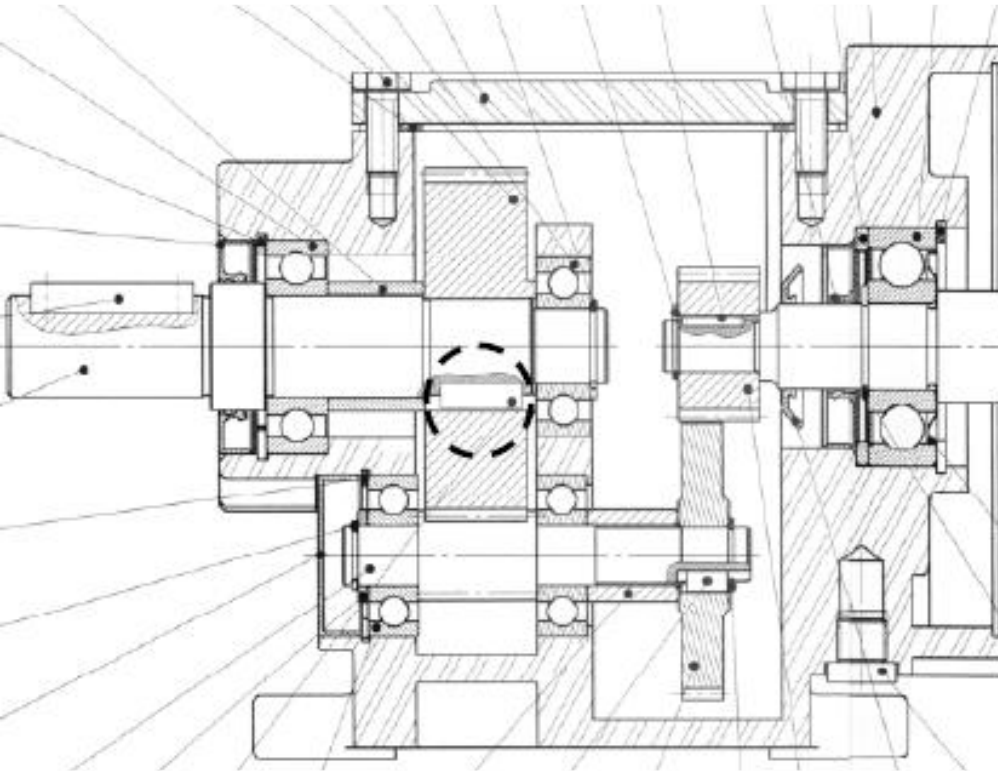


Conception & Dimensionnement

TD 11 : Frettage - Emmanchement

Équipe pédagogique CDIM

Support : Moto-réducteur



Objectif :

Remplacer la liaison par clavette par une liaison frettée.

Déterminer les tolérances sur l'arbre

Cahier des charges :

- Pignon alésage 20H7
- Diamètre pied de dent : 58 mm
- Largeur pignon : 22 mm
- Matériaux (arbre et pignon) C35 :
 - $E = 210\,000\text{ Mpa}$
 - $\sigma_E = 435\text{ MPa}$
 - $f=0,15$
 - $\alpha = 1$
- Couple max à transmettre : 16 N.m
- Coefficient de sécurité α_p de 1,5 sur la pression mini

Rappel méthodologie

Géométrie liaison:
rayon , Longueur,
action extérieure
(F_{ext} & C_{ext})

Calcul de la pression
nécessaire p_{MIN}

Vérification en P_{ADM}

Calcul du serrage
minimum Δ_{MIN}

Calcul de p_{MAX}
Détermination du
serrage maximum
 Δ_{MAX}

Vérification en P_{ADM}

Choix des
Intervalles de
Tolérances IT

Choix de
l'ajustement

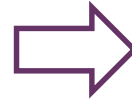
Vérification

Caractéristiques
matériau E, ν et
pression
admissibles

Etape 1 : Identifier les données utiles

Cahier des charges :

- Pignon alésage 20H7
- Diamètre pied de dent : 58 mm
- Largeur pignon : 22 mm
- Matériaux (arbre et pignon) C35 :
 - $E = 210\,000\text{ Mpa}$
 - $\sigma_E = 435\text{ MPa}$
 - $f=0,15$
- Couple max à transmettre : 16 N.m



- $d = 20\text{ mm}$
- $L = 22$
- $r_M = r = \frac{d}{2} = 10\text{ mm}$
- $R_M = R = \frac{58}{2} = 29\text{ mm}$
- $r_a = 0$
- $R_a = r = \frac{d}{2} = 10\text{ mm}$

Géométrie	
R	29 mm
r	10 mm
L	22 mm
C	16 N.m
alphaP	1,50
Matériaux	
Re	435 Mpa
alph	1
f	0,15
E	210000 Mpa

2mn pour identifier les données utiles



Etape 2 : Déterminer la pression min

Rappel : C'est la pression de serrage minimale permettant de transmettre les efforts

$$p_{MIN} \geq \frac{\sqrt{C^2 + r^2 A^2}}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot r^2 \cdot L}$$

MPa = N / mm²

$$P_{MIN} \geq \frac{C}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot r^2 \cdot L}$$

N.mm

mm²

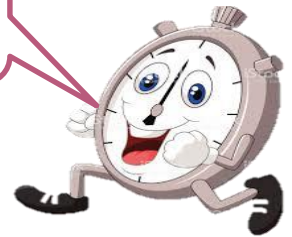
mm

Attention aux unités

Pression limites		
Pmin	7,72	Mpa
Pmin_u	11,57	Mpa

CdC : Coefficient de sécurité α_p de 1,5 sur la pression mini

5 mn pour calculer la pression mini



Etape 3 : Serrage min

Rappel : C'est le serrage diamétral correspondant à la pression P_{min_u}

Relation Serrage-Pression

$$\Delta = 2Pr \left[\frac{1}{E_M} \left(\frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + \nu_M \right) + \frac{1}{E_A} \left(\frac{r^2 + r_i^2}{r^2 - r_i^2} - \nu_A \right) \right] = A_\Delta P$$

Matériaux identiques $\Delta = 2Pr \cdot \frac{1}{E} \left[\left(\frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} \right) + \left(\frac{r^2 + r_i^2}{r^2 - r_i^2} \right) \right]$

Arbre plein ($r_i=0$) $\Delta = 2 \cdot P \cdot r \cdot \left[\frac{1}{E_M} \cdot \left(\frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + \nu_M \right) + \frac{1}{E_A} (1 - \nu_A) \right]$

Arbre plein ($r_i=0$) et matériaux identiques $\Delta = \frac{4 \cdot r \cdot R^2}{E \cdot [R^2 - r^2]} \cdot P$

5 mn pour calculer ce serrage mini

Serrage		
A_Δ	0,21618148	$\mu\text{m} / \text{Mpa}$
Delta_min	2,50	μm



Etape 3 : Pression max

Rappel : C'est la pression maximale assurant la résistance statique de l'arbre ET du moyeu

Résistance de l'arbre

Arbre creux

$$p_{\max_A} = \frac{\sigma_E (R_A^2 - r_A^2)}{\alpha \cdot 2R_A^2}$$

Arbre plein

$$p_{\max_A} = \frac{\sigma_E}{\alpha}$$

Résistance du moyeu

$$p_{\max_M} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha} \cdot \frac{R_M^2 - r_M^2}{r_M^2 \sqrt{1 + 3 \left(\frac{R_M^2}{r_M^2} \right)^2}}$$

5 mn pour calculer la pression max admissible

Pmax_arb	435	Mpa
Pmax_moy	221	Mpa
Pmax	7 221	MPa



Etape 4 : Serrage Max

Rappel : C'est le serrage max assurant que la pression effective reste inférieure à la pression max admissible

$$\Delta = A_{\Delta} \cdot P$$

Serrage		
A_{Δ}	0,21618148	$\mu\text{m} / \text{Mpa}$
Delta_min	2,50	μm
Delta_max	47,73	μm

Tous les assemblages assurant un serrage compris entre ces 2 valeurs vérifient le cahier des charges

2mn pour calculer le serrage max admissible



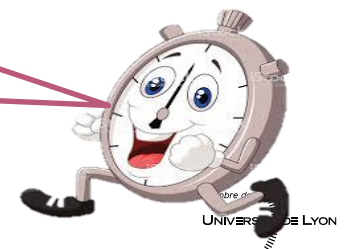
Etape 5 : Choisir des dimensions normalisées

Rappel : Il s'agit de trouver définir un tolérancement normalisé de l'arbre

5.1 : Choisir une qualité normalisée pour l'arbre

Principales qualités ou tolérances (IT) ISO <i>(IT en micromètre : $1\mu\text{m} = 0.001\text{ mm}$)</i>													
dimensions nominales en mm													
au-delà de →	1	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400
à (inclus) →	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400	500
IT5	4	5	6	8	9	11	13	15	18	20	23	25	27
IT6	6	8	9	11	13	16	19	22	25	29	32	36	40
IT7	10	12	15	18	21	25	30	35	40	46	52	57	63
IT8	14	18	22	27	33	39	46	54	63	72	81	89	97
IT9	25	30	36	43	52	62	74	87	100	115	130	140	155
IT10	40	48	58	70	84	100	120	140	160	185	210	230	250
IT11	60	75	90	110	130	160	190	220	250	290	320	360	400
IT12	100	120	150	180	210	250	300	350	400	460	520	570	630
IT13	140	180	220	270	330	390	460	540	630	720	810	890	970

5mn pour choisir une qualité pour l'arbre



Etape 5.1 : Choix des qualités

Principales qualités ou tolérances (IT) ISO (IT en micromètre : 1μm = 0.001 mm)													
dimensions nominales en mm													
au-delà de →	1	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400
à (inclus) →	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400	500
IT5	4	5	6	8	9	11	13	15	18	20	23	25	27
IT6	6	8	9	11	13	16	19	22	25	29	32	36	40
IT7	10	12	15	18	21	25	30	35	40	46	52	57	63
IT8	14	18	22	27	33	39	46	54	63	72	81	89	97
IT9	25	30	36	43	52	62	74	87	100	115	130	140	155
IT10	40	48	58	70	84	100	120	140	160	185	210	230	250
IT11	60	75	90	110	130	160	190	220	250	290	320	360	400
IT12	100	120	150	180	210	250	300	350	400	460	520	570	630
IT13	140	180	220	270	330	390	460	540	630	720	810	890	970

Pignon H7 : IT = 21

Assemblage de diamètre 20

$$IT_A + IT_M \leq \Delta_{\max} - \Delta_{\min} \Rightarrow IT_A \leq \Delta_{\max} - \Delta_{\min} - IT_M = 24.22 \mu\text{m}$$

5.2 Choix des tolérances

Rappel : On cherche à déterminer les tolérances normalisées de l'arbre

CHOIX : Arbre qualité 7 $\rightarrow IT = 21 \mu m \rightarrow d_A = 20_{J_D}^{J_c} \rightarrow J_c - J_D = 21 \mu m$

Pignon H7 $\rightarrow d_M = 20_0^{21}$

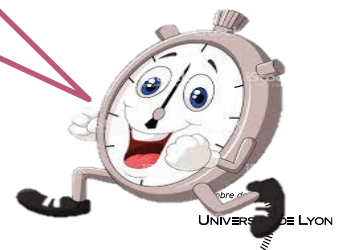
$$\Delta IT_{max} = d_{a_{max}} - d_{M_{min}} = (20 + J_c) - (20 + 0) = J_c < \Delta_{max} = 47.73 \mu m$$

 $J_c < 47.73 \mu m$

$$\Delta IT_{min} = d_{a_{min}} - d_{M_{max}} = (20 + J_d) - (20 + 21) = J_d - 21 > \Delta_{min} = 2.5 \mu m$$

 $J_d > 23.5 \mu m$

10 mn pour définir les tolérances pour un arbre de **qualité 7**



5.2 Choix des tolérances

ARBRES										
	Ecart sup. (Es)				Ecart inf. (Ei)					
Φ	e	f	g	h	K ⁰	m	n	p	r	s
<3	-14	-6	-2	-0	+0	+2	+4	+6	+10	+14
>3	20	-10	-4	-0	+0	+4	+8	+12	+15	+19
>6	-25	-13	-5	-0	+0	+6	+10	+15	+19	+23
>10	-32	-16	-6	-0	+0	+7	+12	+18	+23	+28
>18	-40	-20	-7	-0	+0	+8	+15	+22	+28	+35

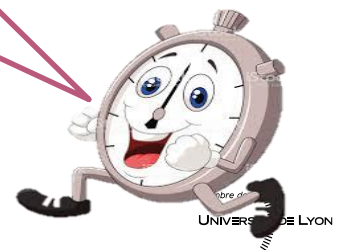
$$d_A = 20 \frac{J_c}{J_D}$$

$$J_c < 47.73 \mu m$$

$$J_d > 23.5 \mu m$$

~~$J_d = 28 \mu m$~~ > ~~$J_c = 28 + 21 = 49$~~ > ~~$47.73 \mu m$~~ Pas de solution avec une qualité 7

10 mn pour définir les tolérances pour un arbre de qualité 6



Etape 5.1b : Qualité 6

Principales qualités ou tolérances (IT) ISO (IT en micromètre : $1\mu\text{m} = 0.001\text{ mm}$)													
dimensions nominales en mm													
au-delà de $\longrightarrow$	1	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400
à (inclus) $\longrightarrow$	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400	500
IT5	4	5	6	8	9	11	13	15	18	20	23	25	27
IT6	6	8	9	11	13	16	19	22	25	29	32	36	40
IT7	10	12	15	18	21	25	30	35	40	46	52	57	63
IT8	14	18	22	27	33	39	46	54	63	72	81	89	97
IT9	25	30	36	43	52	62	74	87	100	115	130	140	155
IT10	40	48	58	70	84	100	120	140	160	185	210	230	250
IT11	60	75	90	110	130	160	190	220	250	290	320	360	400
IT12	100	120	150	180	210	250	300	350	400	460	520	570	630
IT13	140	180	220	270	330	390	460	540	630	720	810	890	970

Pignon H7 : IT = 21

Assemblage de diamètre 20



$IT_A = 13\ \mu\text{m}$

5.2b Choix des tolérances

Rappel : On cherche à déterminer les tolérances normalisées de l'arbre

CHOIX : Arbre qualité 6 $\rightarrow IT = 13 \mu m \rightarrow d_A = 20_{J_D}^{J_c} \rightarrow J_c - J_D = 13 \mu m$

Pignon H7 $\rightarrow d_M = 20_0^{21}$

$$\Delta IT_{max} = d_{a_{max}} - d_{M_{min}} = (20 + J_c) - (20 + 0) = J_c < \Delta_{max} = 47.73 \mu m$$

 $J_c < 47.73 \mu m$

$$\Delta IT_{min} = d_{a_{min}} - d_{M_{max}} = (20 + J_d) - (20 + 21) = J_d - 21 > \Delta_{min} = 2.5 \mu m$$

 $J_d > 23.5 \mu m$

Le choix de la qualité de l'arbre n'influence pas ces valeurs limites

5.2 Choix des tolérances

ARBRES										
	Ecart sup. (Es)				Ecart inf. (Ei)					
Φ	e	f	g	h	K ⁰	m	n	p	r	s
<3	-14	-6	-2	-0	+0	+2	+4	+6	+10	+14
>3	20	-10	-4	-0	+0	+4	+8	+12	+15	+19
>6	-25	-13	-5	-0	+0	+6	+10	+15	+19	+23
>10	-32	-16	-6	-0	+0	+7	+12	+18	+23	+28
>18	-40	-20	-7	-0	+0	+8	+15	+22	+28	+35

$$d_A = 20 \frac{J_c}{J_D}$$

$$J_c < 47.73 \mu m$$

$$J_d > 23.5 \mu m$$

$$J_c - J_D = 13 \mu m$$

$$J_d = 28 \mu m \rightarrow J_c = 28 + 13 = 41 \quad \checkmark \text{ OK}$$

Assemblage H7r6

6. Effort de montage

Méthodologie :

- Déterminer le serrage max effectif pour l'assemblage H7R6 : Δ_{max_eff}

⇒ $\Delta_{max_eff} = \Delta IT_{max} = J_c = 41 \mu m$

- Déterminer la pression max entre les pièces : P_{max_eff}

⇒ Un serrage Δ_{max_eff} correspond à un serrage $\Delta_{max_eff} = A_{\Delta} \cdot P_{max_eff}$

$$P_{max_eff} = \frac{\Delta_{max_eff}}{A_{\Delta}} = 190 \text{ MPa}$$

- Déterminer l'effort axial A à exercer

⇒ La relation entre la pression P et l'effort axial A est $P = \frac{A}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot r \cdot L}$

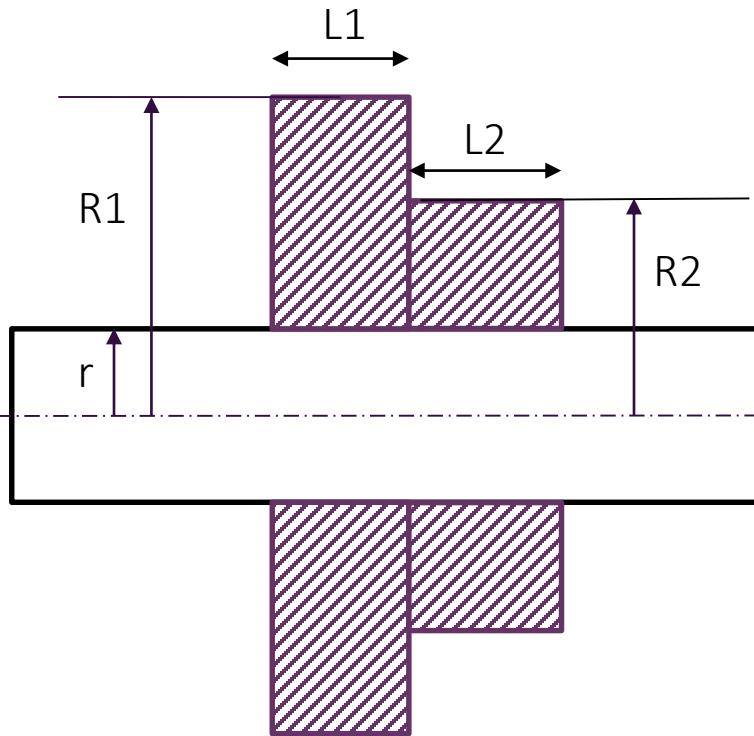
$$A \geq 2 \cdot \pi \cdot f \cdot r \cdot L \cdot P_{max_eff} = 36 \text{ KN}$$



Complément

Pignon Epaulé

Cahier des charges



Déterminer le serrage Δ mini nécessaire pour transmettre un couple C_e

Ce serrage est identique sur toute la longueur de frette.

Géométrie :

- $r = 15 \text{ mm}$
- $R1 = 60 \text{ mm}$
- $R2 = 30 \text{ mm}$
- $L1 = 10 \text{ mm}$
- $L2 = 15 \text{ mm}$

Matériaux:

- $E = 210\,000 \text{ Mpa}$
- $f = 0,12$

Fonctionnement :

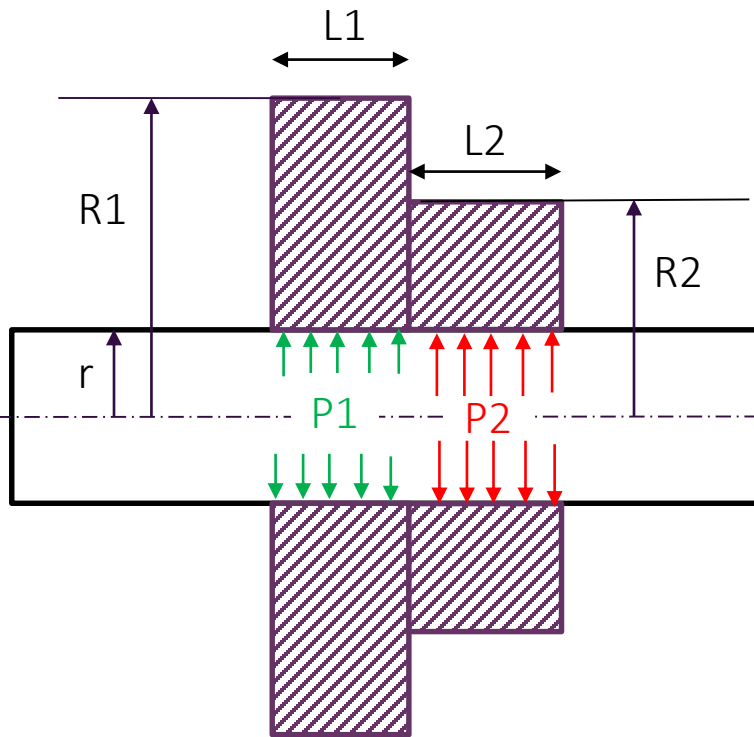
- $C_e = 50 \text{ N.m}$
- $\alpha_p = 2$

Indications

- Exprimer les couples $C1$ et $C2$ transmis par chaque zone de la liaison en fonction des pressions $P1$ et $P2$ existantes dans chaque zone
- Exprimer Δ en fonction de $P1$ puis de $P2$
- En déduire Δ



1- Relation couple - Pression



Du fait du serrage Δ il existe une pression $P1/P2$ dans chaque zone du frettage.

Cette pression P_i permet de transmettre un couple C_i par adhérence

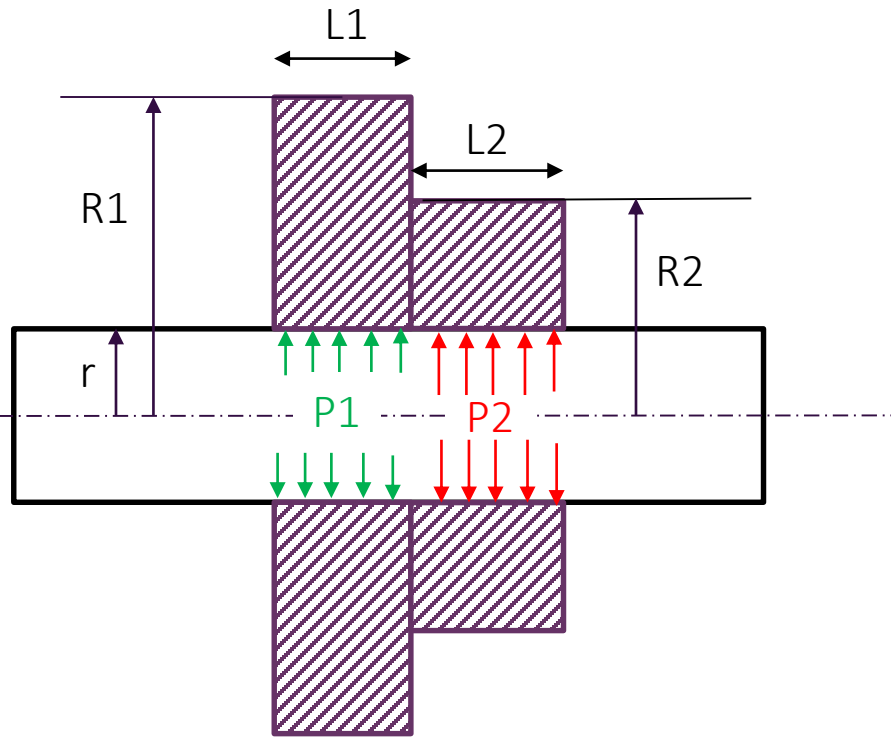
$$P_i = \frac{C_i}{2\pi \cdot f \cdot r^2 \cdot L_i}$$



$$C_i = P_i \cdot 2\pi \cdot f \cdot r^2 \cdot L_i$$

Le couple total transmis est donc : $C = C_1 + C_2 = 2\pi \cdot f \cdot r^2 \cdot (L_1 \cdot P_1 + L_2 \cdot P_2)$

2- Relation Pression - Serrage



Le serrage Δ et la pression sont liés par la formule :

$$\Delta = 2Pr \left[\frac{1}{E_M} \left(\frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + \nu_M \right) + \frac{1}{E_A} \left(\frac{r^2 + r_i^2}{r^2 - r_i^2} - \nu_A \right) \right]$$



Même matériaux
Arbre plein

$$\Delta = \frac{4.r.R^2}{E.(R^2 - r^2)} . P$$

Le serrage étant le même sur toute la longueur de la frette on a :

$$\Delta = \frac{4.r.R_1^2}{E.(R_1^2 - r^2)} . P_1 = \frac{4.r.R_2^2}{E.(R_2^2 - r^2)} . P_2 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} P_1 &= \frac{E.(R_1^2 - r^2)}{4.r.R_1^2} . \Delta \\ P_2 &= \frac{E.(R_2^2 - r^2)}{4.r.R_2^2} . \Delta \end{aligned}$$

3- Relation Couple - serrage

$$C = C_1 + C_2 = 2\pi \cdot f \cdot r^2 \cdot (L_1 \cdot P_1 + L_2 \cdot P_2) \quad P_1 = \frac{E \cdot (R_1^2 - r^2)}{4 \cdot r \cdot R_1^2} \cdot \Delta \quad P_2 = \frac{E \cdot (R_2^2 - r^2)}{4 \cdot r \cdot R_2^2} \cdot \Delta$$



$$C = 2\pi \cdot f \cdot r^2 \cdot \left(L_1 \cdot \frac{E \cdot (R_1^2 - r^2)}{4 \cdot r \cdot R_1^2} + L_2 \cdot \frac{E \cdot (R_2^2 - r^2)}{4 \cdot r \cdot R_2^2} \right) \cdot \Delta$$

$$C = \frac{1}{2} \pi \cdot f \cdot r \cdot E \cdot \left(L_1 \cdot \frac{(R_1^2 - r^2)}{R_1^2} + L_2 \cdot \frac{(R_2^2 - r^2)}{R_2^2} \right) \cdot \Delta$$

$$\text{A.N. : } C_u = \alpha_p \cdot C_e = 100 \text{ N.m} \quad \Rightarrow \quad \Delta = 17,8 \mu\text{m}$$