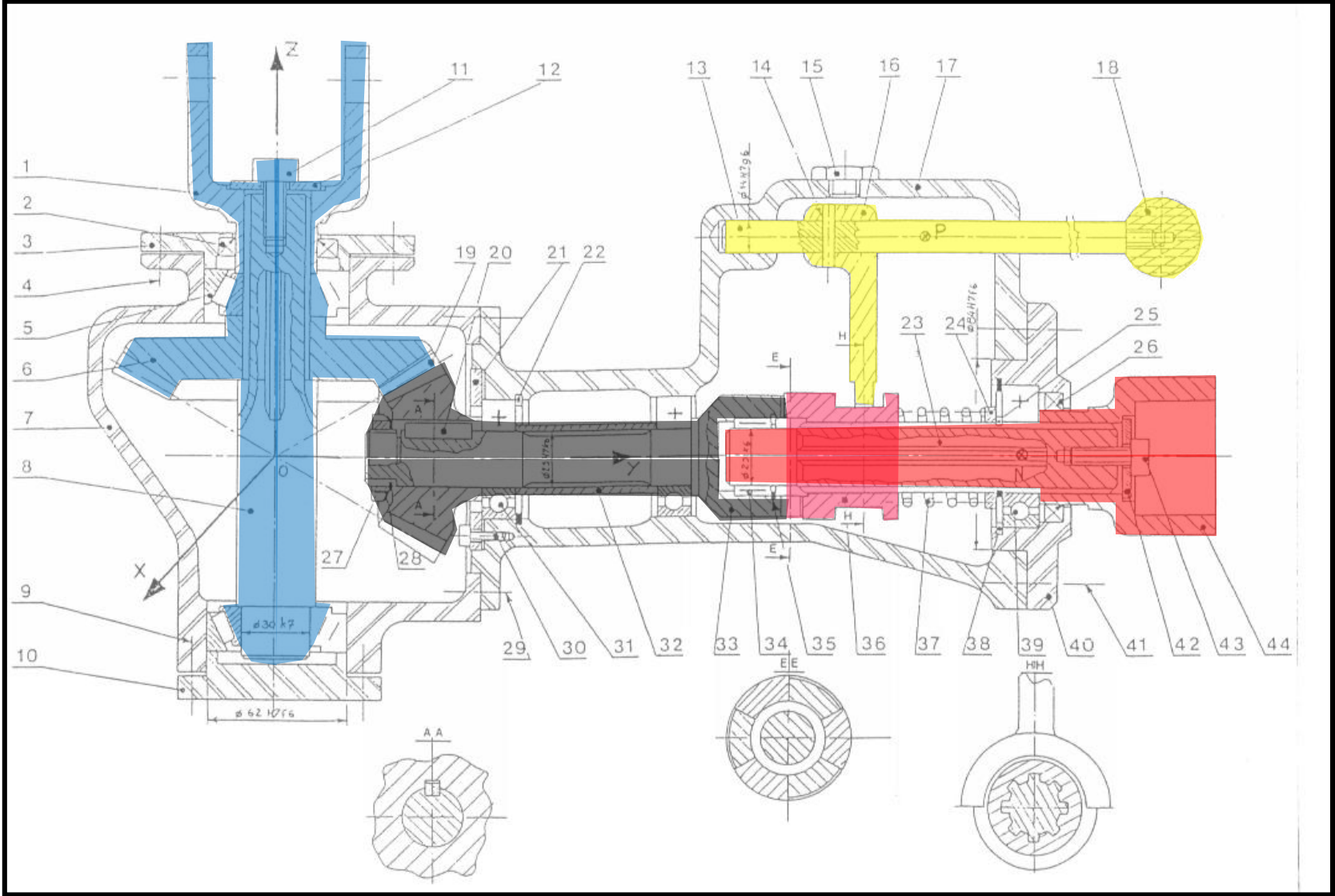
Exemple : prise de force



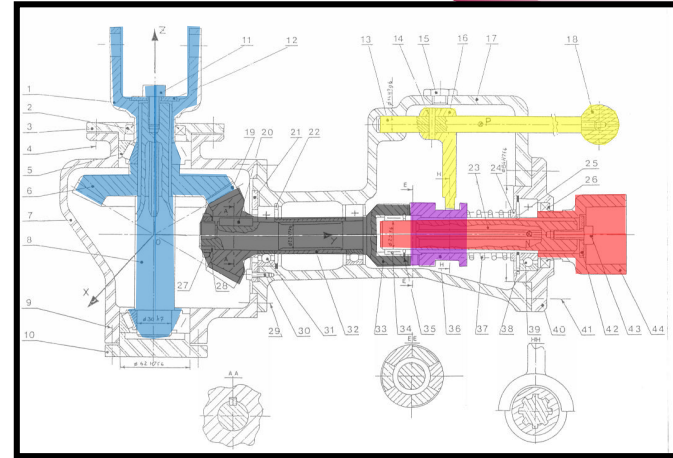
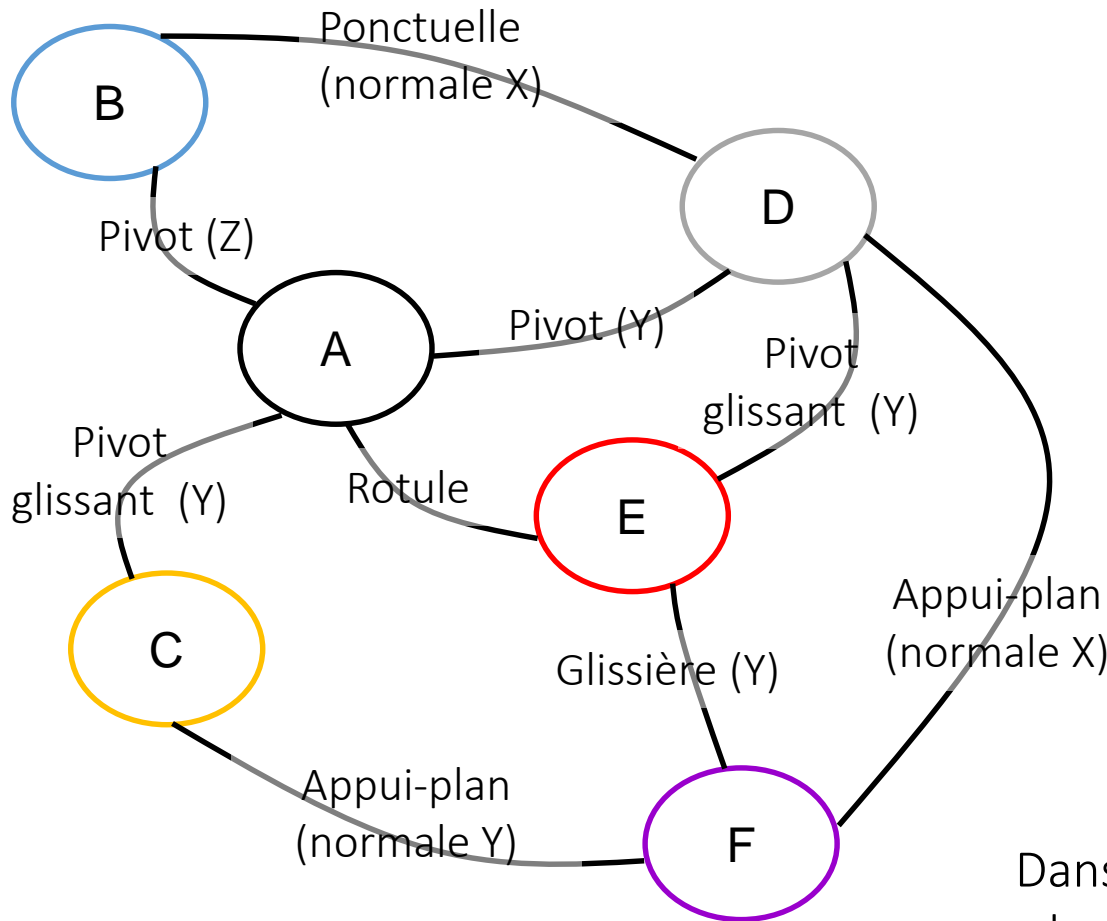
Une pièce technique à connaître : un crabot



Exemple : prise de force



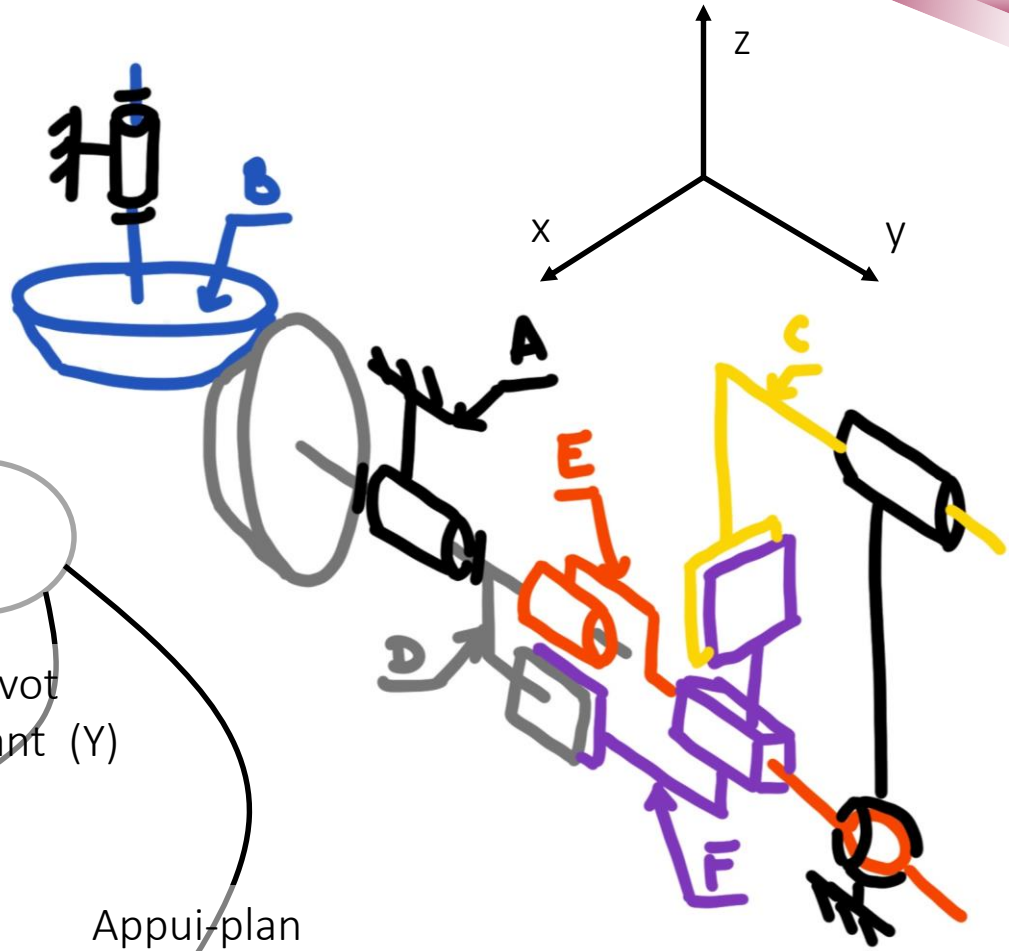
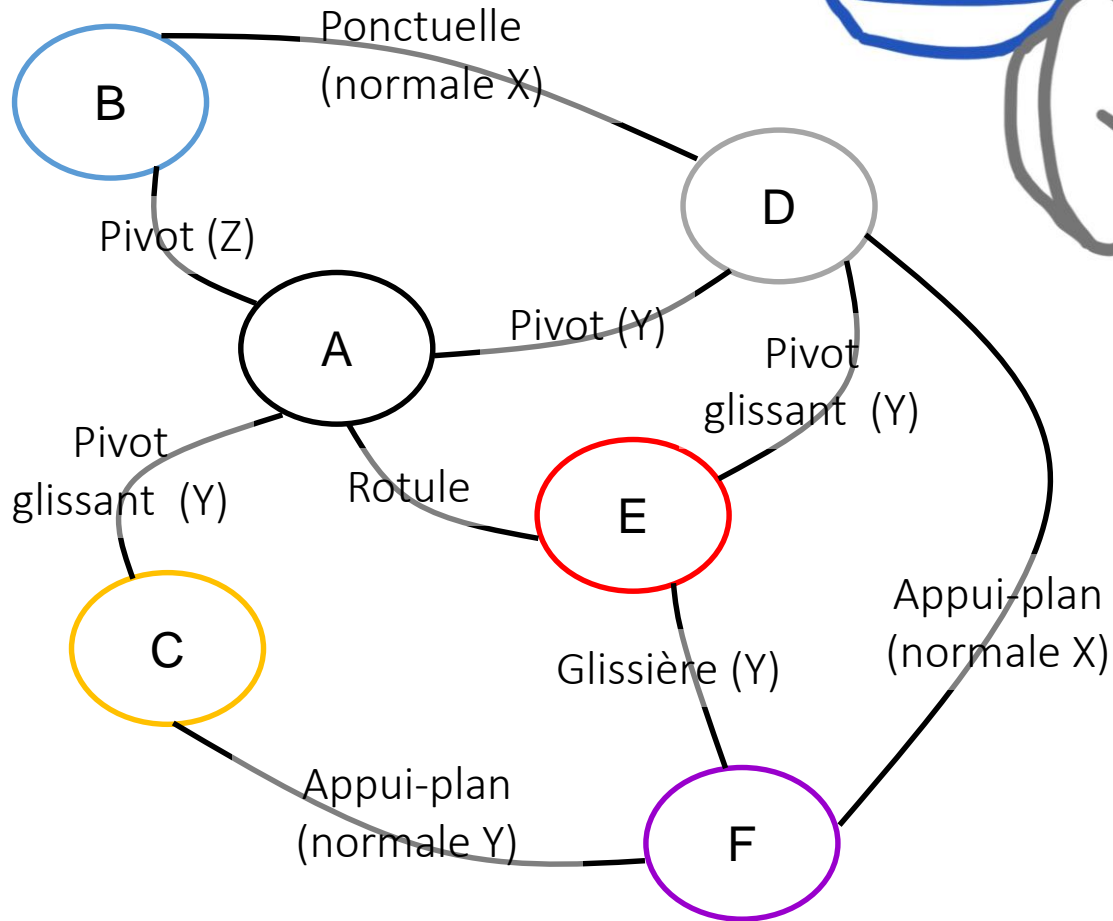
Graphe des liaisons



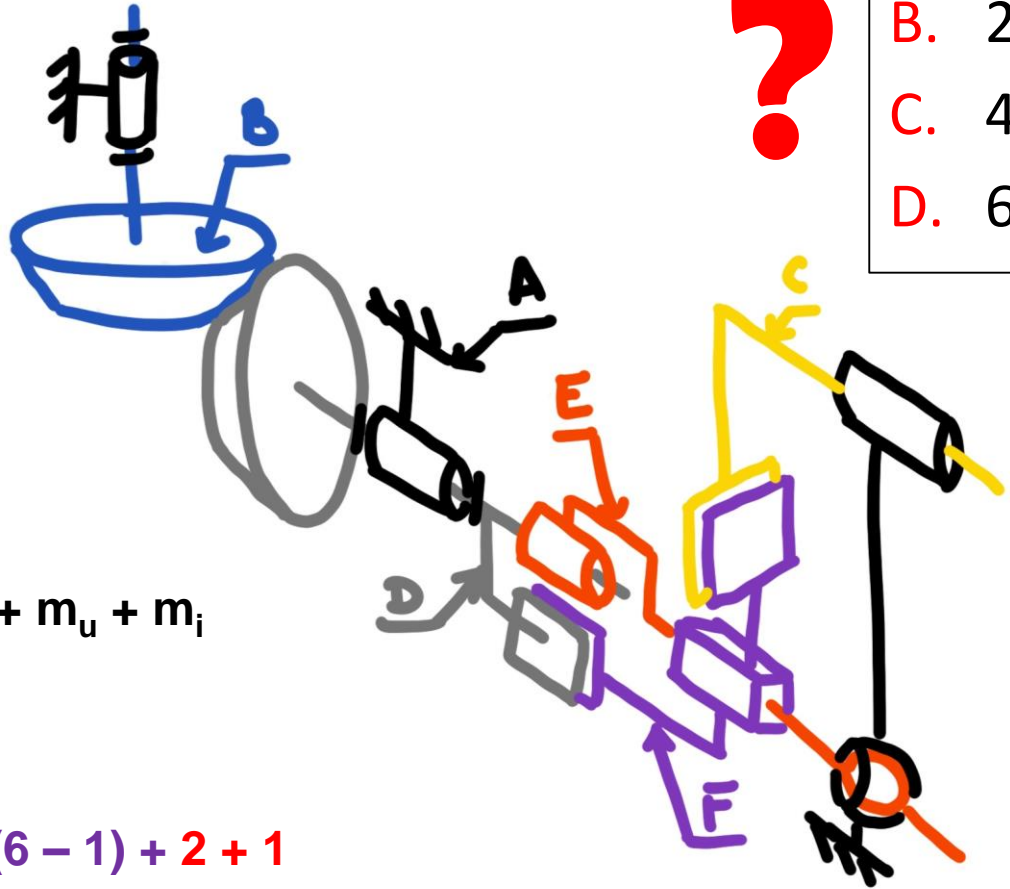
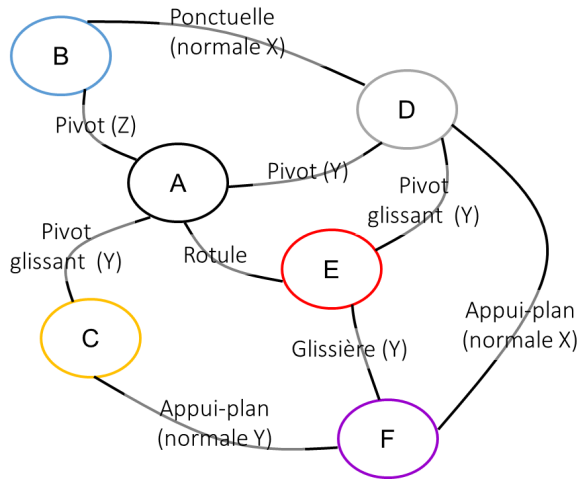
/!\

Dans ce modèle, on se place dans la phase de vie avec crabot enclenché et levier en passe de le déclencher, donc en contact plan.

Exemple : prise de force



Hyperstatisme de la prise de force ?



- | | |
|----|---|
| A. | 0 |
| B. | 2 |
| C. | 4 |
| D. | 6 |

$$h = I_s - E_s + m = I_s - 6(n - 1) + m_u + m_i$$

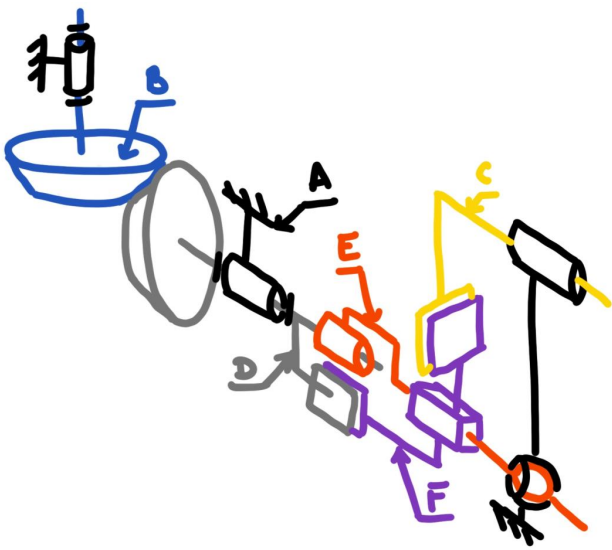
$$m_u = 2$$

$$m_i = 1$$

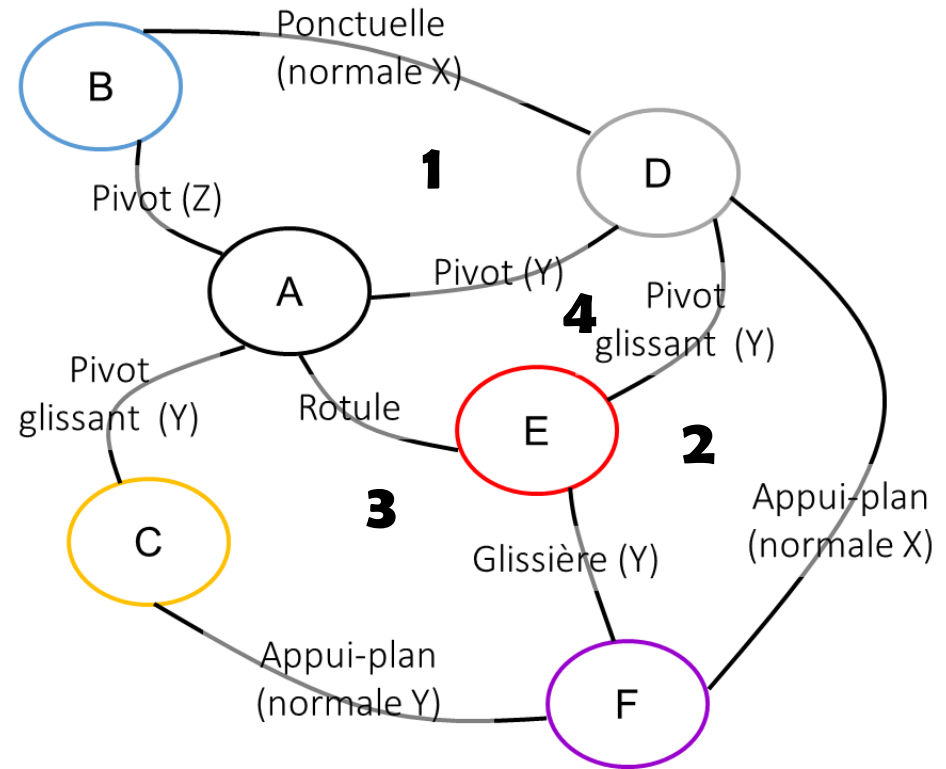
$$h = (5+1+5+4+3+3+5+3+4) - 6(6 - 1) + 2 + 1$$

$$h = 33 - 30 + 3 = 6$$

Où se trouve l'hyperstatisme ?



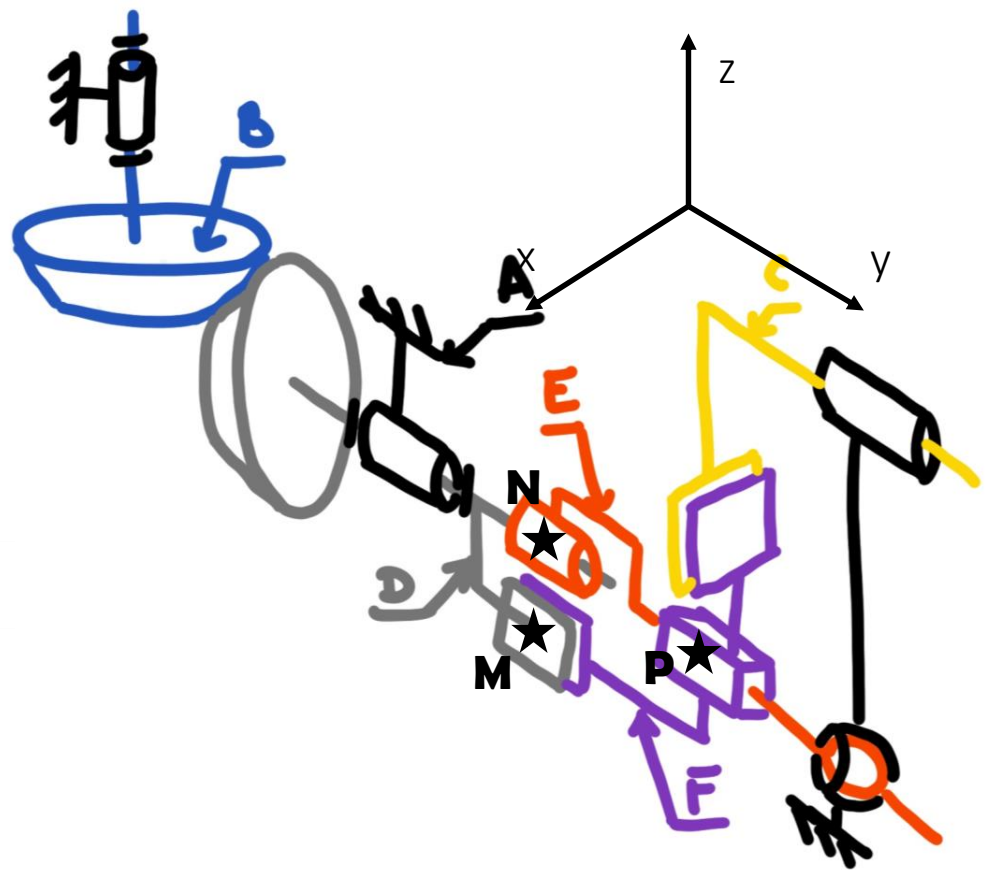
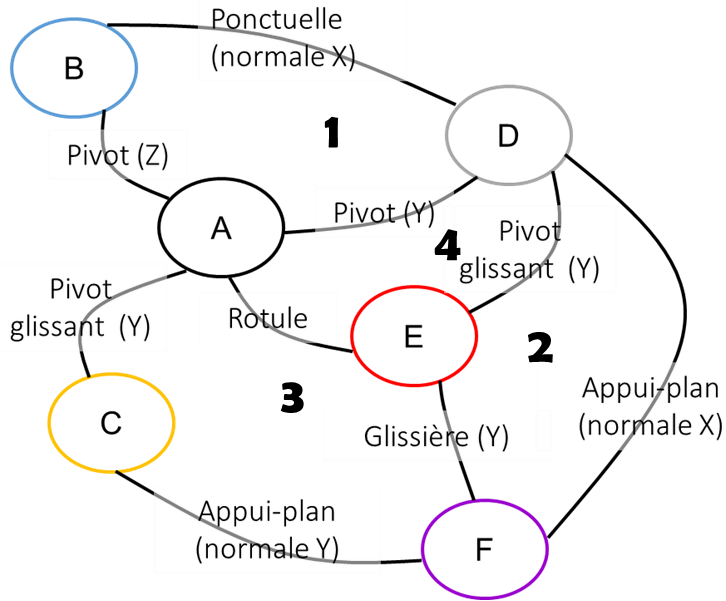
- A. Dans la boucle 1 !
- B. Non ! Dans la 2 !
- C. Mais non, dans la 3 !
- D. N'importe quoi, c'est dans la 4 !



En réalité il est un peu partout ! Faire l'analyse boucle par boucle pour le savoir.

→ Le calcul global est risqué, on peut passer à côté de mobilités, surtout pour des systèmes complexes !

Exemple : prise de force



Boucle 2 :

$$\{U_{D/E}\}_N + \{U_{E/F}\}_N + \{U_{F/D}\}_N = \{0\}_N$$

$$\{U_{D/E}\}_N = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_y & V_y^N \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{U_{E/F}\}_N = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & V_y'^N \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

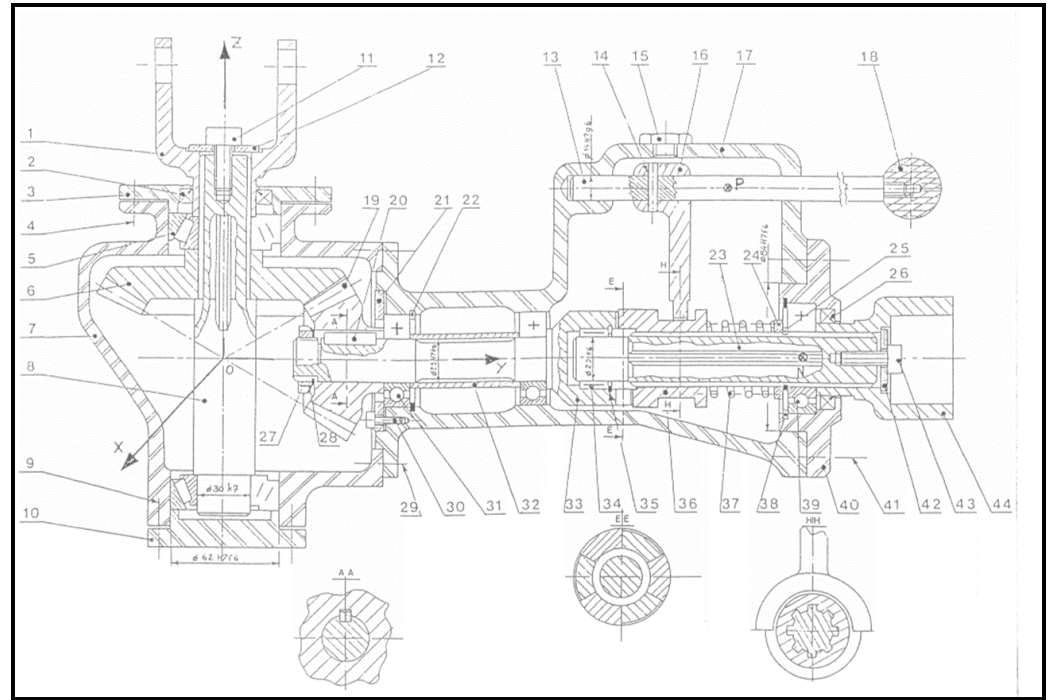
$$\{U_{F/D}\}_N = \begin{Bmatrix} \omega''_x & 0 \\ 0 & V_y''^N \\ 0 & V_z''^N \end{Bmatrix}$$



$$\begin{aligned} 0 + 0 + \omega''_x &= 0 \\ \omega_y + 0 + 0 &= 0 \\ 0 + 0 + 0 &= 0 \\ 0 + 0 + 0 &= 0 \\ V_y^N + V_y'^N + V_y''^N &= 0 \\ 0 + 0 + V_z''^N &= 0 \end{aligned}$$

H=2

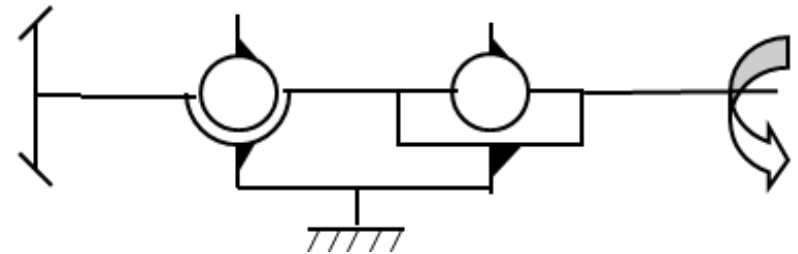
Étude partielle du problème



Je cherche à dimensionner les roulements 31...comment faire???



Poser le problème = construire un **filare** de l'arbre



Nouvelle modélisation:
L'engrenage et le crabot ne transmettent qu'un couple

Étude partielle du problème

Maintenant il faut paramétrer!!

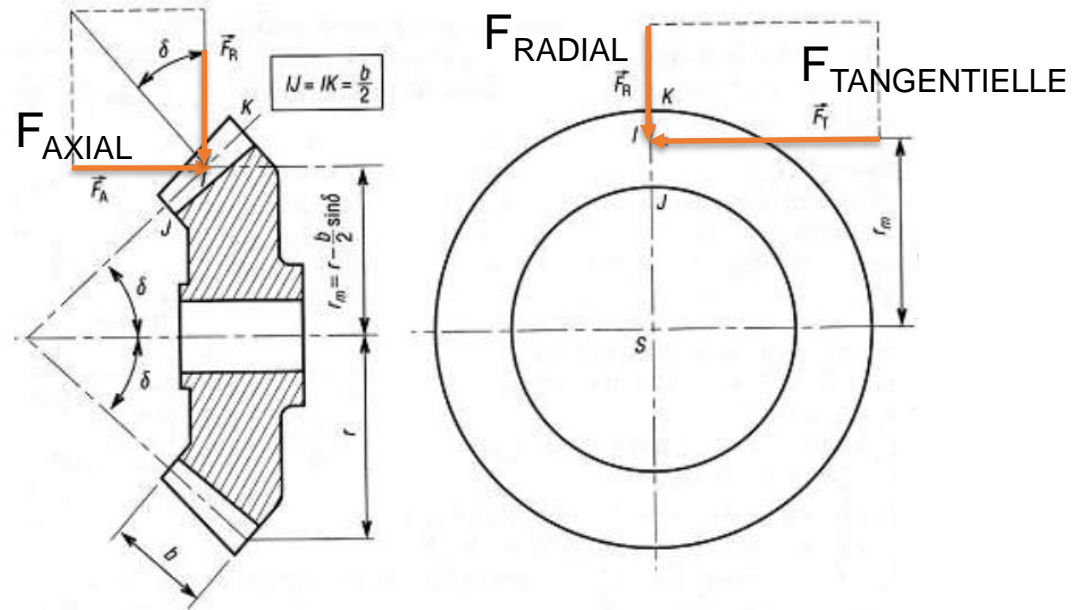
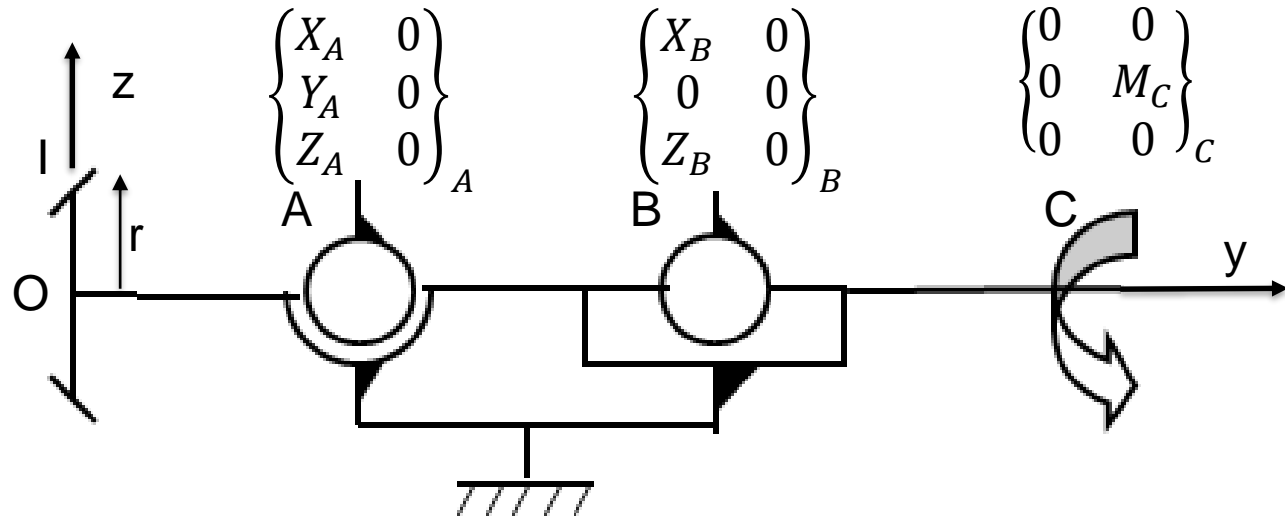
$$\begin{Bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \\ ? & ? \end{Bmatrix}_I$$

Engrenage conique à denture droite

$$F_A = F_T \cdot \tan\alpha_n \cdot \sin\delta$$

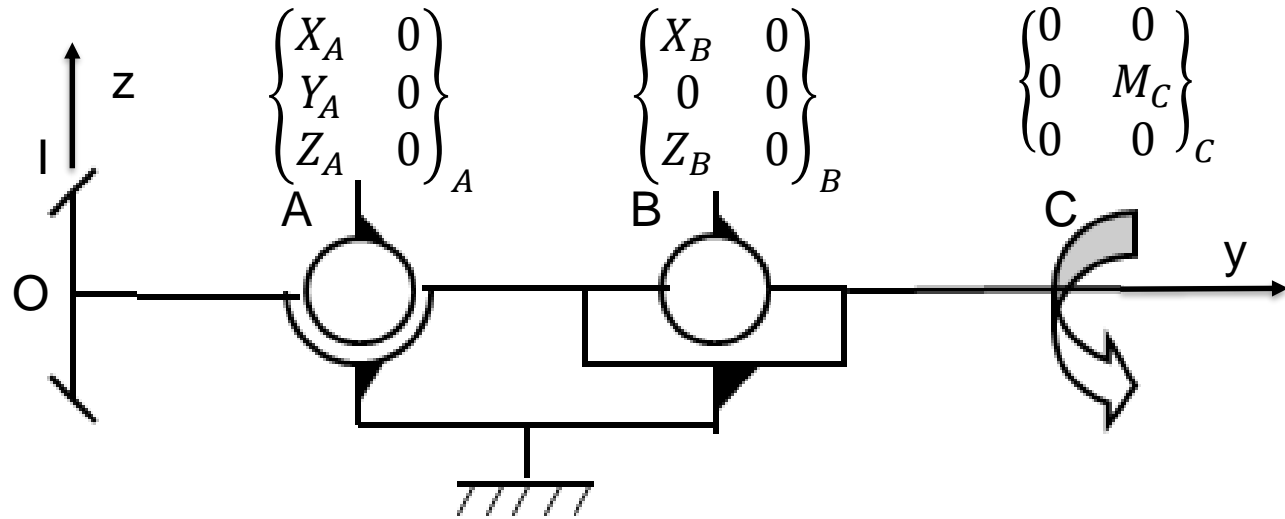
$$F_R = F_T \cdot \tan\alpha_n \cdot \cos\delta$$

$$\begin{Bmatrix} F_T & 0 \\ F_A & 0 \\ F_R & 0 \end{Bmatrix}_I$$



Étude partielle du problème

On résout : 6 équations de statique + 2 de relation dans l'engrenage et 8 inconnues (M_C est donné)



$$F_A = F_T \cdot \tan \alpha_n \cdot \sin \delta$$

$$F_R = F_T \cdot \tan \alpha_n \cdot \cos \delta$$

$$\begin{pmatrix} F_T & -F_A \cdot r \\ F_A & F_T \cdot r \\ F_R & 0 \end{pmatrix}_O + \begin{pmatrix} X_A & Z_A y_A \\ Y_A & 0 \\ Z_A & -X_A y_A \end{pmatrix}_O + \begin{pmatrix} X_B & Z_B y_B \\ 0 & 0 \\ Z_B & -X_B y_B \end{pmatrix}_O + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_C \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_O = \{0\}$$

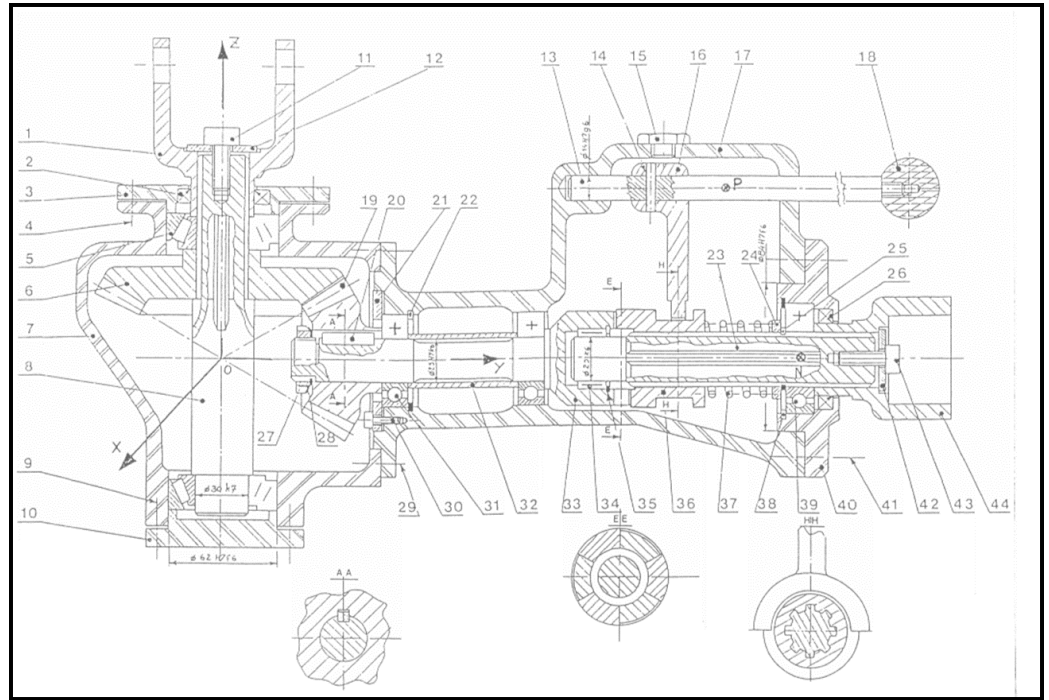
$$X_A = \frac{-F_T y_B}{y_B - y_A} \quad X_B = \frac{F_T y_A}{y_B - y_A} \quad Z_A = \frac{-F_R y_B - F_A r}{y_B - y_A} \quad Z_B = \frac{F_R y_A + F_A r}{y_B - y_A}$$

$$Y_A = -F_A \quad F_T = -M_C / r$$

Étude partielle du problème



Et pour les roulements 5 et 9...comment faire ???



Vous le verrez au prochain semestre !

Etude de cas : pince débrayable de téléporté (télésiège, télécabine...)

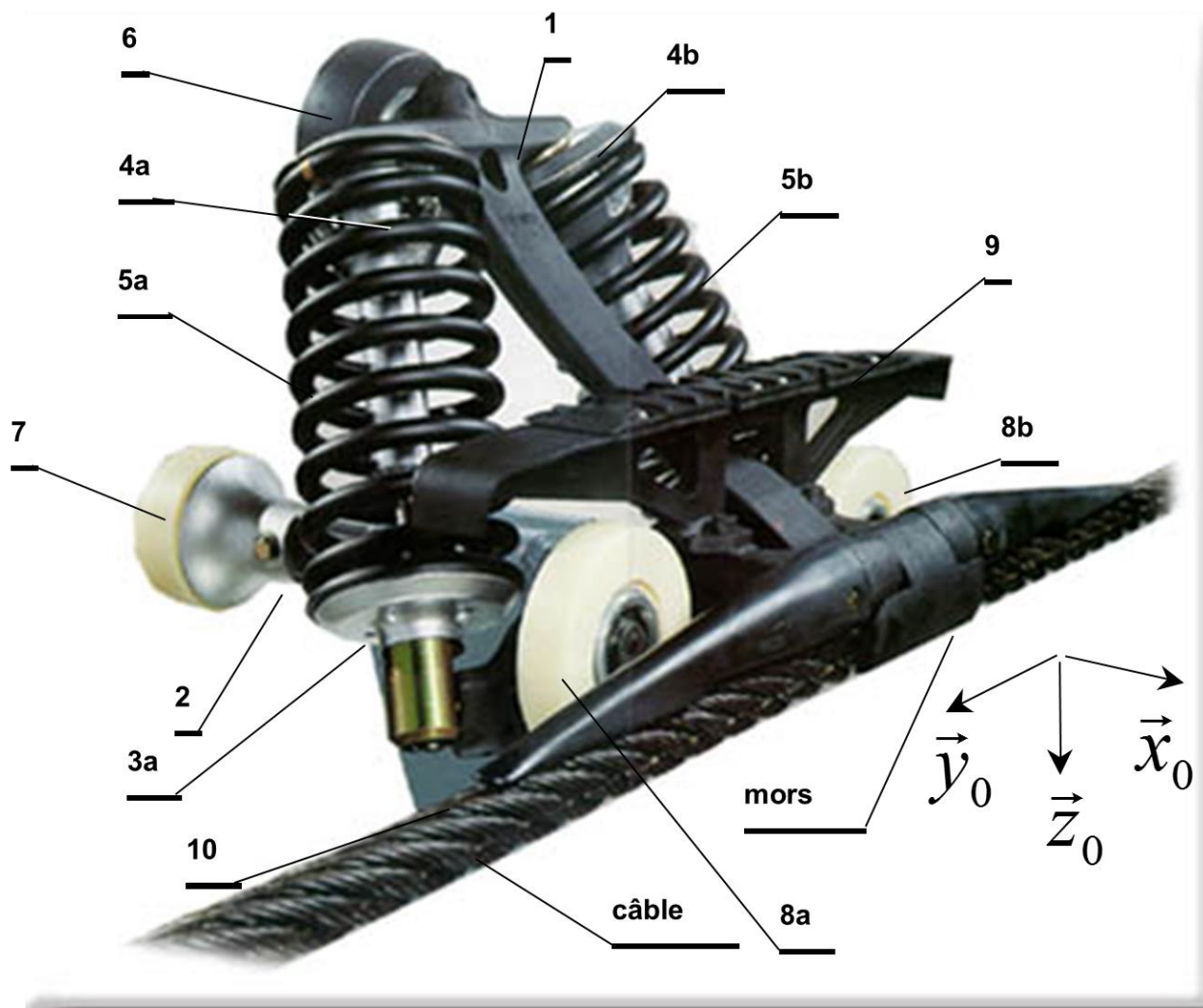
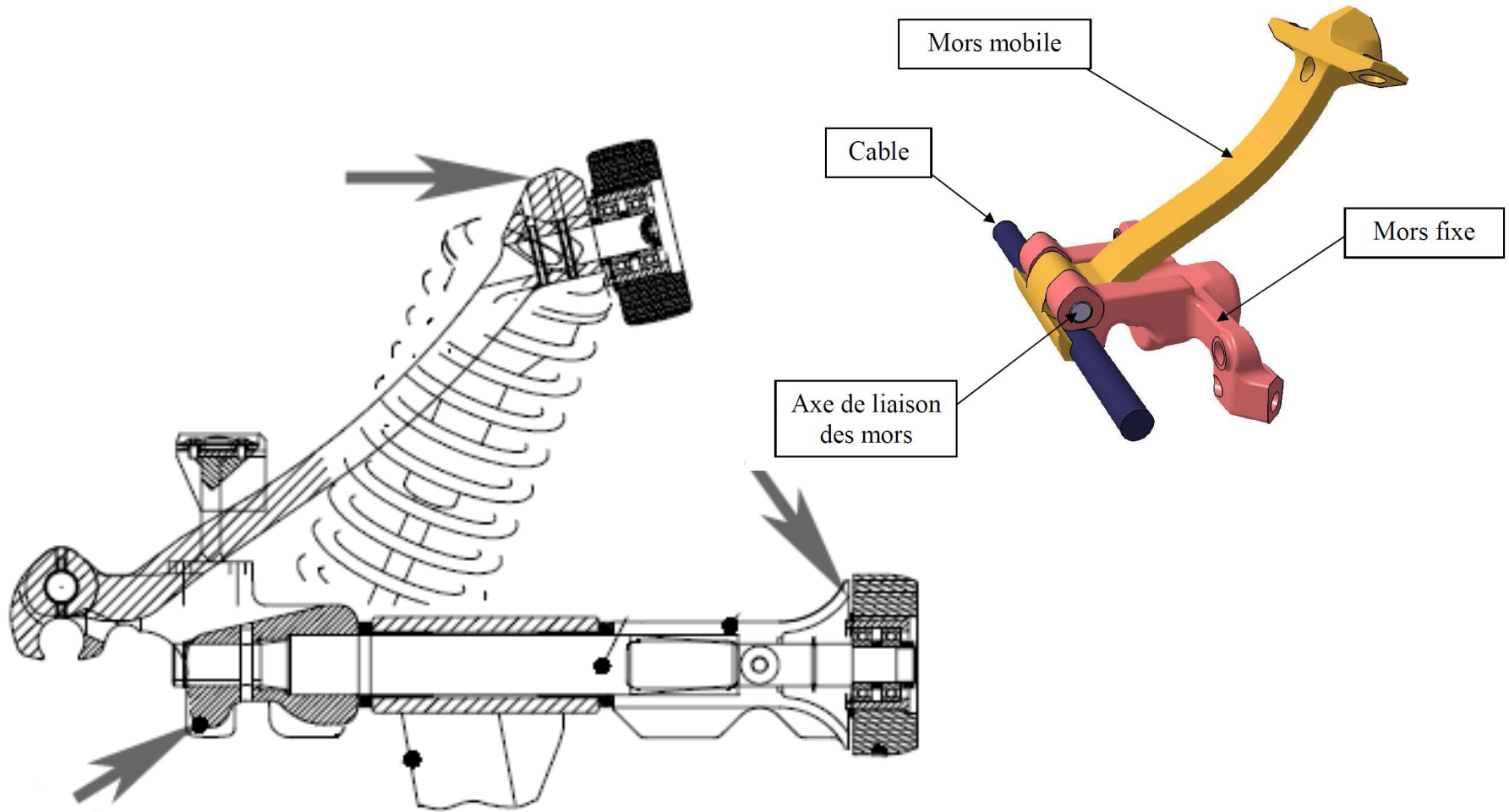


PHOTO : POMA

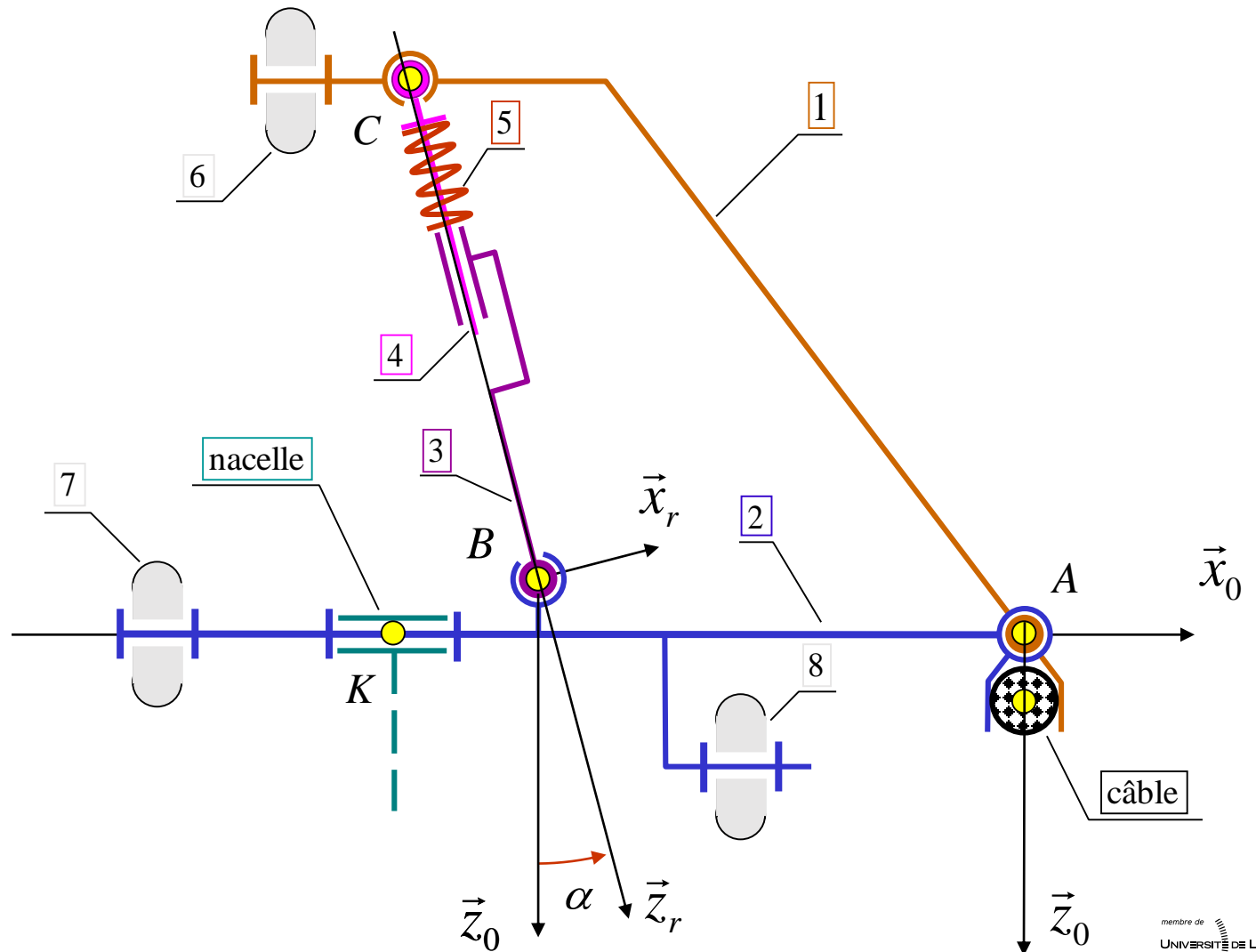
Etude de cas : pince débrayable de téléporté (télésiège, télécabine...)

- Croquis technologique



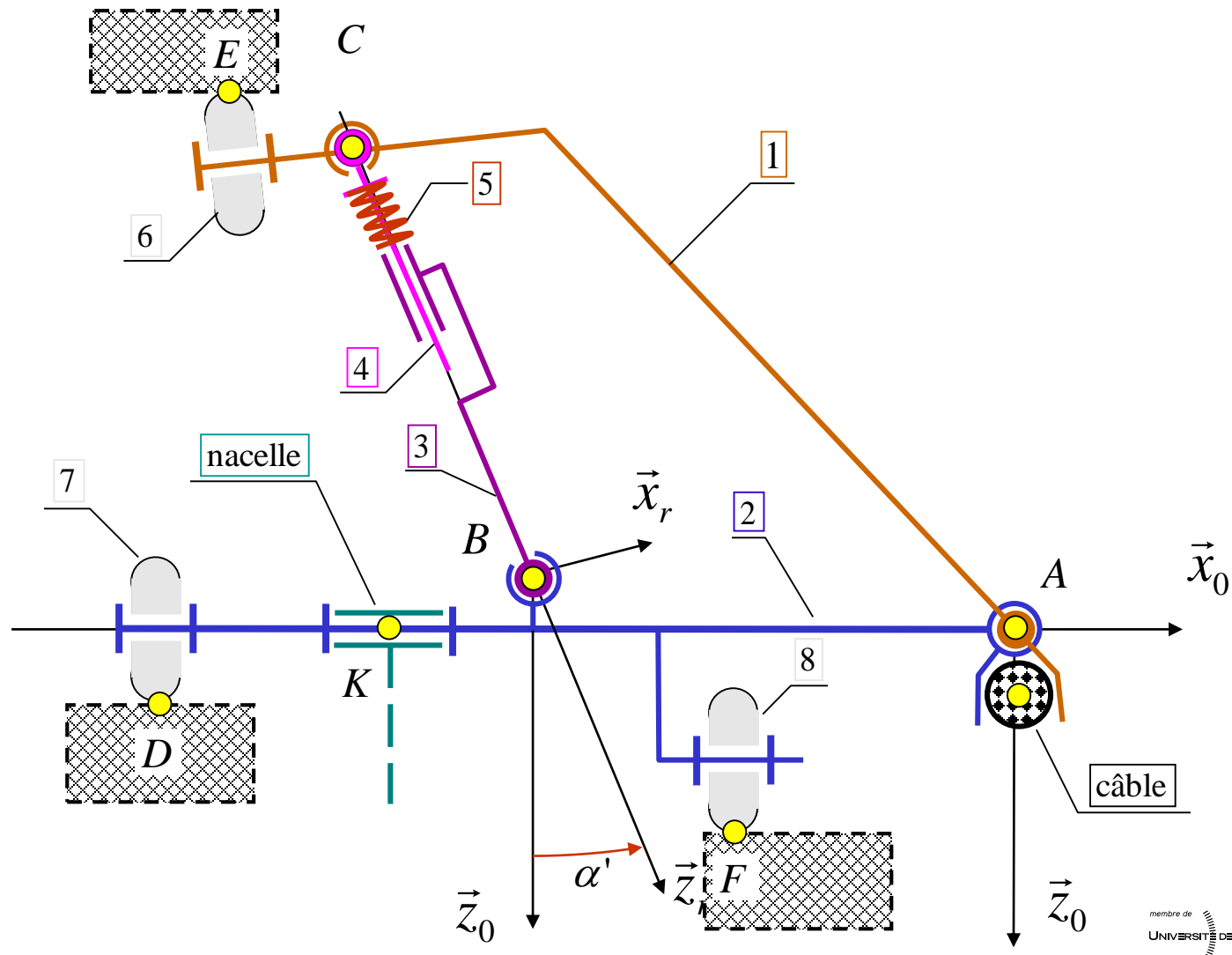
Etude de cas : pince débrayable de téléporté (télésiège, télécabine...)

- Position fermée, câble serré, schéma plan



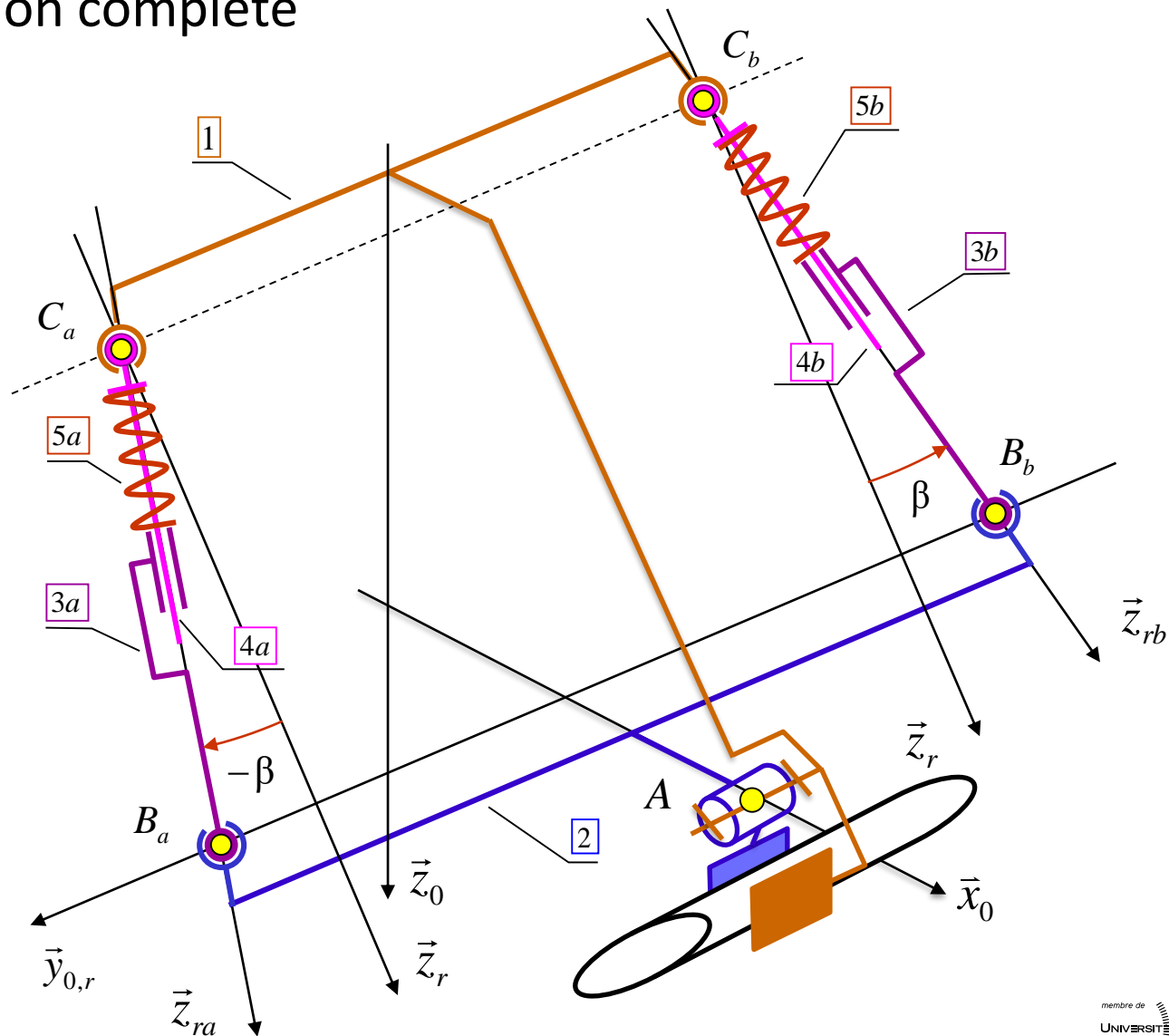
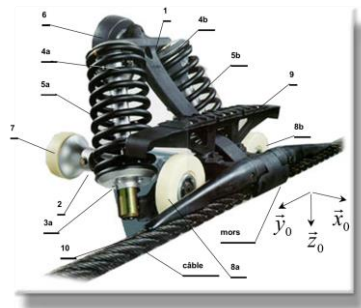
Etude de cas : pince débrayable de téléporté (télésiège, télécabine...)

- Position ouverte, câble libre, schéma plan

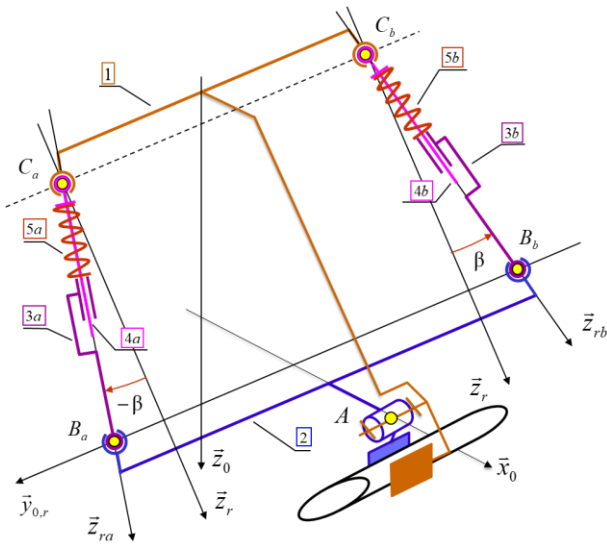


Etude de cas : pince débrayable de téléporté (télésiège, télécabine...)

- Schématisation complète

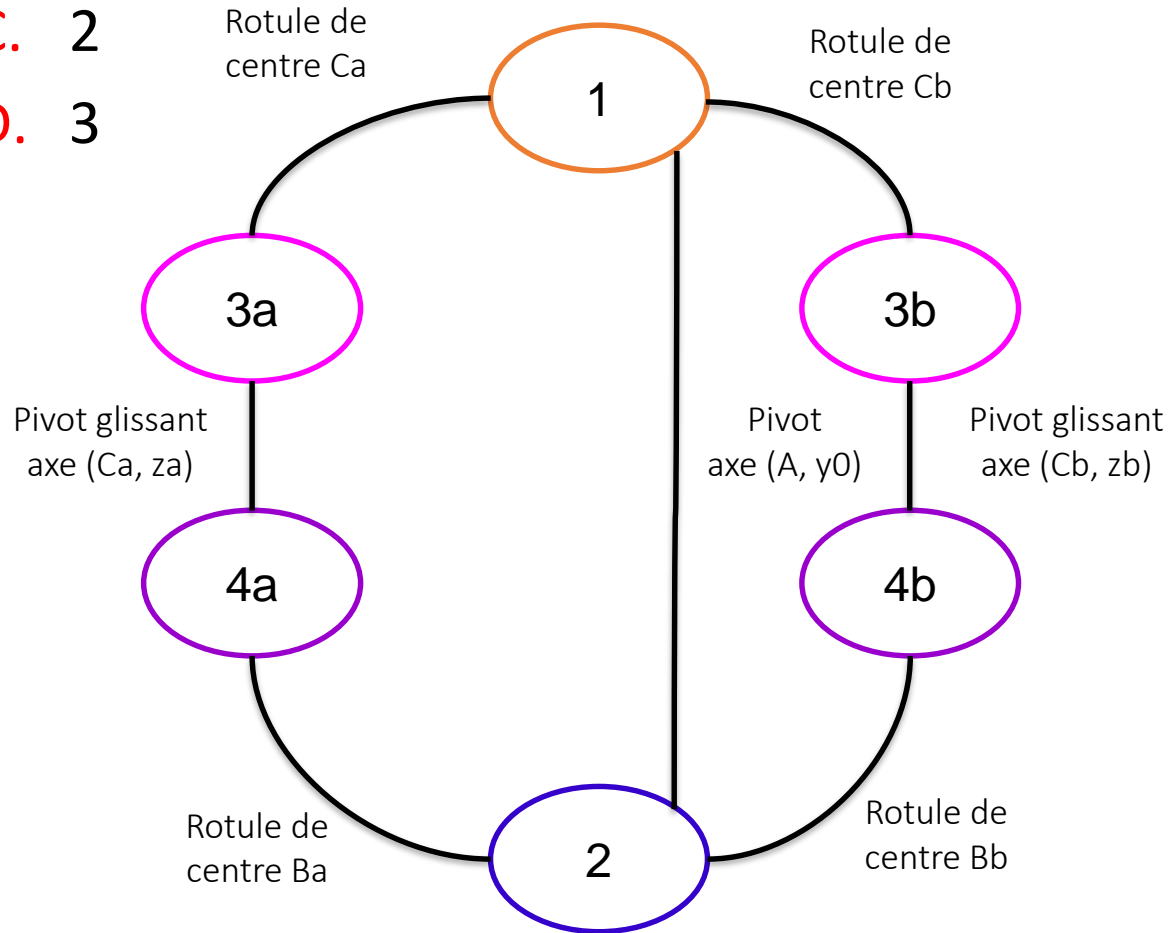


Degré d'hyperstatisme ? (graphe sans câble)



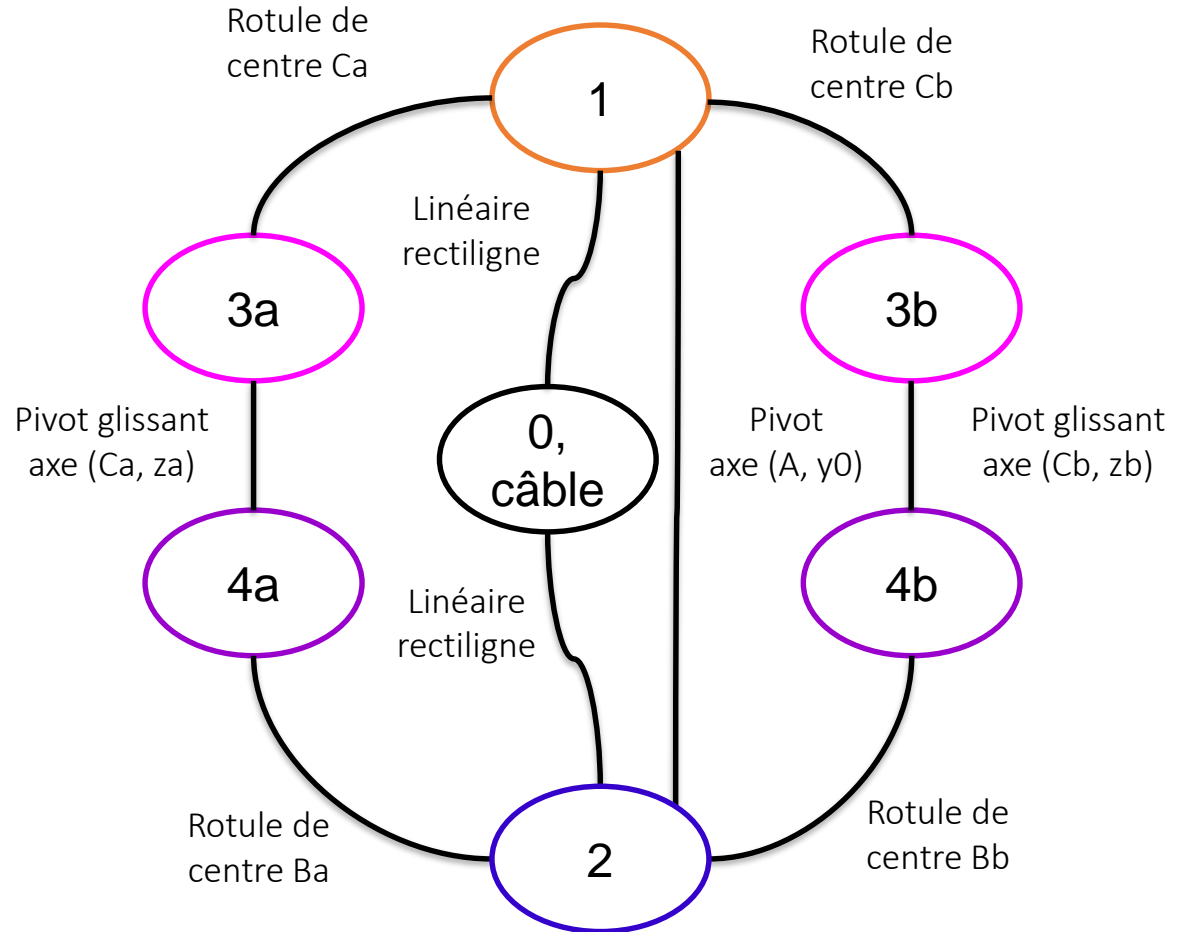
- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

$Is=2*(3+4+3)+5=25$
 $P=6$
 $Es=6*5=30$
 $m=mi+mu$
 $m=2*2+1=5$
 $h=Is-Es+m=25-30+5=0$
 Isostatique... Tout va bien!



Degré d'hyperstatisme ? (graphe avec câble)

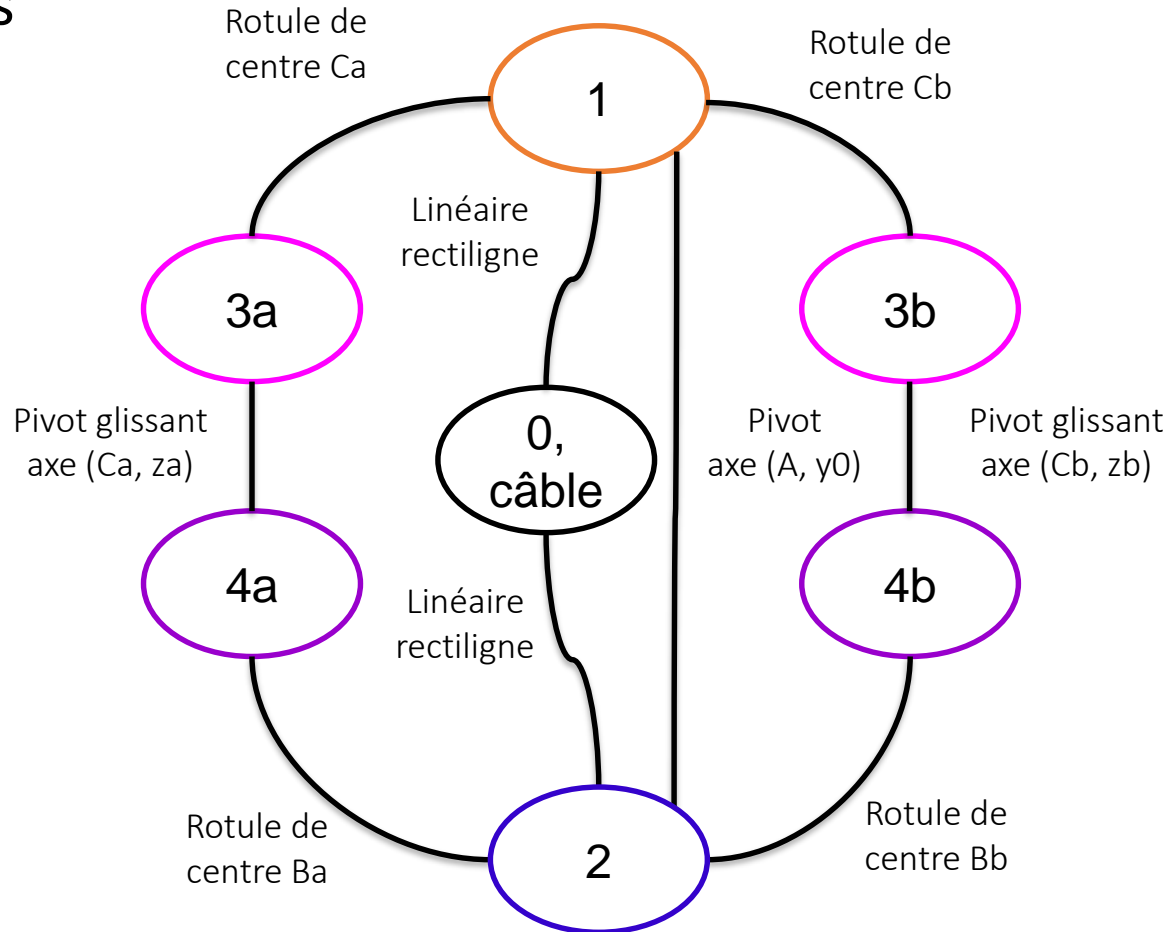
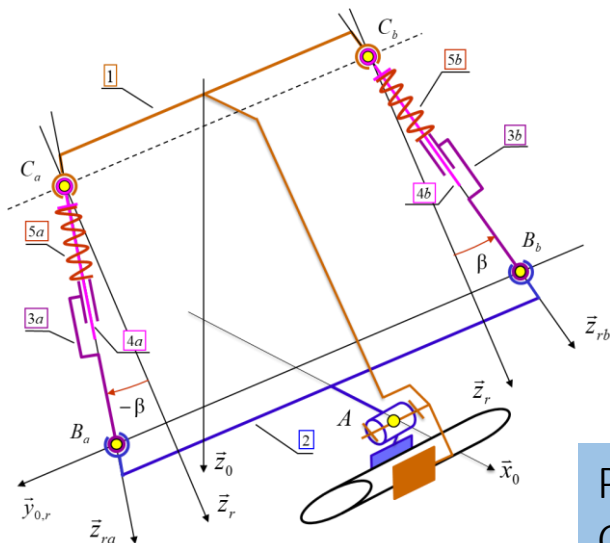
- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3



$$\begin{aligned}
 l_s &= 2 \cdot (3 + 4 + 3) + 2 \cdot 2 + 5 = 29 \\
 p &= 7 \\
 E_s &= 6 \cdot 6 = 36 \\
 m &= m_i + m_u \\
 m &= 2 \cdot 2 + 4 + 1 = 9 \\
 h &= l_s - E_s + m = 29 - 36 + 9 = 2
 \end{aligned}$$

Condition de compatibilité ? (graphe avec câble)

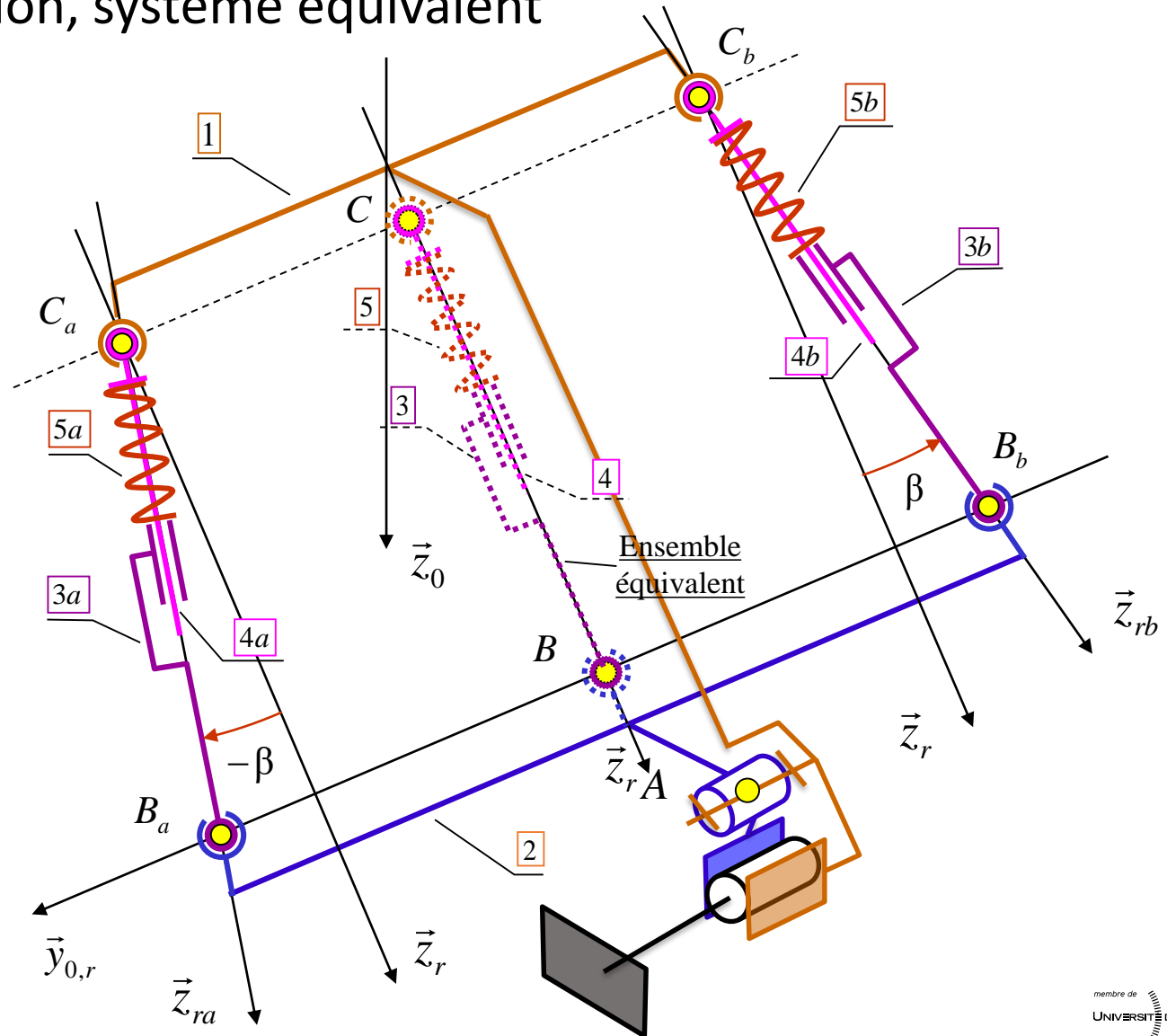
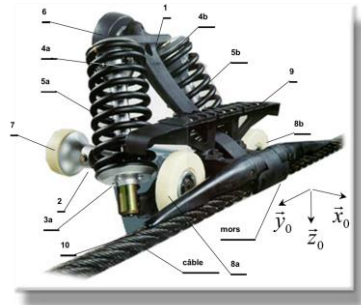
- A. Parallélisme des pivots
- B. Perpendicularité des pivots glissants
- C. Parallélisme des Linéaires rectilignes
- D. Perpendicularité des linéaires rectilignes



Parallélisme entre les 2 LR et la pivot !
 Ça fonctionne car les mors se déforment...

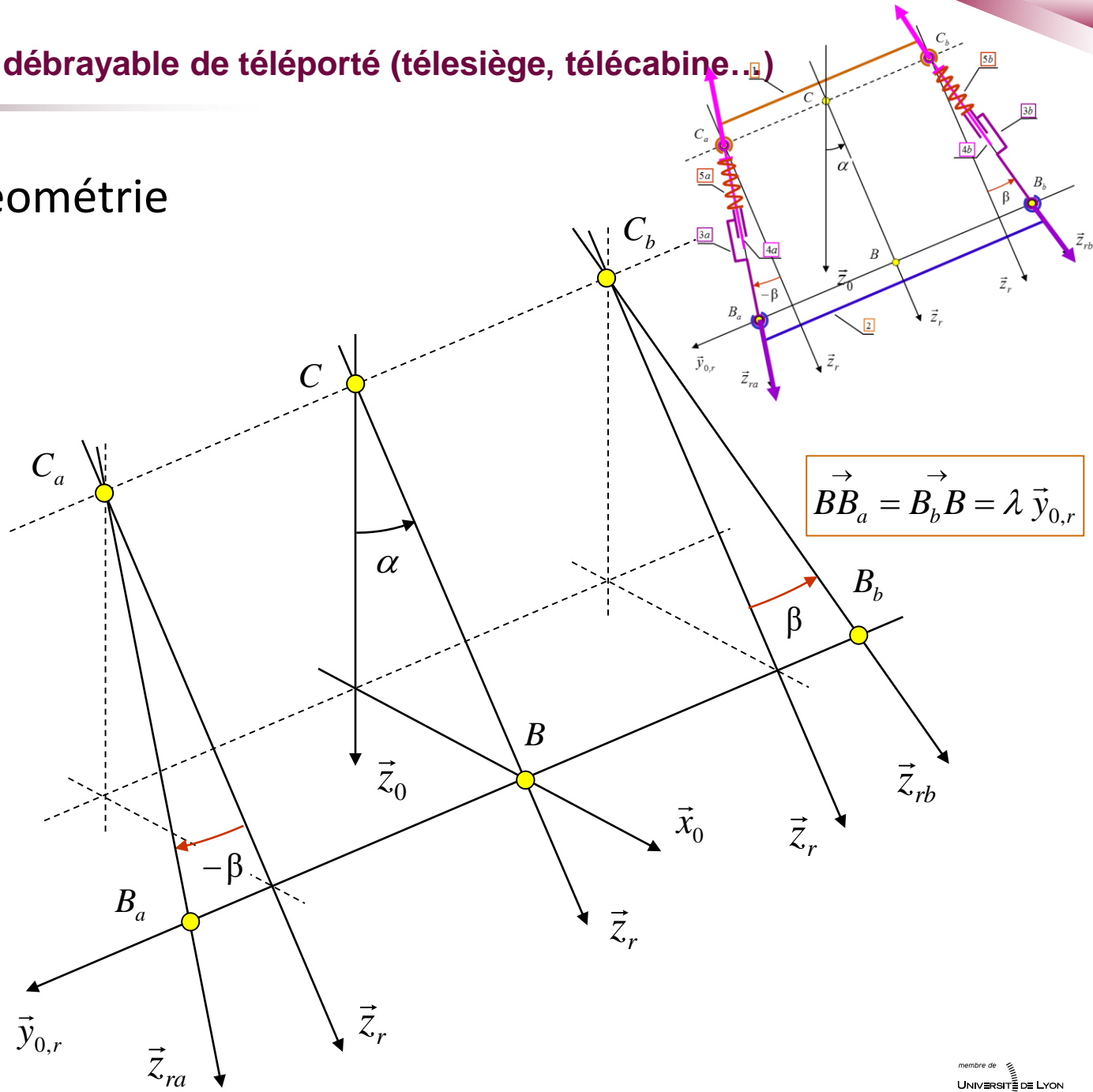
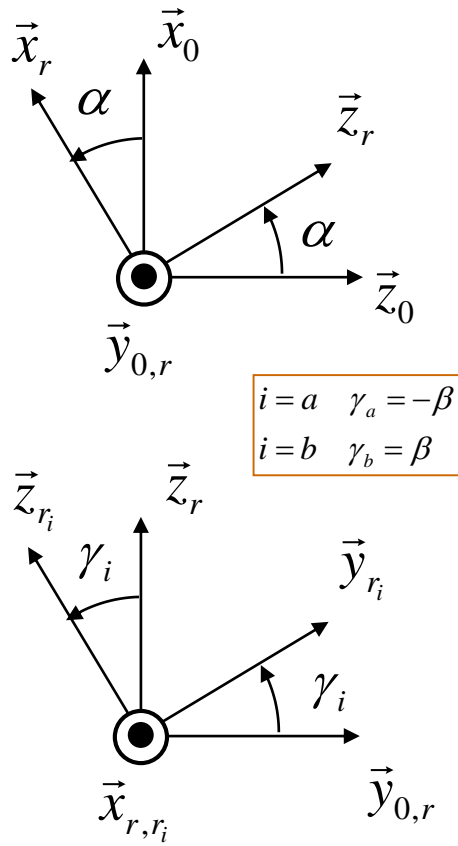
Etude de cas : pince débrayable de téléporté (télésiège, télécabine...)

- Schématisation, système équivalent



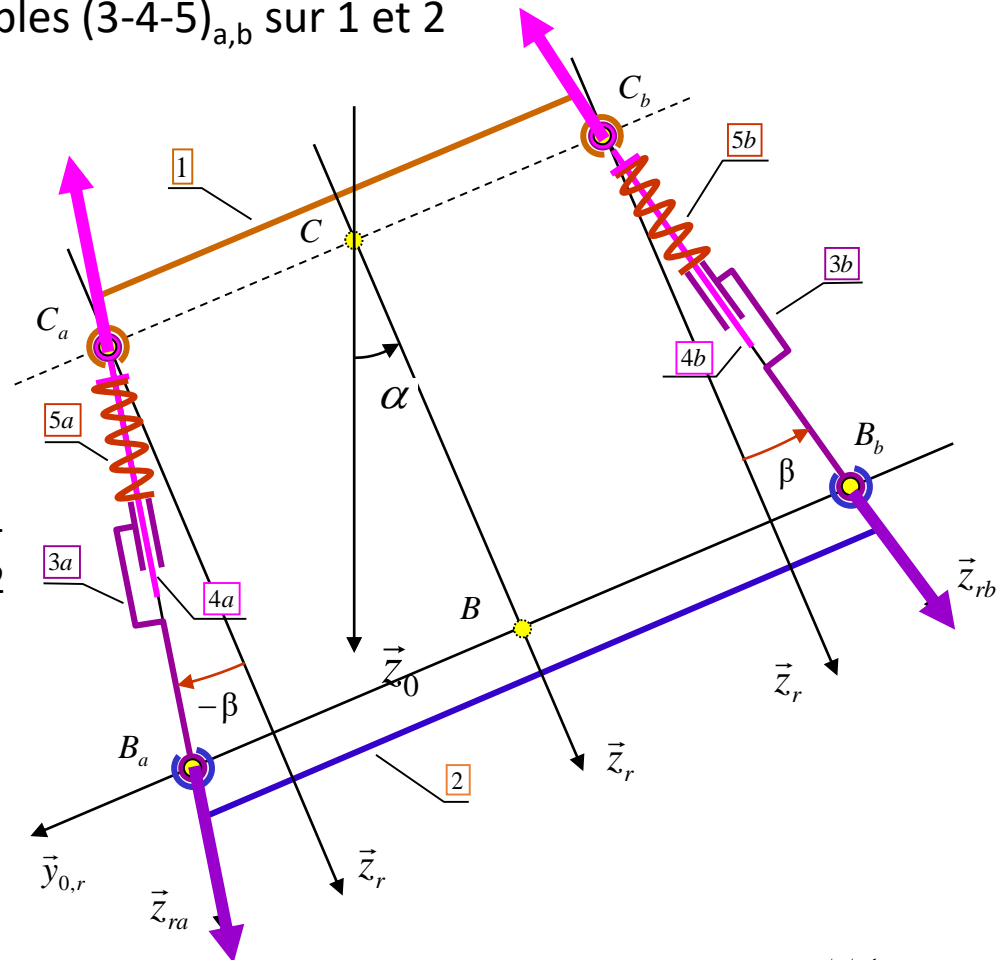
Etude de cas : pince débrayable de téléporté (télesiège, télécabine...)

- Repérage, géométrie



Etude de cas : pince débrayable de téléporté (télésiège, télécabine...)

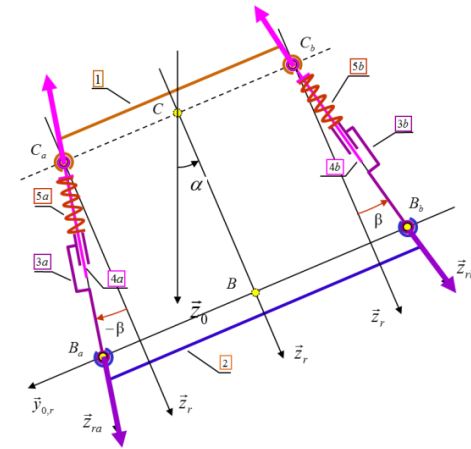
- 1^{ère} étape
 - Montrer qu'on peut se ramener à un problème plan
 - Soit les actions des sous ensembles $(3-4-5)_{a,b}$ sur 1 et 2
 - $\overrightarrow{F}_{(3,4,5)a/1} = -F_r \overrightarrow{z_{ra}}$
 - $\overrightarrow{F}_{(3,4,5)b/1} = -F_r \overrightarrow{z_{rb}}$
 - $\overrightarrow{F}_{(3,4,5)a/2} = F_r \overrightarrow{z_{ra}}$
 - $\overrightarrow{F}_{(3,4,5)b/2} = F_r \overrightarrow{z_{rb}}$
 - Calculer les torseurs
 - en C des actions des 2 ressorts/1
 - en B des actions des 2 ressorts/2



Etude de cas : pince débrayable de téléporté (télésiège, télécabine...)

En projection dans la base Br

- $$\begin{aligned} \overrightarrow{F_{(3,4,5)a/1}} &= -F_r \overrightarrow{z_{ra}} = -F_r \cdot \sin\beta \cdot \overrightarrow{y_r} \\ &\quad -F_r \cdot \cos\beta \cdot \overrightarrow{z_r} \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} \overrightarrow{F_{(3,4,5)b/1}} &= -F_r \overrightarrow{z_{rb}} = F_r \cdot \sin\beta \cdot \overrightarrow{y_r} \\ &\quad -F_r \cdot \cos\beta \cdot \overrightarrow{z_r} \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} \overrightarrow{F_{(3,4,5)a/2}} &= F_r \overrightarrow{z_{ra}} = F_r \cdot \sin\beta \cdot \overrightarrow{y_r} \\ &\quad F_r \cdot \cos\beta \cdot \overrightarrow{z_r} \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} \overrightarrow{F_{(3,4,5)b/2}} &= F_r \overrightarrow{z_{rb}} = -F_r \cdot \sin\beta \cdot \overrightarrow{y_r} \\ &\quad F_r \cdot \cos\beta \cdot \overrightarrow{z_r} \end{aligned}$$



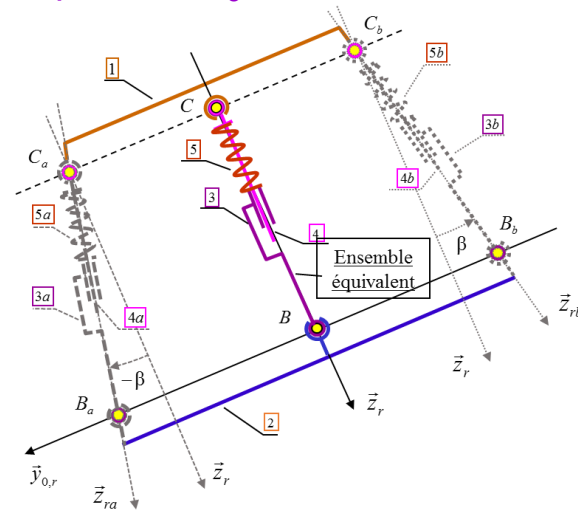
Etude de cas : pince débrayable de téléporté (télésiège, télécabine...)

- Torseur équivalent des sous ensembles (3-4-5)_{a,b} sur 1 et 2 en C et B donné dans la base B₀

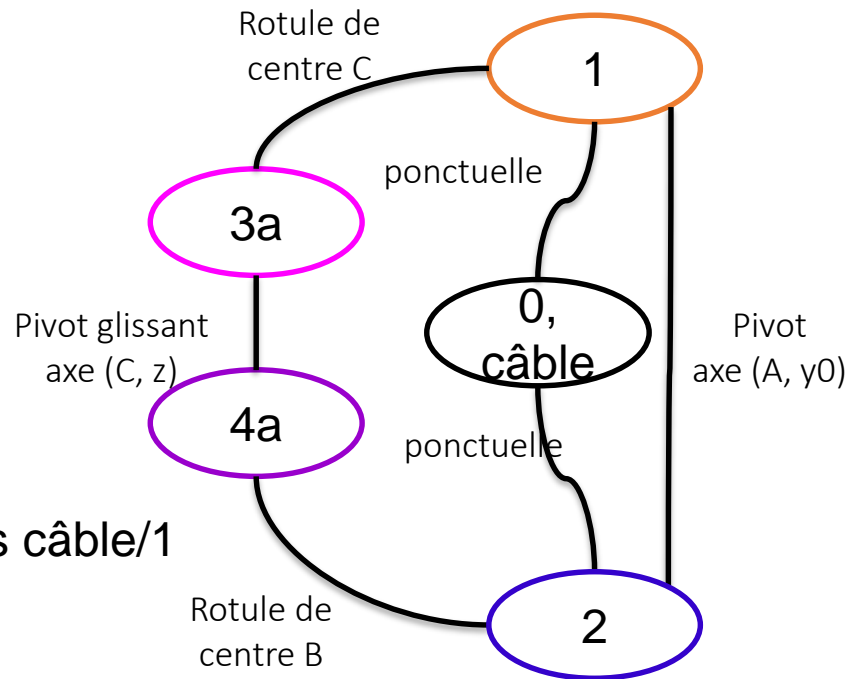
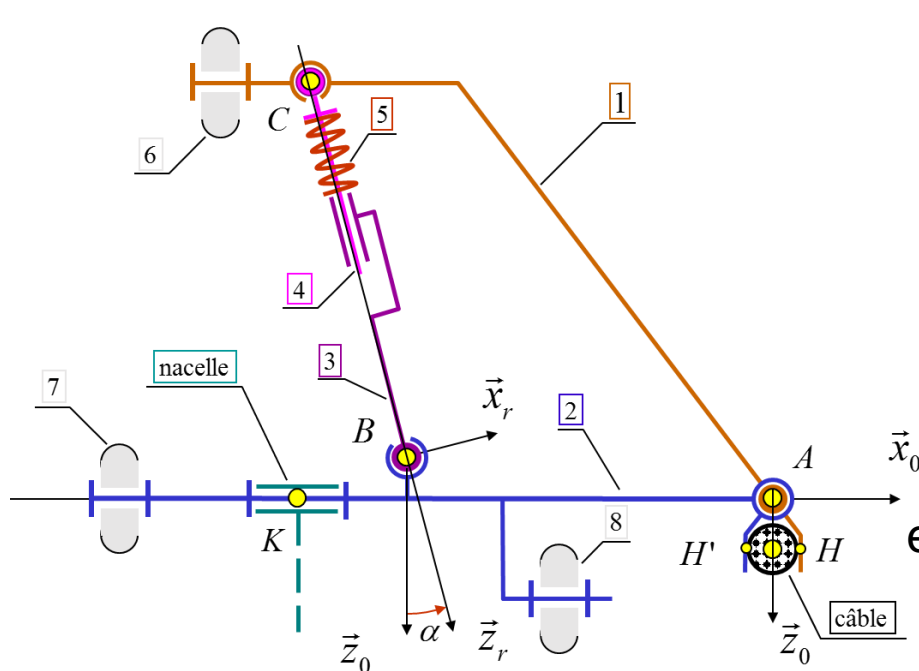
$$\bullet \quad \overrightarrow{F_{(3,4,5)/1}} = -2 \cdot F_r \cdot \cos\beta \cdot \overrightarrow{z_r} = \begin{cases} -2 \cdot F_r \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha \cdot \overrightarrow{x_0} \\ 0 \cdot \overrightarrow{y_0} \\ -2 \cdot F_r \cdot \cos\beta \cdot \cos\alpha \cdot \overrightarrow{z_0} \end{cases} \quad ; \quad \overrightarrow{M_{(3,4,5)/1}(C)} = \vec{0}$$

$$\bullet \quad \overrightarrow{F_{(3,4,5)/2}} = 2 \cdot F_r \cdot \cos\beta \cdot \overrightarrow{z_r} = \begin{cases} 2 \cdot F_r \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha \cdot \overrightarrow{x_0} \\ 0 \cdot \overrightarrow{y_0} \\ 2 \cdot F_r \cdot \cos\beta \cdot \cos\alpha \cdot \overrightarrow{z_0} \end{cases} \quad ; \quad \overrightarrow{M_{(3,4,5)/2}(B)} = \vec{0}$$

Le problème est bien plan!!



Etude de cas : pince débrayable de téléporté (télésiège, télécabine...)



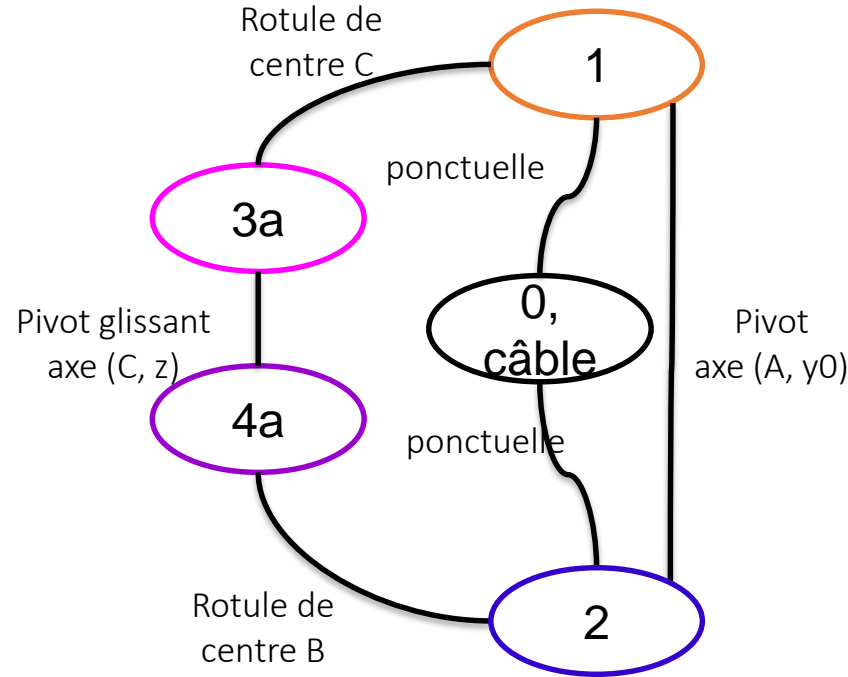
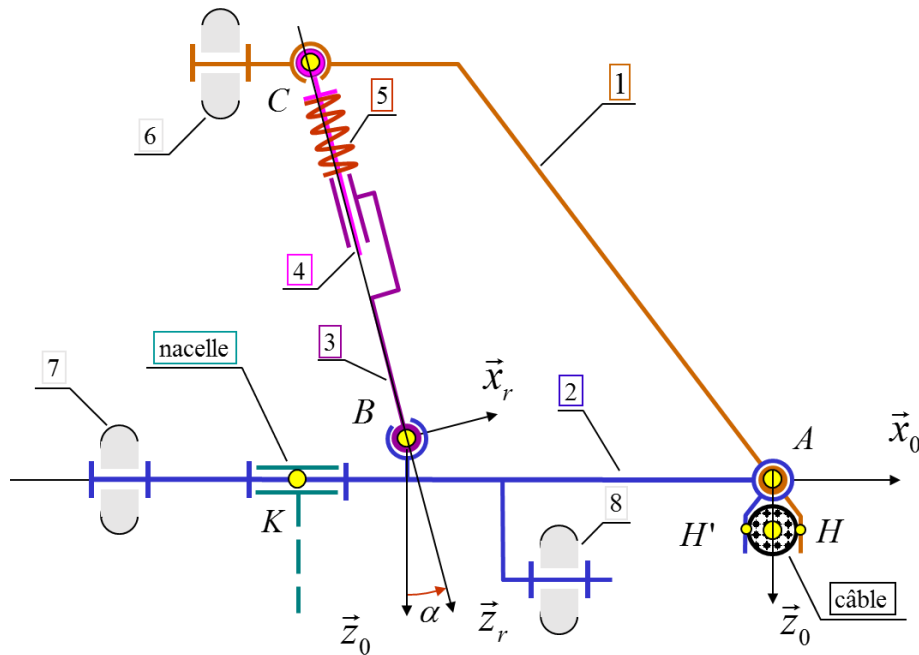
Bilan des inconnues de statique!!

Fr avec $\vec{F}_{(3,4,5)/1} = -2 \cdot F_r \cdot \cos\beta \cdot \vec{z}_r$
 $\vec{F}_{(3,4,5)/2} = 2F_r \cdot \cos\beta \cdot \vec{z}_r$

$\|F_{cable/1}\| = 8000 daN$

- X21 et Z21 efforts dans la pivot entre 1 et 2
- X1 et Z1 efforts câble/1
- X2 et Z2 efforts câble/ 2

Etude de cas : pince débrayable de téléporté (télésiège, télécabine...)



PFS appliqué à 1 puis 2

- Préciser ce qu'on isole
- Faire le BAME
- Résoudre

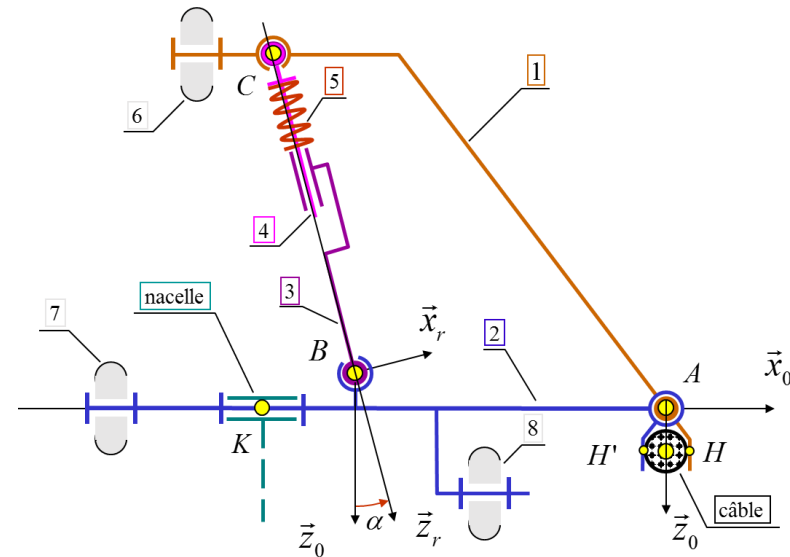
Etude de cas : pince débrayable de téléporté (télésiège, télécabine...)

- Données pour la résolution

Poids de l'ensemble (2+ nacelle) = 1000 daN

le cdg étant situé à la verticale de A

poids de 1 négligée



$\alpha=25^\circ$	$\beta=21^\circ$		
$x_B=-e=-268$	$x_C=-b=-380$	$x_H=d=20$	$x_{H'}=-d=-20$
$z_B=0$	$z_C=c=240$	$z_H=a=45$	$z_H=a=45$