

Ecologie industrielle et économie circulaire  
GI-4-S2-EC-EIE  
2025-26  
8.&9. Material/energy Flow Analysis

1

« On ne connaît que ce que l'on mesure » [slogan 60']

Vu en 3G: ACV (Analyse du Cycle de Vie)

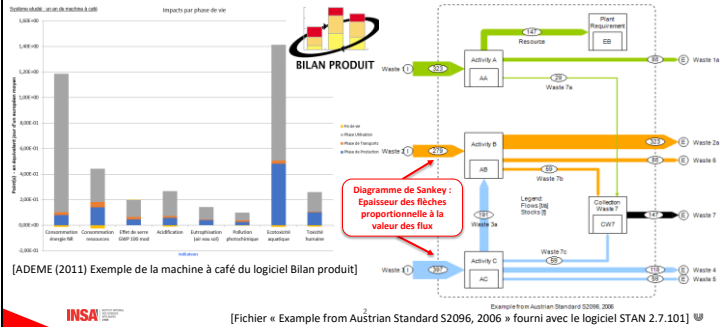


Diagramme de Sankey : Épaisseur des flèches proportionnelle à la valeur des flux

Objectifs des 2 prochaines séances

- Comprendre et manipuler les concepts d'une MFA
  - savoir équilibrer les flux à chaque processus
  - comprendre qu'une MFA quantifie l'intérêt de circulariser les flux (c.f. Kalundborg et Rebooteille)
  - s'exercer sur des MFA monoflux et statiques pour observer l'*impact rapide d'un taux* (de recyclage, d'efficacité...) *sur les flux* (recyclés, disponibles...)
  - (Séance 10) savoir manipuler une MFA avec les outils du GI (ici, Recherche Opérationnelle)
    - connaître des bases de réconciliation de données
      - Exo6 : Remplacer erreur quadratique par erreur absolue et la linéariser
    - connaître des bases d'optimisation bi-objectif
      - Exo7 : Récupérer des émissions de CO2 de la Base Empreinte, puis optimiser et tracer un front de Pareto
- Comprendre en quoi MFA et ACV modélisent la même chose de 2 points de vue ≠
  - ACV : point de vue **produit**
  - MFA : point de vue **système**

3

Définition d'une MFA

- MFA = Material Flow Analysis  
SFA = Substance Flow Analysis  
EFA = Energy Flow Analysis } principes = mais sujet d'études ≠  
principles = but subject of study ≠
- Une MFA est l'évaluation systématique des flux et stocks de matières à l'intérieur d'un système défini dans l'espace et le temps [Brunner & Rechberger, 2004]  
*Material flow analysis (MFA) is the systematic assessment of the flows and stocks of materials within a system defined in space and time* [Brunner & Rechberger, 2004]
- Une MEFA comprend une représentation abstraite du système étudié comme un ensemble de processus (avec stocks). Les processus sont liés par des flux et sont séparés de l'environnement par la frontière du système [Pauliuk]  
*A MEFA includes an abstract representation of the system studied as collection of processes (with stocks). The processes are linked by flows, they are separated from the environment through the system boundary.* [Pauliuk]

[Brunner & Rechberger (2004) « Practical Handbook of Material Flow Analysis », ISBN: 0203507207]  
[S. Pauliuk, Industrial Ecology Open Online Course (<https://www.industrialecology.uni-freiburg.de/teaching.aspx>),  
« Eoc Methods1 Lecture1: Material and energy flow analysis », [https://www.youtube.com/watch?v=wK\\_02bGTh1E](https://www.youtube.com/watch?v=wK_02bGTh1E)]

## Différences entre MFA et ACV

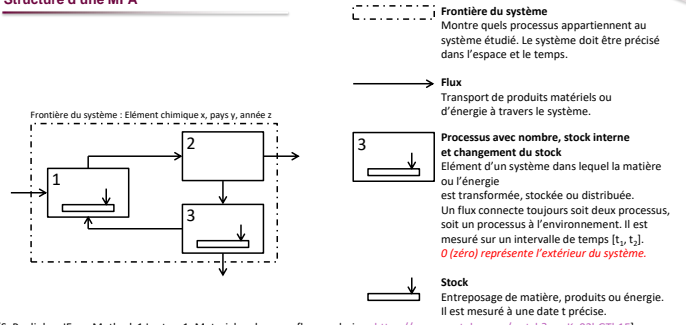
- Selon [Pauliuk] :
  1. **MFA seule** : Le **système entier est quantifié** pour un ou plusieurs matériaux.
  2. **MFA & ACV** : La quantification du système est valide pour une **certaine période de temps** (intervalle de mesure).
  3. **MFA seule** : Tous les processus du système doivent être **en équilibre** (conservation des flux).
- Selon nous, 2 points de vue ≠ :
  - **ACV** : **Produit** (quantités par unité fonctionnelle, p.e.  $k_{CO_2}$ ) Multiflux
  - **MFA** : **Système** (quantités par unité de temps, car flux, p.e.  $k_{CO_2}/an$ ) Multiflux (sauf durant cette séance)
- Le logiciel GaBi de **sphera** sait faire **ACV** et **MFA**.

[S. Pauliuk, « IEooc Methods1 Lecture1: Material and energy flow analysis », [https://www.youtube.com/watch?v=wK\\_02bGTh1E](https://www.youtube.com/watch?v=wK_02bGTh1E)]

INSA

5

## Structure d'une MFA

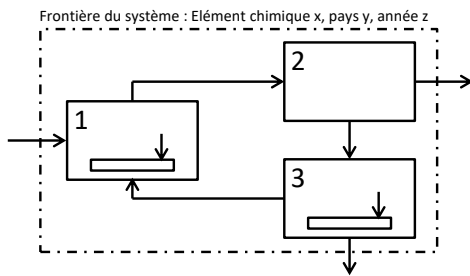


[S. Pauliuk, « IEooc Methods1 Lecture1: Material and energy flow analysis », [https://www.youtube.com/watch?v=wK\\_02bGTh1E](https://www.youtube.com/watch?v=wK_02bGTh1E)]

INSA

6

## Variables et paramètres du système



**Variables du système** = stocks + variations de stocks + flux

- stocks :  $S_1, S_3$
- variation des stocks (**ajout net** aux stocks) :  $\Delta S_1, \Delta S_3$
- flux :  $F_{01}, F_{12}, F_{20}, F_{23}, F_{31}, F_{30}$  où le processus 0 est l'extérieur du système

**Paramètre** = valeur additionnelle qui couple différentes variables par des équations, p.e. :

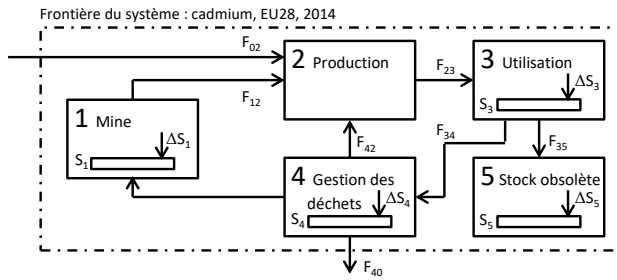
- $F_{23} = k \cdot F_{12}$  (par ex.,  $k$  est le taux de non-qualité)
- $\Delta S_1 = 0.15 \cdot F_{12}$
- $\Delta S_3 = 0$

[S. Pauliuk, « IEooc Methods1 Lecture1: Material and energy flow analysis », [https://www.youtube.com/watch?v=wK\\_02bGTh1E](https://www.youtube.com/watch?v=wK_02bGTh1E)]

INSA

7

## Exemple de MFA correctement définie mais non quantifiée

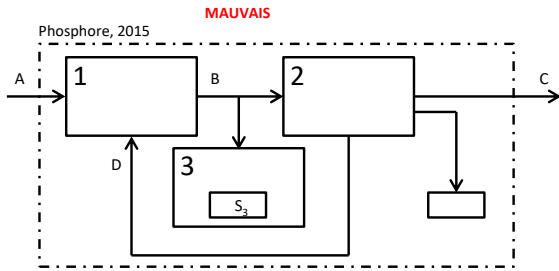


[S. Pauliuk, « IEooc Methods1 Lecture1: Material and energy flow analysis », [https://www.youtube.com/watch?v=wK\\_02bGTh1E](https://www.youtube.com/watch?v=wK_02bGTh1E)]

INSA

8

## Erreurs habituelles



MAUVAIS

BON

[S. Pauliuk, « IEooc Methods1 Lecture1: Material and energy flow analysis », [https://www.youtube.com/watch?v=wK\\_02bGTh1E](https://www.youtube.com/watch?v=wK_02bGTh1E)]

INSA



## Conservation/équilibre des flux / Loi des nœuds (1/2)

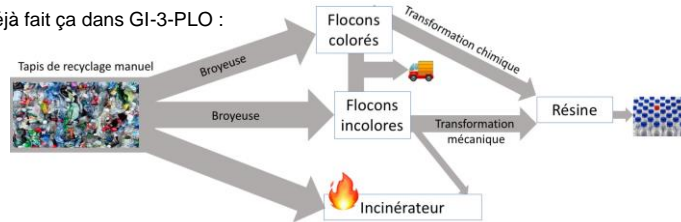
« Rien ne se perd, rien ne se créé, tout se transforme » [Lavoisier]

**Premier principe de la thermodynamique : Conservation de l'énergie**

Au cours d'une transformation quelconque d'un système fermé, la variation de son énergie est égale à la quantité d'énergie échangée avec le milieu extérieur, par transfert thermique (chaleur) et transfert mécanique (travail).  
=> On ne peut y produire ni détruire de l'énergie, mais uniquement la transformer

Pour MEFA : A chaque nœud/processus du graphe/système,  $\sum \text{entrées} = \sum \text{sorties} + \Delta \text{stock}$

Rappel : Vous avez probablement déjà fait ça dans GI-3-PLO :

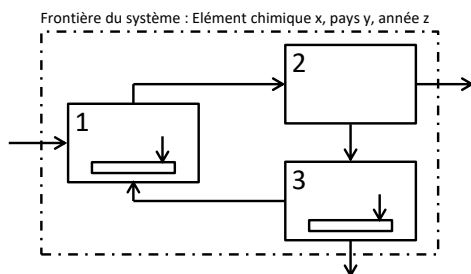


[Wikipedia, « Premier principe de la thermodynamique », [https://fr.wikipedia.org/wiki/Premier\\_principe\\_de\\_la\\_thermodynamique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Premier_principe_de_la_thermodynamique)]

INSA



## Conservation/équilibre des flux / Loi des nœuds (2/2)



Pour les masses, énergies et parfois les valeurs monétaires :

$\sum \text{entrées} - \sum \text{sorties} = \Delta \text{stock}$   
(ici, « sorties » n'inclut pas le stock)

Processus 1 :  $F_{01} + F_{31} - F_{12} = \Delta S_1$

Processus 2 :  $F_{12} - F_{23} - F_{20} = 0$  (car S2 n'existe pas)

Processus 3 :  $F_{23} - F_{31} - F_{30} = \Delta S_3$

Système :  $F_{01} - F_{20} - F_{30} = \Delta S_1 + \Delta S_3$

Pour que le système soit totalement quantifié :

#variables = #équations d'équilibre  
+ #paramètres  
+ #mesures

[S. Pauliuk, « IEooc Methods1 Lecture1: Material and energy flow analysis », [https://www.youtube.com/watch?v=wK\\_02bGTh1E](https://www.youtube.com/watch?v=wK_02bGTh1E)]

INSA

11



## Hypothèse de régime permanent

Hypothèse de régime permanent

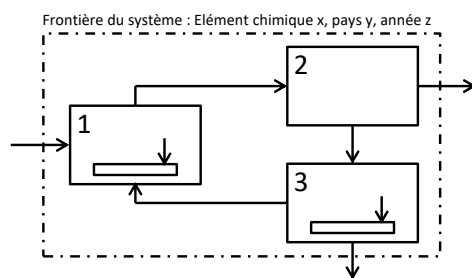
=>  $\Delta S = 0$

et S non calculés car ignorés

Justification : Soit on considère les flux sur une *longue période* (par ex., un an) *sans tendance*  
Soit on considère les flux d'un *même mois de deux années* successives *sans tendance*

(Pour retirer cette hypothèse, on peut considérer le temps discret comme dans le calcul des besoins d'un MRP.)

## Indicateur de performance



Le principal avantage d'une définition explicite du système est la *définition claire et non ambiguë* des indicateurs de performance.

Si efficacité  $\eta$  = sortie utile / total des entrées, alors :

$$\text{Processus 2 : } \eta_2 = F_{20} / F_{12}$$

$$\text{Processus 1 : } \eta_1 = F_{12} / F_{01} \text{ OU } \eta_1 = F_{12} / (F_{01} + F_{31}) \quad (\text{A vous de choisir})$$

$$\text{Système : } \eta_s = F_{20} / F_{01}$$

Intensité des émissions/déchets = déchets / sortie utile  
OU = déchets / total des entrées  
(A vous de choisir. *L'exercice 1 montre l'intérêt de cette explicitation.*)

[S. Pauliuk, « IEooc Methods1 Lecture1: Material and energy flow analysis », [https://www.youtube.com/watch?v=wK\\_02bGTh1E](https://www.youtube.com/watch?v=wK_02bGTh1E)]

## Exo1 : Définir et localiser des indicateurs dans la définition d'un système (question 1/2)

**But** : Etablir une définition de système pour affecter des données numériques fournies sous forme textuelle.  
Définir et calculer des indicateurs basés sur la définition du système

**Problème** : Le problème ci-dessous concerne les flux d'énergies de différentes formes (lumière du soleil, électricité) d'une installation photovoltaïque (PV).

Supposez que les informations suivantes proviennent du **manuel technique** du parc PV, qui est disponible sur la page d'accueil de l'opérateur de l'installation :

« Le parc solaire est construit avec des cellules PV ayant une efficacité moyenne de conversion de 17%.  
Il est équipé de convertisseurs DC/AC avec un taux de perte de 2%, résultant en une efficacité globale de conversion de 16,7%. Avec des pertes additionnelles de réseau et de transformation de 8%, l'efficacité du système est de 15,3% »

Un article sur le site PV dans le **journal local**, qui est basé sur les informations de l'opérateur, fournit les informations suivantes :

« Avec une efficacité globale de conversion de 16,7%, le parc solaire A surpasse clairement les autres parcs de la région. Les consommateurs d'électricité se réjouissent que l'efficacité du système du réseau d'énergie renouvelable est maintenant de plus de 15%. »

[S. Pauliuk, « IEooc\_Methods1\_Exercise1: Exercise: Locating data in a system definition and indicator development », [https://www.teaching.industrialecology.uni-freiburg.de/Content/IEooc\\_Methods1\\_Exercise1\\_Indicator\\_Definition.pdf](https://www.teaching.industrialecology.uni-freiburg.de/Content/IEooc_Methods1_Exercise1_Indicator_Definition.pdf)]

## Exo1 : Définir et localiser des indicateurs dans la définition d'un système (question 2/2)

Clairement, la citation de l'article de journal contient moins d'information quantitative que le rapport technique. De l'information a été perdue en simplifiant la description. En particulier, la signification exacte de « efficacité globale de conversion » et « efficacité du système » n'est pas claire car il n'y a pas de définitions fournies (ce qui ne peut pas être attendu d'un journal).

Le rapport technique précédemment cité ne fournit pas de définitions claires non plus, mais le texte et les nombres fournis sous-entendent clairement que l'« efficacité globale de conversion » doit être le ratio de l'électricité fournie au réseau et de la lumière solaire. Elle peut être calculée par  $(1-0,02)^{0,17}$ . Cette compréhension de la signification de l'indicateur est perdue dans l'article de journal.

En fournissant des définitions explicites des indicateurs d'efficacité et en les utilisant de façon cohérente, des ambiguïtés peuvent être retirées. Pour formaliser la connaissance fournie dans le rapport technique, il vous ait demandé une définition explicite pour définir et quantifier les indicateurs de ce cas en répondant à ces questions :

### Questions :

1. Dessiner une MEFA décrivant la situation.
2. Définir les variables du système.
3. Définir et calculer les indicateurs d'efficacité du texte ci-dessus et trouver des noms plus descriptifs pour les différentes efficacités.

[S. Pauliuk, « IEooc\_Methods1\_Exercise1: Exercise: Locating data in a system definition and indicator development », [https://www.teaching.industrialecology.uni-freiburg.de/Content/IEooc\\_Methods1\\_Exercise1\\_Indicator\\_Definition.pdf](https://www.teaching.industrialecology.uni-freiburg.de/Content/IEooc_Methods1_Exercise1_Indicator_Definition.pdf)]

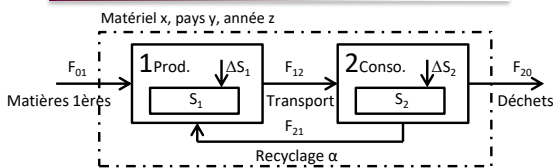
## Exo1 : Définir et localiser des indicateurs dans la définition d'un système (solution)

?

[S. Pauliuk, « IEooc\_Methods1\_Exercise1: Exercise: Locating data in a system definition and indicator development »,

[https://www.teaching.industrialecology.uni-freiburg.de/Content/IEooc\\_Methods1\\_Exercise1\\_Indicator\\_Definition\\_Solution.pdf](https://www.teaching.industrialecology.uni-freiburg.de/Content/IEooc_Methods1_Exercise1_Indicator_Definition_Solution.pdf)]

## Exo2 : Résolution algébrique d'une MFA à la main (question)



8 variables : 4 flux ( $F_{01}$ ,  $F_{12}$ ,  $F_{21}$  et  $F_{20}$ ) + 2 stocks ( $S_1$  et  $S_2$ ) + 2 variations de stock ( $\Delta S_1$  et  $\Delta S_2$ )

=  
2 paramètres : Entrée M (*mesurée*) :=  $F_{01}$  et taux de recyclage  $\alpha$  (*paramètre*) :=  $F_{21} / F_{12}$

+  
2 équations de conservation du flux (un par processus)

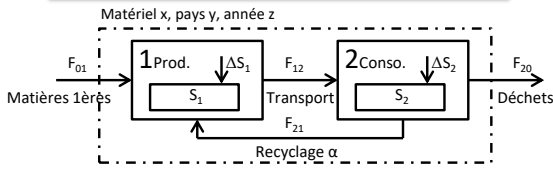
+  
2\*2 *variables de stocks* ( $S_1$ ,  $S_2$ ,  $\Delta S_1$  et  $\Delta S_2$ ) *ignorées car on considère le modèle stationnaire* ( $\neq$  dynamique) car on s'intéresse à une année entière (= hypothèse d'absence d'accumulation nette sur un long horizon de temps)

**Question** : Exprimer chacune des 8 variables uniquement en fonction des 2 paramètres sur le transparent suivant.

[S. Pauliuk, « IEooc Methods2 Lecture1:

MFA system models and their analytical and numerical solution », <https://youtu.be/562-IBuof1Q>, d'après Daniel B. Müller de NTNU]

### Exo2 : Résolution algébrique d'une MFA à la main (solution)

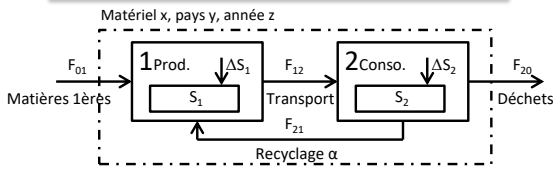


La réponse est surlignée en rouge :

?

[S. Pauliuk, « IEooc Methods2 Lecture1: MFA system models and their analytical and numerical solution », <https://youtu.be/562-lBuoF1O>, d'après Daniel B. Müller de NTNU]

### Exo3 : Résolution algébrique d'une MFA à la main (question & solution)

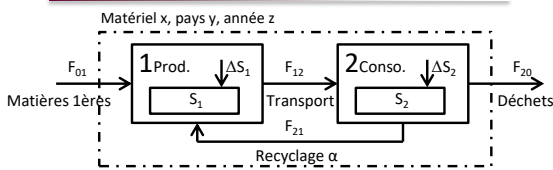


Supposons que la consommation reste constante, mais que le taux de recyclage augmente de 10%. Quantifier la baisse de l'extraction de matières premières dans l'environnement.

?

[S. Pauliuk, « IEooc Methods2 Lecture1: MFA system models and their analytical and numerical solution », <https://youtu.be/562-lBuoF1O>, d'après Daniel B. Müller de NTNU]

### Exo4 : Résolution numérique d'une MFA dans Excel

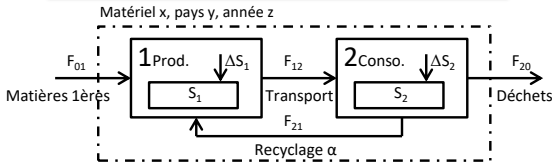


**Question 1 :** Intuitivement, que pourrait-il se passer si le taux de recyclage  $\alpha := F_{21} / F_{20}$  est de 100 % ?

?

[Corvellec, H, Stowell, A. F. & Johansson, N. (2021) Critiques of the circular economy, Journal of Industrial Ecology:1-12 (revue de la littérature citant beaucoup de sources)]  
[recygo (co-entreprise créée par La Poste et Suez), <https://www.recygo.fr/blog/dossier/papier-recycle>]

### Exo4 : Résolution numérique d'une MFA dans Excel

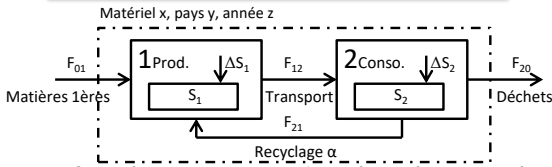


**Question 2 :** Intuitivement, que pourrait-il se passer si le taux de recyclage  $\alpha := F_{21} / F_{12}$  est croissant dans  $[0\% ; 100\%]$  ?

?

Les slides suivantes modélisent cette MFA dans Excel, puis étudient l'impact d'accroître le taux de recyclage  $\alpha$ .

### Exo5 : Résolution numérique d'une MFA dans Excel



Complétez la matrice A de façon à modéliser le système ci-dessus :

$$y = A \cdot x$$

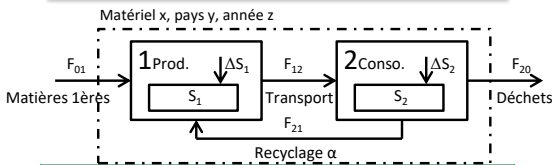
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \Delta S_1 \\ \Delta S_2 \\ F_{01} \\ F_{12} \\ F_{21} \\ F_{20} \end{pmatrix}$$

Rappel de la séance précédente :

- Entrée M (*mesurée*) :=  $F_{01}$  et
- Taux de recyclage  $\alpha$  (*paramètre*) :=  $F_{21} / F_{12}$

[S. Pauliuk, « IEooc Methods2 Lecture1: MFA system models and their analytical and numerical solution », <https://youtu.be/562-lBuoF1Q>, d'après Daniel B. Müller de NTNU]

### Exo5 : Rés. num. d'une MFA dans Excel



$$y = A \cdot x$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \Delta S_1 \\ \Delta S_2 \\ F_{01} \\ F_{12} \\ F_{21} \\ F_{20} \end{pmatrix}$$

F2 + INVERSEMAT() + Ctrl+Maj+Entrée (Cmd+Maj+Entrée)  
F2 + MINVERSE() + Ctrl+Maj+Return (Cmd+Maj+Return)

F2 + PRODUITMAT() + Ctrl+Maj+Entrée (Cmd+Maj+Entrée)  
F2 + MMULT() + Ctrl+Maj+Return (Cmd+Maj+Return)

Ensuite, faites calculer  $x = A^{-1} \cdot y$  à Excel en supposant que  $M = 65'000$  bouteille/an (volume pour Rebooteille) et  $\alpha = 20\%$ . (cf. Exo5.xlsx sur Moodle.)

Faites augmenter le taux de recyclage  $\alpha$  dans sa cellule A5 puis en copiant O12:O19 vers T12:Z19 pour observer la *croissance rapide* de  $F_{12}$ .

[S. Pauliuk, « IEooc Methods2 Lecture1: MFA system models and their analytical and numerical solution », <https://youtu.be/562-lBuoF1Q>, d'après Daniel B. Müller de NTNU]

## Exo5 : Résolution numérique d'une MFA dans Excel

```
import sympy as sym
#sym.init_printing()
a, b, c = sym.symbols('a b c')
matrix = sym.Matrix([
    [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
    [0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
    [0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0],
    [0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0],
    [0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0],
    [0, 0, 0, 0, 0, a, -1, 0],
    [0, 0, 0, 0, -1, 1, -1, 0],
    [0, 0, 0, 0, -1, 1, 1, 1]])

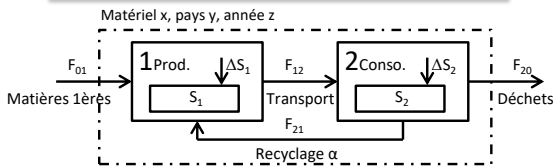
print( matrix.inv() )
print( sym.simplify(matrix.inv()) )
```

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\alpha-1} & \frac{1}{\alpha-1} & \frac{-1}{\alpha-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-\alpha}{\alpha-1} & \frac{1}{\alpha-1} & \frac{-\alpha}{\alpha-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

L'augmentation graduelle du taux de recyclage  $\alpha$  demandé à la slide précédente semble confirmer la croissance exponentielle du flux de consommation  $F_{12}$ .

*L'inversion de la matrice montre A que les gains du recyclage ne sont pas exponentiels, mais inversement proportionnels à  $\alpha$ .*

## Exo5 : Résolution numérique d'une MFA dans Excel (dernière question)



**Dernière question :** Modifier la matrice A pour remplacer la contrainte  $F_{01} = M$  par  $F_{12} = M$  et répondez à nouveau aux questions précédentes afin de voir la *baisse linéaire* des flux  $F_{01}$  et  $F_{20}$  de/vers l'environnement.

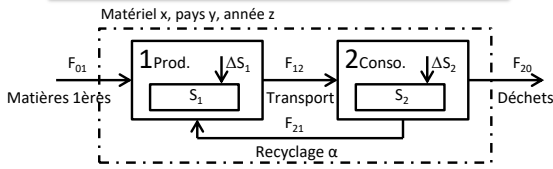
## Objectifs de la séance précédente et aujourd'hui

- Comprendre et manipuler les concepts d'une MFA
  - savoir équilibrer les flux à chaque processus
  - comprendre qu'une MFA quantifie l'intérêt de circulariser les flux (c.f. Kalundborg et Rebooteille)
  - s'exercer sur des MFA monoflux et statiques pour observer l'impact rapide d'un taux (de recyclage, d'efficacité...) sur les flux (recyclés, disponibles...)
- (Séance 10) savoir manipuler une MFA avec les outils du GI (ici, Recherche Opérationnelle)
  - connaître des bases de *réconciliation de données*
    - Exo. 6 : Remplacer erreur quadratique par *erreur absolue et la linéariser*
  - connaître des bases d'*optimisation bi-objectif*
    - Exo. 7 : Récupérer des émissions de CO<sub>2</sub> de la Base Empreinte, puis optimiser et tracer un *front de Pareto*
- Comprendre en quoi MFA et ACV modélisent la même chose de 2 points de vue ≠
  - ACV : point de vue *produit*
  - MFA : point de vue *système*





**Exemple : Réconcil. de données avec erreur quadratique dans STAN [www.stan2web.net/downloads/stan](http://www.stan2web.net/downloads/stan)**



Hypothèse :  
Les (variations de) stocks restent nuls et  
vous avez mesuré  $F_{01} = M = 65'000$  et taux recyclage  $\alpha = 20\%$  :

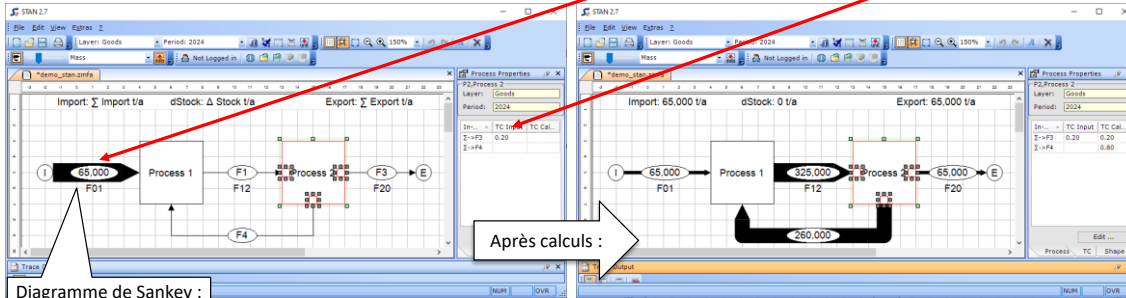


Diagramme de Sankey :  
épaisseur  
proportionnelle au flux

[S. Pauliuk, « IEooc Methods2 Lecture1: MFA system models and their analytical and numerical solution », <https://youtu.be/562-lBuof1Q>, d'après Daniel B. Müller de NTNU]

**Cours : Réconciliation de données avec erreur quadratique**

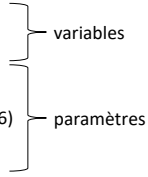
**Idée :** Utiliser un modèle du système pour corriger les erreurs de mesures

**Ce que vous retenir mais est moins le but de cet exercice :** Linéarisation d'un objectif ayant une valeur absolue

**Modèle :**  $\min_{x_i, u_j} \sum_{i=1}^n w_i \cdot (M_i - x_i)^2$

s.t.  $g_k(x_i, u_j) = 0 \quad k = 1..m$

- où :  $x_i$  est l'estimation réconciliée de la variable  $i$
- $u_j$  est l'estimation de la variable non mesurée  $j$
- $M_i$  est la moyenne des mesures de la variable  $i$
- $w_i$  est le poids de la variable  $i$  (en  $g^{al}$ , égal à l'inverse de la variance de sa mesure  $M_i$  – prendre  $w_i=1$  dans Exo6)
- $g_k$  est la  $k^e$  contrainte du modèle (en  $g^{al}$ , de conservation du flux de matière ou d'énergie, mais peut aussi être une inégalité imposée par le fonctionnement des processus)



[S. Narasimhan & C. Jordache (1999) « Data Reconciliation and Gross Error Detection An Intelligent Use of Process Data », p. 8 et p. 13, ISBN : 978-0-88415-255-2]

**Exo6 : Réconciliation de données avec erreur absolue (modèle à linéariser)**

**But :** Remplacer dans Exo6.xlsx l'erreur quadratique des slides précédentes par l'erreur absolue, puis la linéariser

**Modèle avec erreur absolue (non linéaire) :**



Une technique de linéarisation de la valeur absolue  $|V|$  est :



**Modèle linéarisé :**



Le taux de recyclage  $\alpha$  de la case A5 doit être retirée des variables de décision (sinon, ce n'est pas un PL car multiplication de 2 variables => quadratique) ; vous pouvez tâtonner pour trouver l' $\alpha$  qui minimise l'erreur dans la fonction objectif.  
N'oubliez pas de remplacer la méthode de résolution par « Simplex LP ».

## Exo6 : Réconciliation de données avec erreur absolue (modèle à linéariser)

**But :** Remplacer dans Exo6.xlsx l'erreur quadratique des slides précédentes par l'erreur absolue, puis la linéariser

**Modèle avec erreur absolue (non linéaire) :**

?

Une technique de linéarisation de la valeur absolue  $|V|$  est :

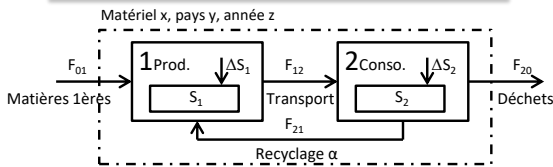
?

**Modèle linéarisé :**

?

Le taux de recyclage  $\alpha$  de la case A5 doit être retirée des variables de décision (sinon, ce n'est pas un PL car multiplication de 2 variables => quadratique) ; vous pouvez tâtonner pour trouver  $\alpha$  qui minimise l'erreur dans la fonction objectif.  
N'oubliez pas de remplacer la méthode de résolution par « Simplex LP ».

## Exo7 : Transformer les flux d'exo6.xls en optimisation bi-objectif



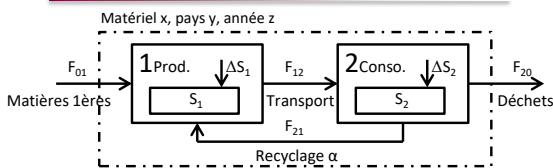
**But :** Front de Pareto sur lequel le décideur choisit le point ayant le compromis €/CO<sub>2</sub> lui semblant le + intéressant.

!!! Multiplier les flux par des taux => €/CO<sub>2</sub> constant => ajout du choix de la taille des camions pour que les 2 objectifs soient en conflit !!!

Etapes :

1. Repartez d'exo6.xlsx de Moodle
2. Dans A2, remplacer 65'000 bouteilles/an par 1'000'000 (objectif de Rebooteille)
3. Dans le Solveur, (i) retirer A5 des variables de décision (sinon, problème quadratique comme précédemment), (ii) remplacer « GRG non linéaire » par « Simplexe PL » et (iii) contraignez  $F_{12}=A2$  ( $\neq$  Rebooteille, mais front + facile à avoir)
4. Données :
  - Distances :  $F_{12} = A/R$  St Priest-Lyon =  $2*15$  km et  $F_{21} = (A/R \text{ Saint Priest-Chabeuil})*2 = 444$  km (« \*2 » pour approximer l'A/R Saint Priest-brasserie ou Chabeuil-brasserie-Saint Priest)
  - Camions :
    - « Transport en camion 7,5t (3t) France (dont parc, utilisation et infrastructure) (100%) [tkm], FR »
    - « Transport en camion 34-40t (25t) France (dont parc, utilisation et infrastructure) (100%) [tkm], FR »

## Exo7 : Transformer les flux d'exo6.xls en optimisation bi-objectif



Etapes :

4. Données :
  - CO<sub>2</sub> : Créez un compte sur <https://base-empreinte.ademe.fr/donnees/jeu-donnees> > Multi-indicateurs > Fret – Routier > Par catégorie > Transport à température ambiante > Flotte moyenne française
  - Euros : <https://www.cargopedia.fr/calculateur-de-prix-de-transport>

!!! Diviser le coût du camion de 7,5t par 10 pour avoir plusieurs points sur votre front de Pareto !!!
5. Remplacer l'objectif dans U12 par le calcul du CO<sub>2</sub> total en supposant qu'on peut choisir entre les 2 tailles de camions
6. Ajouter dans U13 l'objectif en €
7. Tracer le front de Pareto en
  - a) ne minimisant que l'objectif CO<sub>2</sub> => CO<sub>2</sub><sup>min</sup> ; « Copier les valeurs » de U12 vers V12
  - b) ne minimisant que l'objectif coût => coût<sup>min</sup> ; « Copier les valeurs » de U13 vers V13
  - c) minimisant une somme pondérée des deux objectifs normalisés par leur minimum. L'objectif à mettre dans V14 est :
 
$$U14 * \frac{CO_2}{CO_2^{min}} + (1 - U14) * \frac{coût}{coût^{min}}$$
 où la case U14 est le poids de cette somme pondérée.  
Faire varier U14, lancez le Solveur et « Copier les valeurs » de U12:U14 vers une colonne de AA12:AK14.
  - d) (minimisant un objectif sous la contrainte que l'autre dévie de moins de ε% de sa meilleure valeur coût<sup>min</sup> ou CO<sub>2</sub><sup>min</sup>)