

Matériel autorisé :

- Feuille de notes A4 recto-verso
- Calculatrice dépourvue d'accès à internet

Le barème est indicatif et pourra être modifié. La totalité des points est de 25/20 !

Exercice 1 (3 pts) : Tenseur de contraintes

On donne les tenseurs de contraintes suivants (les valeurs sont données en kPa) :

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 600 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 317 & 0 & 0 \\ 0 & 317 & 0 \\ 0 & 0 & 317 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 100 & 40 & 0 \\ 40 & -75 & 0 \\ 0 & 0 & -25 \end{pmatrix}$$

Question 1 :

Pour chacun des états de contrainte, on vous demande de préciser s'il est purement isotrope, purement déviatorique, ou combiné (isotrope + déviatorique).

Question 2 :

Pour chacun des états de contrainte donner la valeur numérique de la contrainte moyenne p et de l'intensité de la contrainte déviatorique $\sigma_{v.M.} = ||\text{dev}(\sigma)||$

Exercice 2 (4 pts) : Elasticité

On rappelle la loi de Hooke (élasticité linéaire isotrope) :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij}$$

Donner les modules de compressibilité et de cisaillement en fonction de E et ν . On rappelle de plus que l'angle de déformation relatif est donnée par $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$ pour $i \neq j$.

Remarque : pour avoir la totalité des points on demande la démonstration.

Exercice 3 (3 pts) : Calcul de C et φ **Question 1 :**

Un essai triaxial sur un sable a été effectué. La contrainte latérale est $\sigma_3=100$ kPa et le déviateur à la rupture est $q=200$ kPa. Déterminer l'angle de frottement de ce sable.

Question 2 :

Deux essais triaxiaux sur un sol cohésif ont été effectués. Pour l'essai 1, on a :

$$\sigma_3=100 \text{ kPa et } q_{\text{rupture}}=200 \text{ kPa}$$

Sur l'essai 2, on a :

$$\sigma_3=300 \text{ kPa et } q_{\text{rupture}}=500 \text{ kPa}$$

Déterminer l'angle de frottement et la cohésion de ce sol.

Exercice 4 (3 pts) : Paramètres depuis des courbes d'essais

On donne sur la figure ci-dessous les courbes de résultats d'un essai triaxial drainé. La pression de consolidation initiale est de 300 kPa.

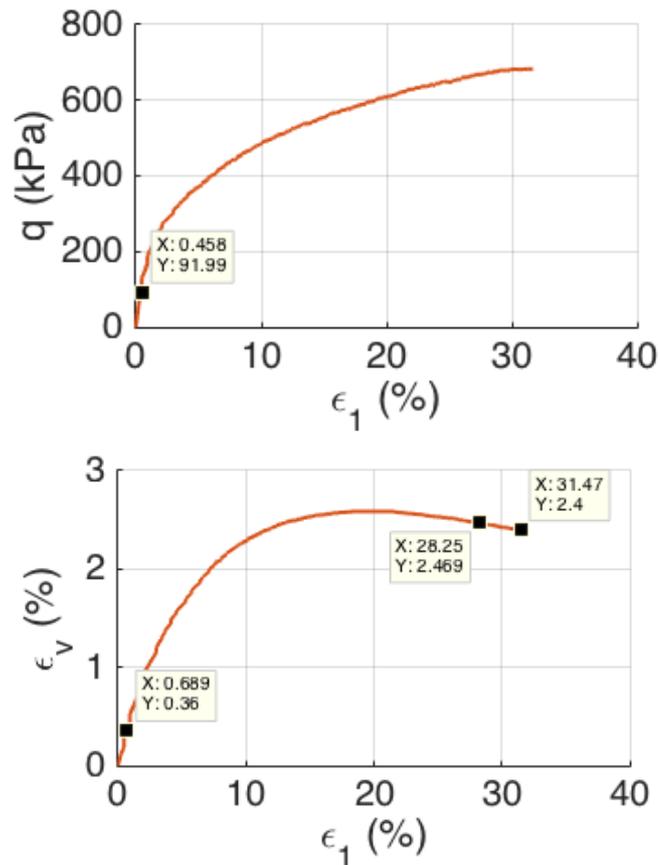


Fig1 : résultat d'un essai triaxial drainé

Question 1 : Rappeler la définition du module d'Young. Donner la valeur du module tangent initial pour ce matériau

Question 2 : Rappeler la définition du coefficient de Poisson. Exprimer le coefficient de Poisson en fonction de ϵ_v et ϵ_1 . Donner la valeur du coefficient tangent initial de ce matériau.

Question 3 : Dans un modèle particulier l'angle de dilatance est donnée par la relation ci-dessous :

$$\sin \psi = -\frac{d\epsilon_1 + 2d\epsilon_3}{d\epsilon_1 - 2d\epsilon_3}$$

Donner la valeur de l'angle de dilatance à la rupture en degré.

Exercice 5 (4 pts) : Relation d'érouissage

Un logiciel commercial dispose d'un modèle élasto-plastique de type Drucker-Prager avec un Cap de compressibilité comme présenté sur la figure ci-dessous.

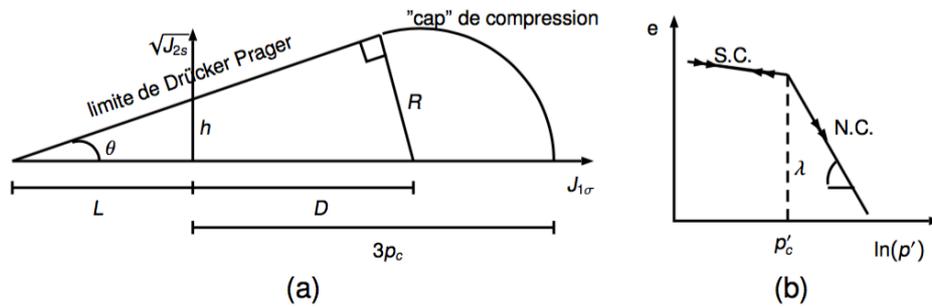


Fig2 : Relation empirique de compressibilité isotrope

Le cône de Drucker-Prager est supposé rester fixe, alors que le cap de compression peut se déplacer par écoulement en fonction de la déformation plastique volumique. Dans ce logiciel, on ne vous propose pas de formulation physique pour décrire cette loi d'évolution (écoulement). Mais on vous propose de rentrer une courbe point à point décrivant la relation entre la contrainte moyenne p et la déformation plastique volumique ε_v^p . Le laboratoire qui a effectué les essais sur votre sol, ne vous fournit pas une telle courbe, mais vous donne le coefficient λ (compté positivement) d'un essai de compressibilité isotrope (figure (b)).

Question : donner la relation entre p , ε_v^p ainsi que de l'état du sol situé à l'intersection des courbes S.C. et N.C. (e_0 et p_0), qui va vous permettre de construire la courbe demandée par le logiciel.

Exercice 6 (3 pts) : Coefficient de sécurité pour modèles basés sur la limite de Mohr-Coulomb

En sortie des logiciels de type éléments finis on peut sortir en chaque point d'un maillage les états de contrainte et de déformation. Dans un calcul mené avec une loi de comportement pour sols basé sur la limite de plasticité de Mohr-Coulomb on aimerait sortir en chaque point du maillage le coefficient de sécurité suivant :

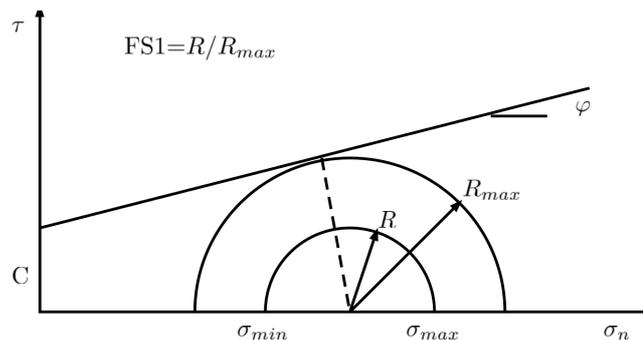


Fig3 : définition du coefficient de sécurité inverse

Question : donner l'expression analytique de FS1 en fonction de C , φ et des contraintes principales majeures et mineures mobilisées, notées (σ_{max}) et (σ_{min}) , données en sortie du code en chaque point d'intégration du maillage.

Remarque : FS1 est l'inverse d'un coefficient de sécurité classique défini par le ratio de la résistance du matériau ou de la structure sur la contrainte (ou l'effort) mobilisée. Néanmoins ceci est maladroit numériquement, car il est tout à fait possible d'avoir des contraintes ou efforts mobilisés nuls, mais les résistances ne le sont pas (sauf à considérer un fluide !!!).

Exercice 7 (5 pts) : angle de dilatance

Dans le modèle de Mohr-Coulomb on définit la règle d'écoulement dans le plan de Mohr comme suit :

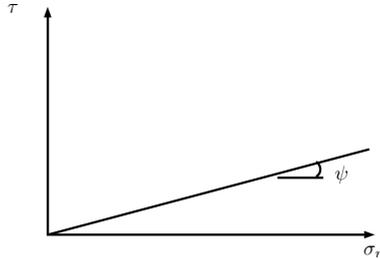


Fig4 : définition de l'angle de dilatance

Question 1 : tracer la règle d'écoulement dans le plan $(\sigma_1 - \sigma_3)$. σ_1 est la contrainte principale majeure et σ_3 la contrainte principale mineure. On fera un croquis en faisant apparaître l'expression analytique du taux d'accroissement $d\sigma_1/d\sigma_3$.

Question 2 : tracer de manière schématique la direction du vecteur incrément de déformation plastique dans le plan $(\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p)$ en considérant que le problème est en déformations planes avec $\varepsilon_2=0$

Question 3 : en déduire la relation qui donne $\sin(\psi)$ en fonction de $d\varepsilon_1^p$ et $d\varepsilon_3^p$.