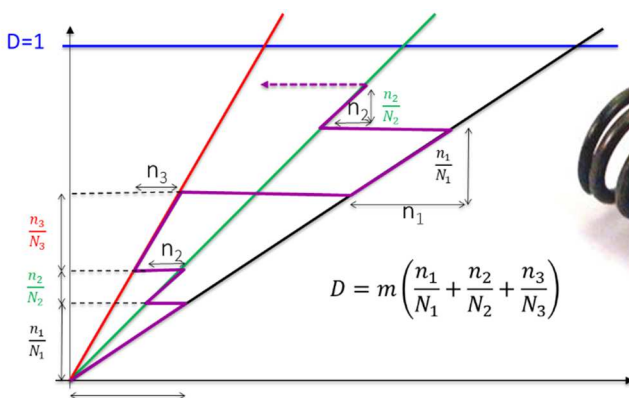
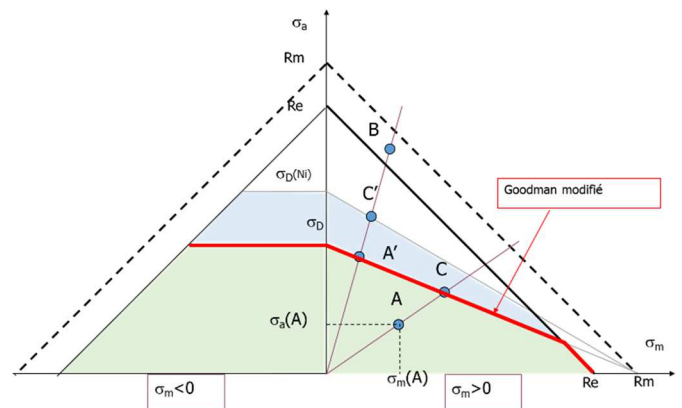
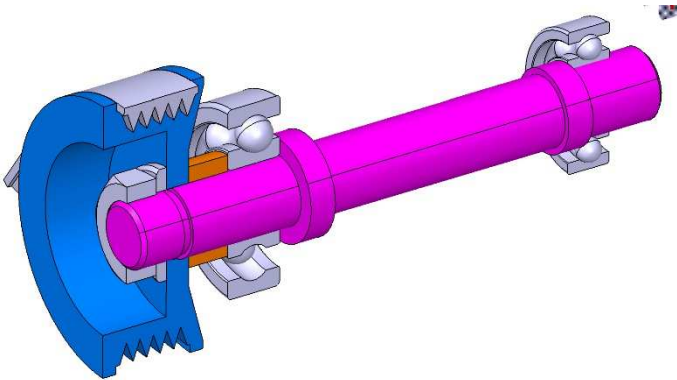


# Conception et Dimensionnement des éléments de Machines

## GM-3-CDIM

*Supports de Cours*  
*Exercices et Etudes de cas*



**Table des Matières :**

<b>1. Roulements à contacts obliques</b>	<b>1-4</b>
<b>2. Rappels de dimensionnement en Statique</b>	<b>2-1</b>
<b>3. Fatigue</b>	<b>3-1</b>
<b>4. Dimensionnement des Ressorts</b>	<b>4-1</b>
<b>5. Liaisons par éléments filetés</b>	<b>5-1</b>
<b>6. Liaisons Rigides</b>	<b>6-1</b>
<b>a. Cannelures, Clavettes</b>	<b>6-7</b>
<b>b. Frettage, emmanchement</b>	<b>6-17</b>
<b>c. Rivets, points de soudure/colle</b>	<b>6-59</b>
<b>7. Cordons de soudure</b>	<b>7-1</b>
<b>8. Exercices et études de cas</b>	<b>8-1</b>
<b>9. French-English Glossary</b>	<b>9-1</b>



# Conception & DIMensionnement

## Présentation

*Équipe pédagogique CDIM*

1-1

### Objectifs

- ✓ Suites et compléments de CONAN & SIMS (fatigue) au S1
- ✓ 5 CM – 12 TD – 1 Evaluation (3h)
- ✓ Dimensionnement en statique & en fatigue d'éléments de machines « usuels »
- ✓ Roulements à contact obliques : problématique de la pré-charge
- ✓ Rappels de RdM / Méca sol, Torseur de cohésion, critères, section critique.
- ✓ Dimensionnement en fatigue : contraintes uniaxiales, combinées, Miner
- ✓ Liaisons élastiques (ressorts ... )
- ✓ Liaisons complètes (frettées, filetées, soudées, pré-serrage ... )

**Supports : Poly + documents complémentaires sous moodle**

# Roulements à contacts obliques

Équipe pédagogique CDIM

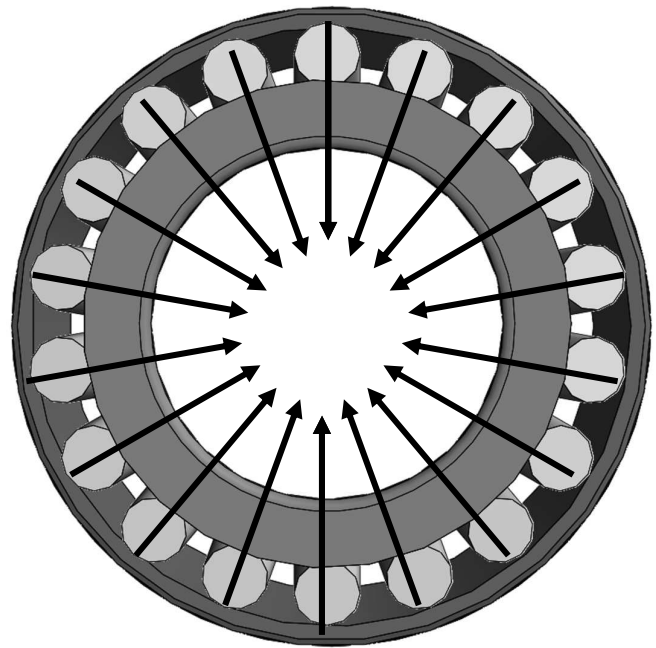
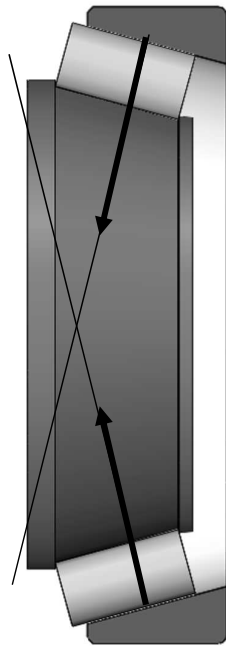
1-4

## Objectifs

- Connaître les **principales solutions constructives** associées à la liaison pivot par **roulements à contacts obliques**
- Déterminer les dimensions nécessaires du composant pour assurer la transmission des efforts de liaison.
- Associer au composant choisi **les jeux et surfaces fonctionnelles appropriées**, savoir en préciser les **conditions de montage** compatible avec le cahier des charges (rigidité, maintenabilité, outillage...)
- Connaître les conditions **de lubrification et d'étanchéité** nécessaires pour assurer la durée de vie et la fiabilité de la liaison dans le temps.



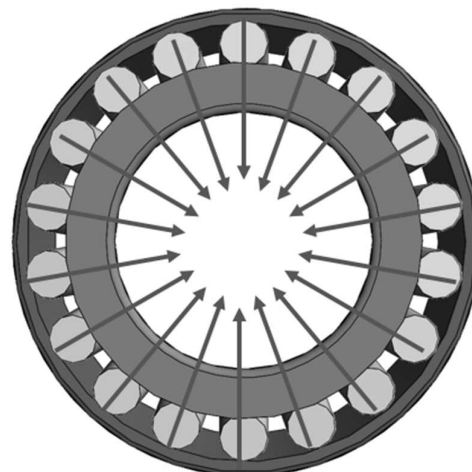
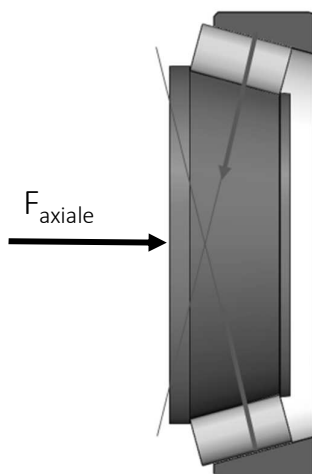
## Architecture d'un roulement à contact oblique



Les supports des actions de contact des éléments roulants sont disposés selon un cône. Ces actions de contacts sont unilatérales : les efforts axiaux ne sont transmis que dans un seul sens. Ce sens est déterminé par le sens de montage du roulement.

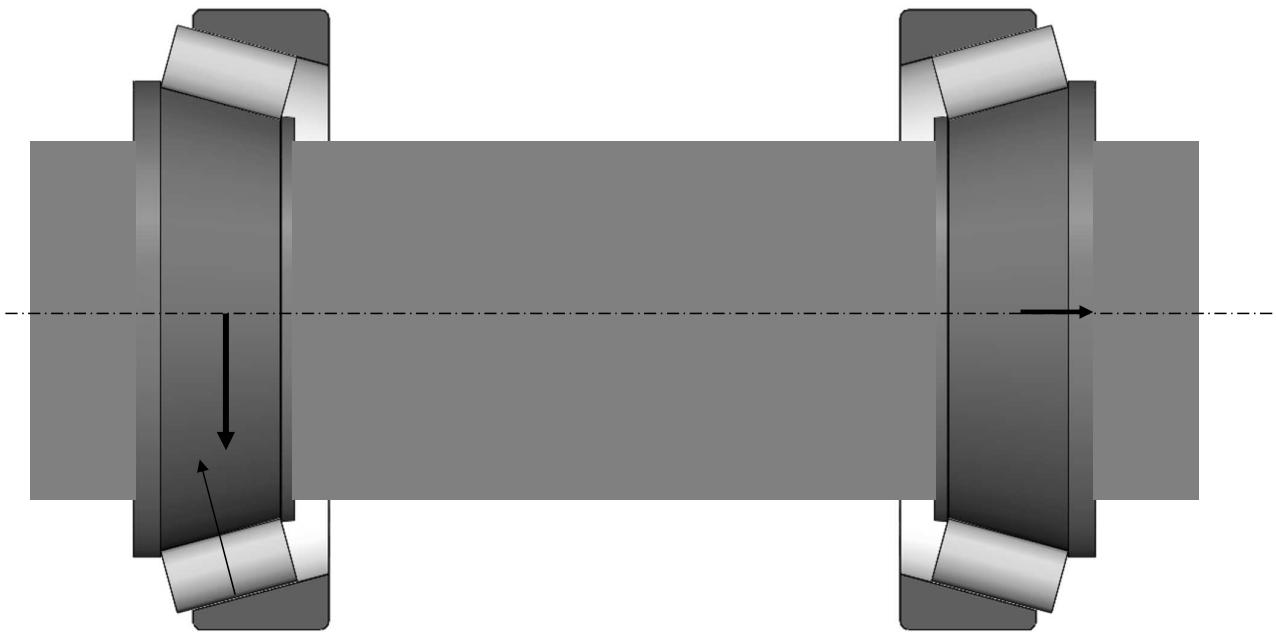
## Charge Axiale

Les efforts de contact au niveau des éléments roulants sont disposés selon un cône



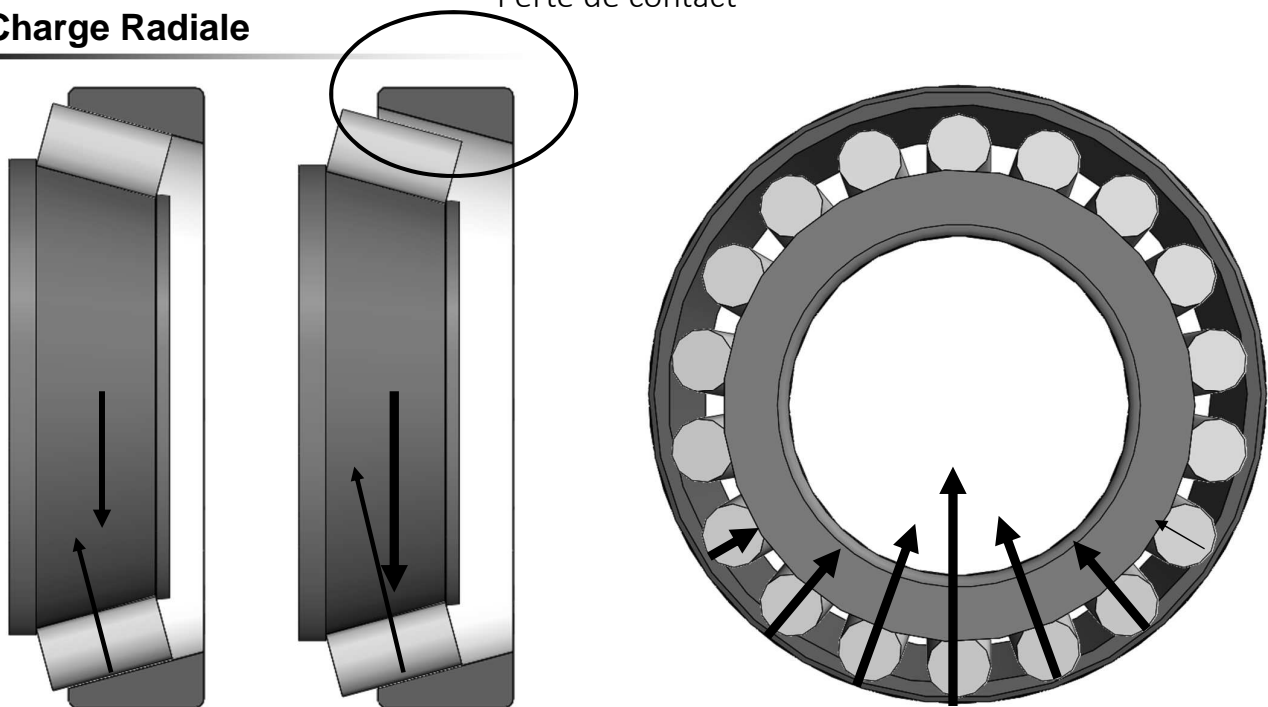
Un chargement axial se répartit donc uniformément sur l'ensemble des éléments roulants. On notera que la bague intérieure se rapproche de la bague extérieure

## Charge Radiale



Un chargement radial n'est repris que par les éléments roulants à l'aplomb du chargement. **L'équilibre axial ne peut être obtenu que par la participation d'un roulement monté en opposition**

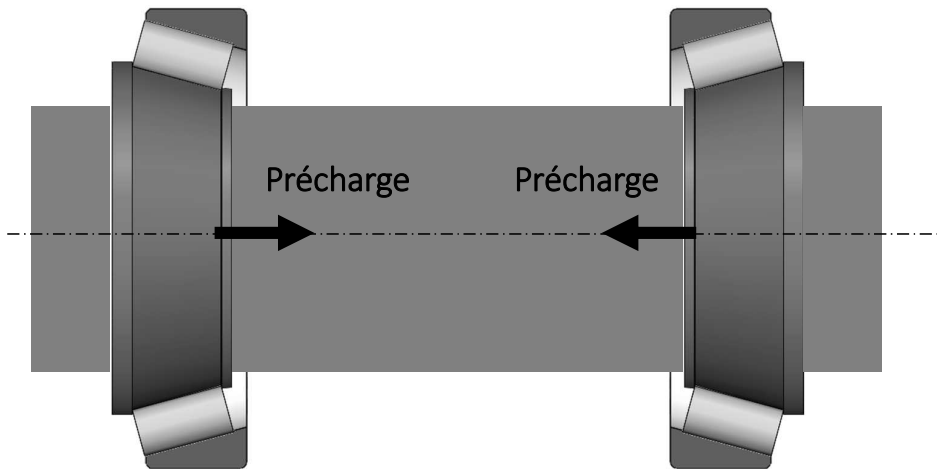
## Charge Radiale



Le chargement radial tend à éloigner la bague intérieure de la bague extérieure : les éléments roulants actifs sont de moins en moins nombreux et de plus en plus chargés.

## Condition de bon fonctionnement : la précharge

Pour un bon fonctionnement la moitié au moins des éléments roulants doit participer à la transmission des efforts, soit un angle de portée de  $180^\circ$  (\*).

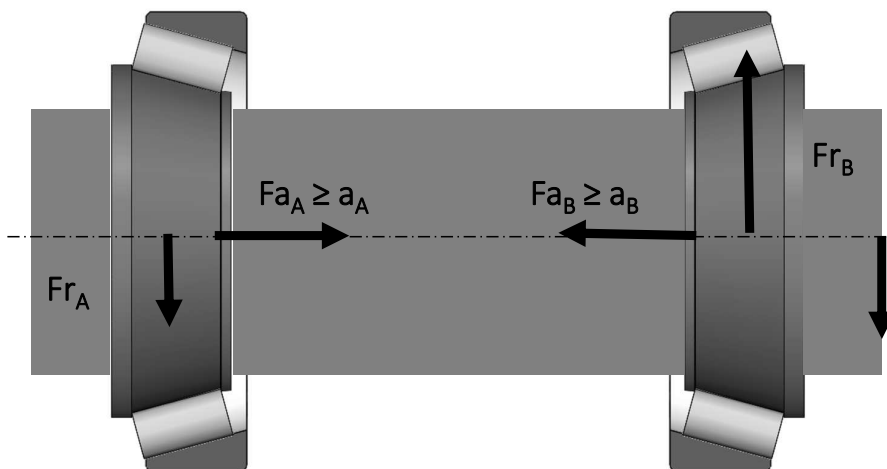


Pour cela un effort axial interne est installé au montage, permettant aux bagues intérieures de se rapprocher des bagues extérieures et donc d'augmenter le nombre d'éléments roulants chargés : **la précharge**

\*  $150^\circ$  chez le fabricant TIMKEN

## Condition de bon fonctionnement : la précharge

Dans les conditions du chargement extérieur, cette précharge permet de s'assurer que l'effort axial interne au roulement est supérieur à une valeur minimale : la charge induite  $a_i$  (\*).



$a_i$  dépend de la géométrie du roulement et de l'effort radial supporté :

$$a_i = Fr/2Y_i$$

Cette charge induite est la charge axiale minimale transmise par le roulement pour que sous un chargement radial donné la moitié des éléments roulants soit sollicités.

\* On suppose souvent que la charge est induite par l'effort radial, alors qu'elle est induite par le bon fonctionnement

Les conditions de bon fonctionnement (\*) imposent que les charges axiales transmises soient toujours supérieures ou égales aux charges induites

\* Note : le calcul de la précharge permettant ce bon fonctionnement fait intervenir la rigidité des roulements et sera vu plus loin. Mais pour les applications courantes, une valeur égale à 3-4 % de  $C_0$  est souvent suffisante.

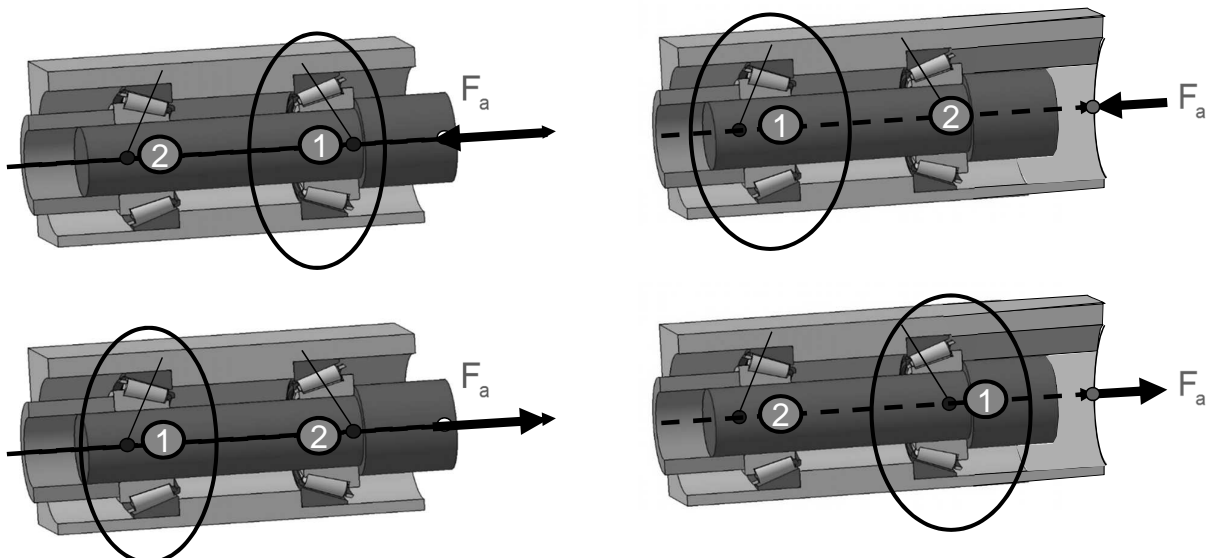


## Calcul des charges axiales transmises par les roulements

### Synthèse : Méthode des « indices »

1. Déterminer sur quel élément (arbre/moyeu) la charge axiale extérieure s'applique, En ne considérant **que cette charge axiale** extérieure déterminer le roulement qui transmet cette charge.

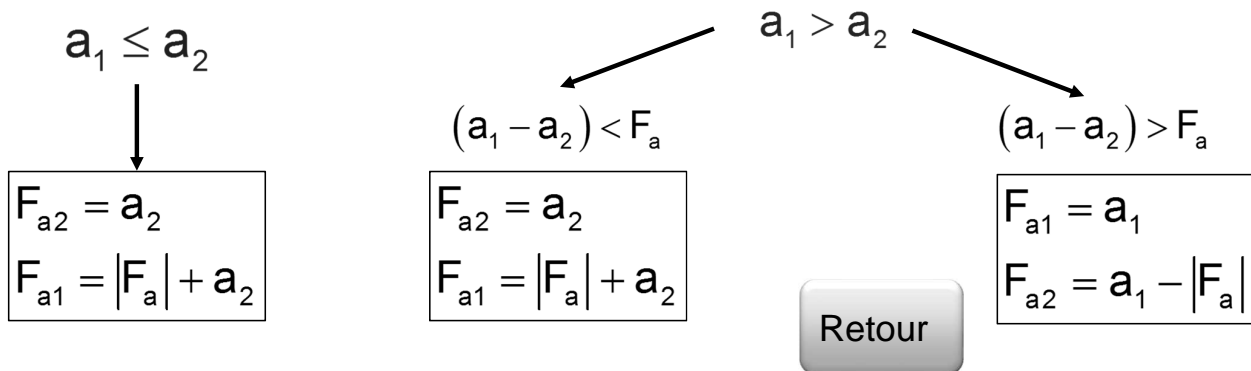
Indicer (1) ce roulement et (2) l'autre.



## Calcul des charges axiales transmises par les roulements

- Déterminer en norme les efforts radiaux  $R_1$  et  $R_2$  transmis par les roulements
- Déterminer en norme les charges axiales induites  $a_1$  et  $a_2$
- En déduire les charges axiales transmises par les roulements.

Ces formules peuvent être appliquées directement



## Démarche générale de dimensionnement

L'équilibre statique précédent permet de déterminer les charges radiale  $F_r$  et une charge axiale  $F_a$

La méthodologie vue en CONAN pour les roulements radiaux reste vraie



- Déterminer la charge statique radiale équivalente  $P_0$ .
- Vérifier que :  $C_0 > s_0 \times P_0$
- Déterminer la charge radiale dynamique équivalente  $P$
- Vérifier qu'elle est suffisante  $P > P_{min}$
- Calculer la durée de vie effective

$$L_{10} = \left( \frac{C}{P} \right)^n$$

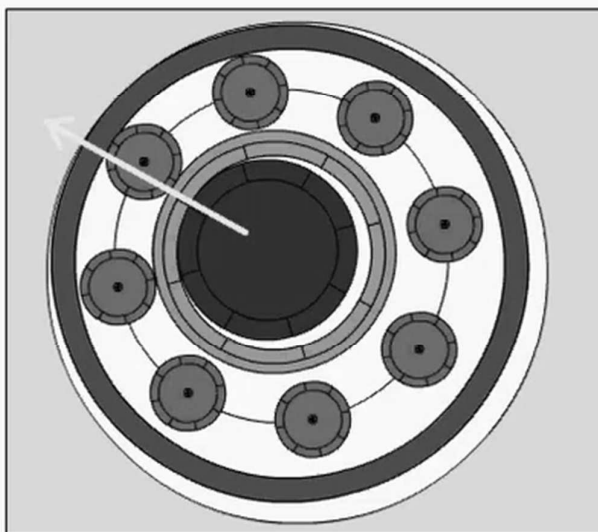
# Montage

## Jeu Radial – Jeu Axial

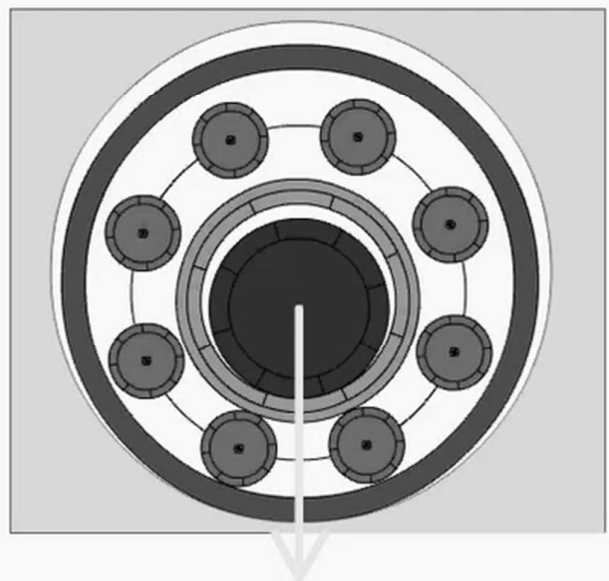
### Mise en évidence du laminage des bagues montées non serrées



Laminage de la bague extérieure



Laminage de la bague intérieure





## Maîtrise du jeu radial (d'après SNR)

SERRAGE	ARBRE		LOGEMENT	
	Cas de charge	Ajustement	Cas de charge	Ajustement
Bague intérieure serrée sur l'arbre	Cas de charge normale $P < C/5$	j6/k6	Cas général	H7/J7
	Charge élevée $P > C/5$	m6/p6	Bague libre sur sa portée	G7/H7
			Roulement à rouleaux (cylindrique et conique)	M7/P7
Bague extérieure serrée dans le logement	Cas général	g6/h6	Charge normale $P < C/5$	M7/N7
	Bague libre sur sa portée	f6/g6	Forte charges Charge $P > C/5$	N7/P7
	Charge axiale pure	h6/g6	Charge axiale pure	G7/H7
Manchon de serrage	h9			

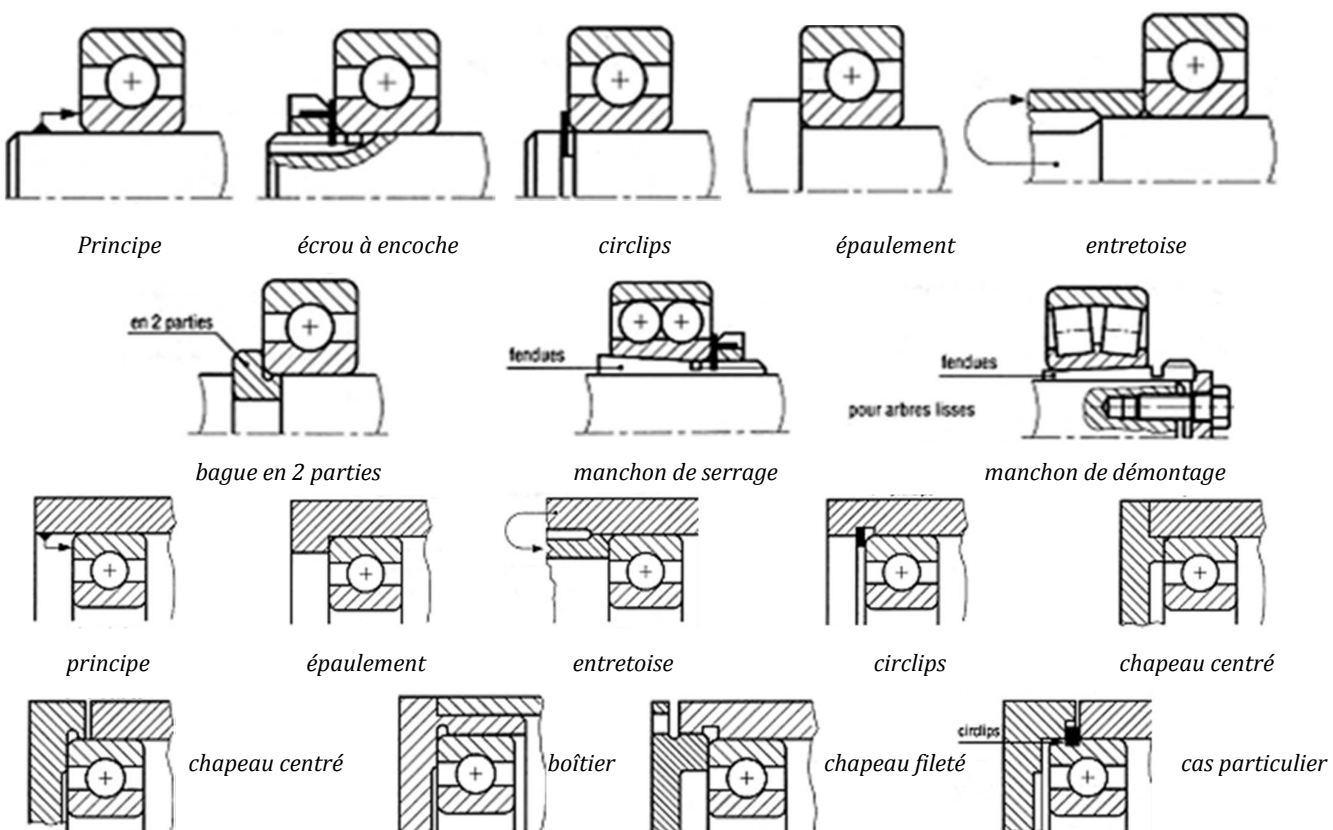
**Jeu résiduel après montage :**

- Billes  
 $J_r \approx \sqrt{d} \mu\text{m}$
- Rouleaux  
 $J_r \approx 4\sqrt{d} \mu\text{m}$

## Maîtrise du jeu radial (d'après Précis de construction)

Charges	Arbre fixe			Arbre tournant			Tournant ou fixe
	$10 < C/P$	$5 < C/P \leq 10$	$C/P \leq 5$	$10 < C/P$	$5 < C/P \leq 10$	$C/P \leq 5$	
$d < 18$	g6	h6	h5	j6	j6	j5	Axiales
30 à 120	g6	h6	h6	k6	k6	n6	j6
$d > 120$	g6	h6	h6	k6	m6	p6	j6

## Solutions techniques pour les arrêts axiaux



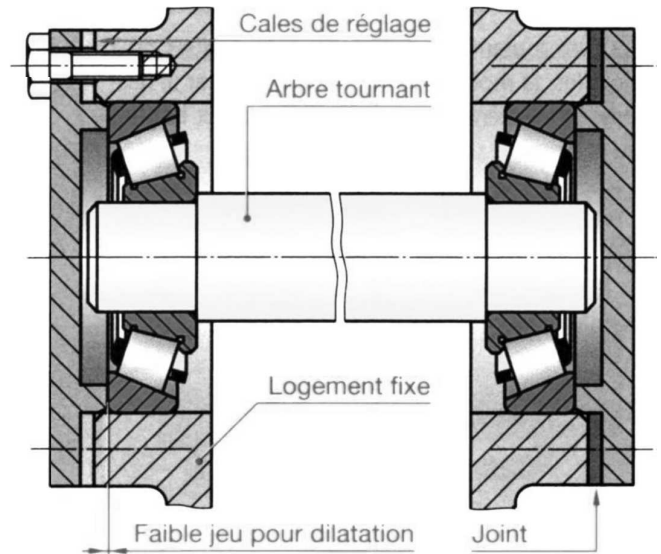
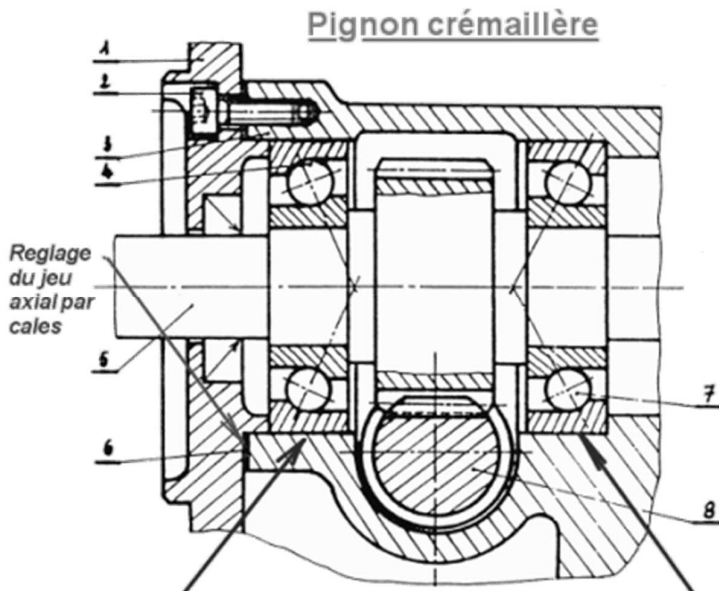
## Dispositifs de réglage (exemple)



<http://cale-pelable.fr/>

### Arbre court – Charge fixe

- Réglage à l'aide de cales pelables



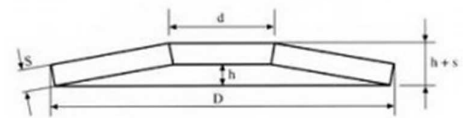
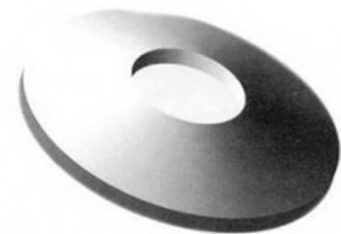
<http://joho.monsite.orange.fr/>

<http://barreau.matthieu.free.fr/cours/Liaison-pivot/pages/roulements-2.html>

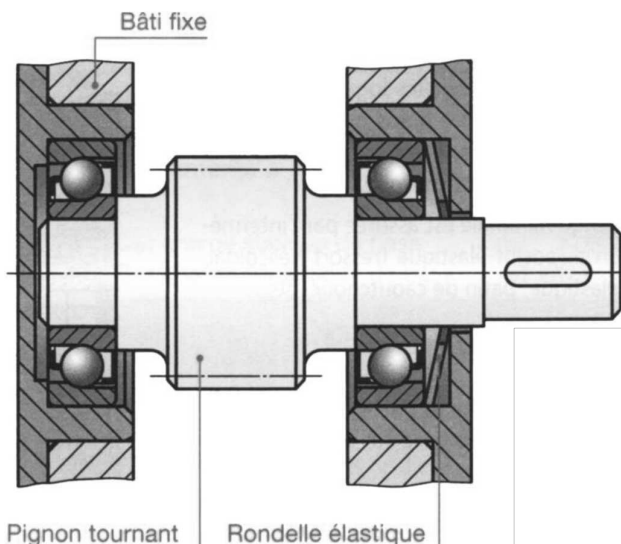
## Dispositifs de réglage (exemple)

### Arbre long – Charge fixe

- Réglage à l'aide d'éléments élastiques : ressort hélicoïdaux, rondelles Belleville, rondelles Ringspann ...  
Les rondelles montées pour s'opposer à l'effort axial le plus faible



Rondelle Belleville

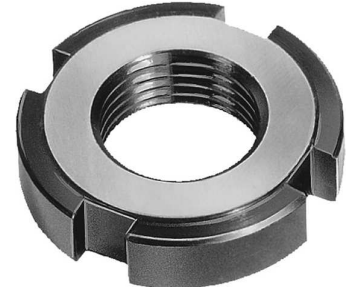
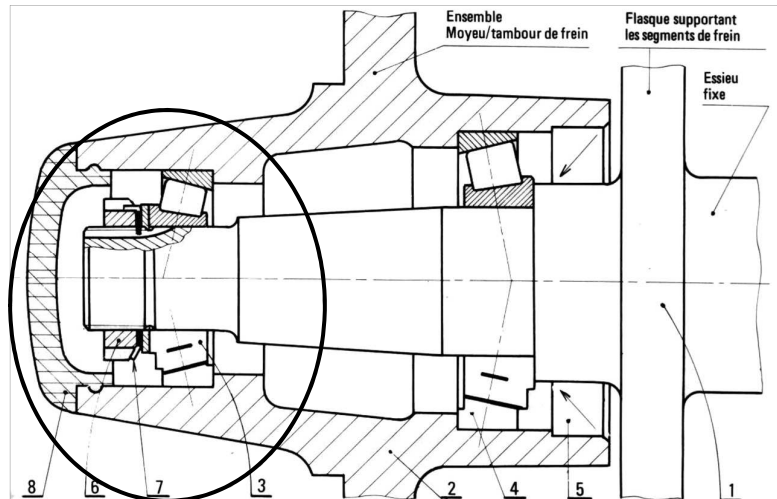
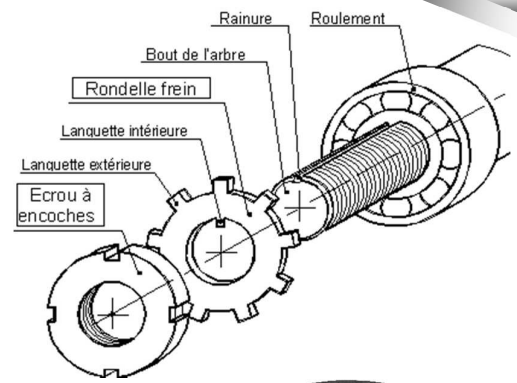


Rondelle Ringspann

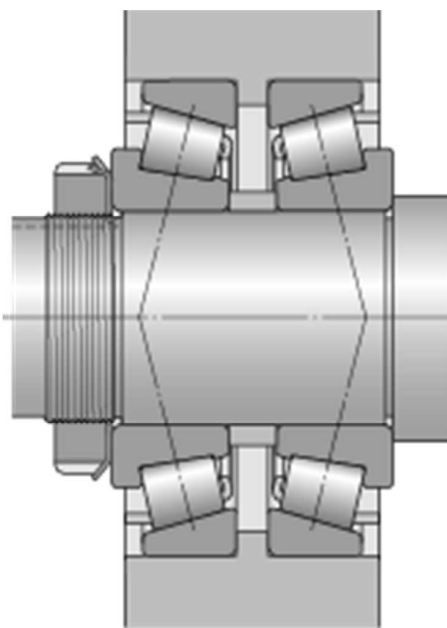
## Dispositifs de réglage (exemple)

### Logement tournant – Charge fixe

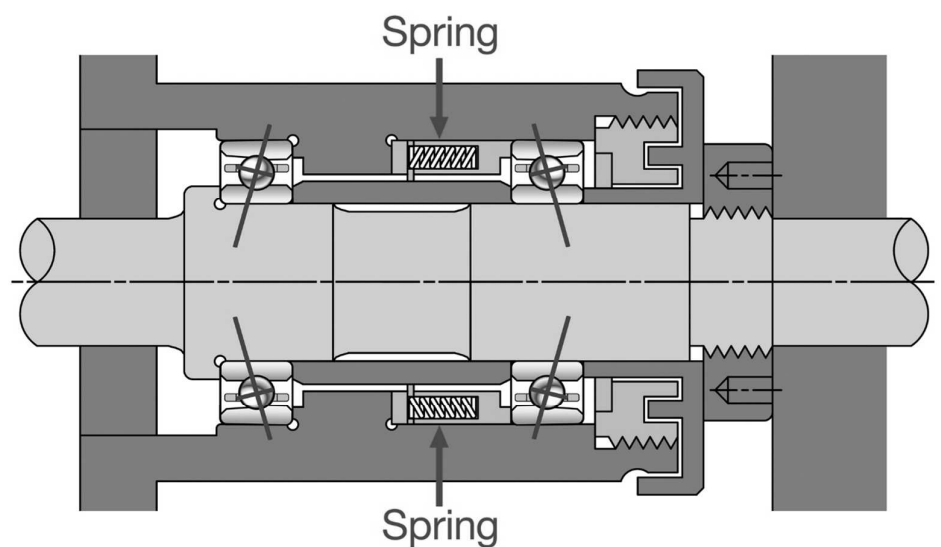
- Réglage à l'aide de rondelle plate (pour assurer la transmission uniforme des efforts), d'écrou à encoche, rondelle frein. Limite les effets de la dilatation, augmente la charge des roulements peu chargés



## Exemple dispositif réglage



Précharge rigide



Précharge élastique

## Application de l'effort axial de montage

**L'effort axial de montage ne doit en aucun cas transiter par les éléments roulants.**

Afin d'éviter cet effort il est possible de :

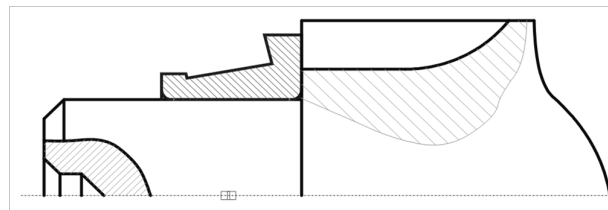
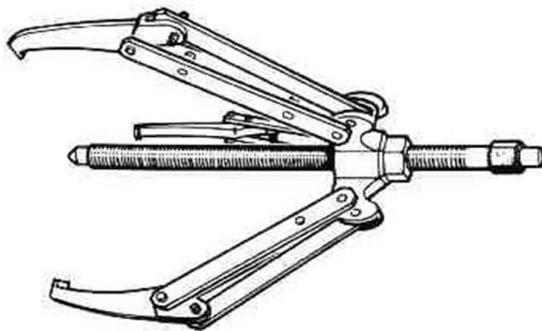
- Chauffer une bague jusqu'à 110 °C afin de la dilater
- Refroidir un arbre jusqu'à - 170°C afin de le contracter
- Procéder à un montage par écrou hydraulique, la pression d'un fluide permettant d'éviter l'effort axial de montage



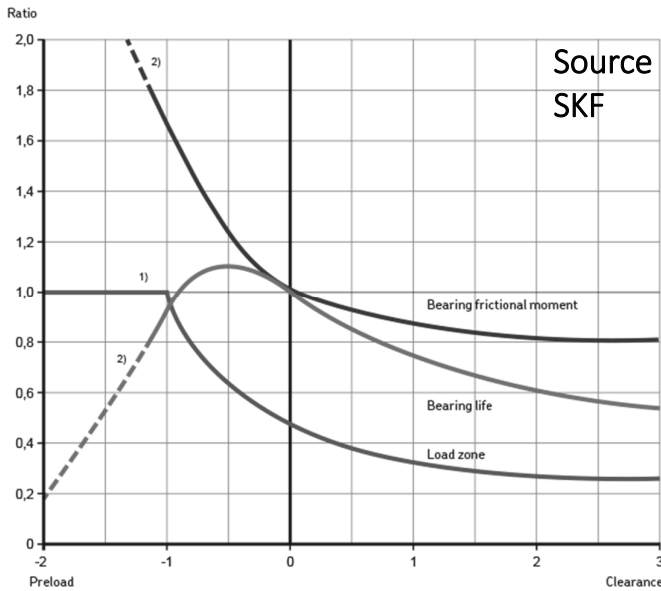
## Démontage facilité des roulements

**Tout le monde ne dispose pas d'un écrou hydraulique...** L'outil de démontage le plus courant est un extracteur de roulement, constitué de 3 griffes permettant d'attraper la bague intérieure du roulement. Il faut donc prévoir des rainures permettant d'accéder au roulement.

Extracteur

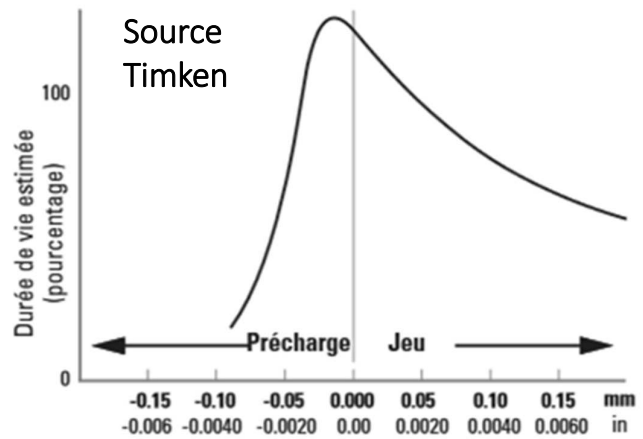


## Jeu ou précharge ?



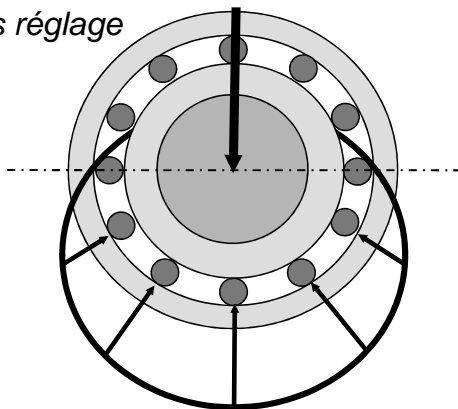
En général un jeu de fonctionnement positif proche de zéro est optimal

Le jeu fonctionnel va être influencé par les conditions de fonctionnement : dilatation ...

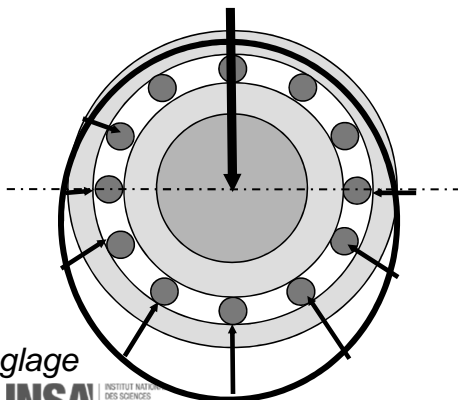


## Conséquences réglage jeu / pré-charge optimal

Sans réglage



Répartition de la charge sur les Corps Roullants



Meilleure répartition des charges entre les corps roulants

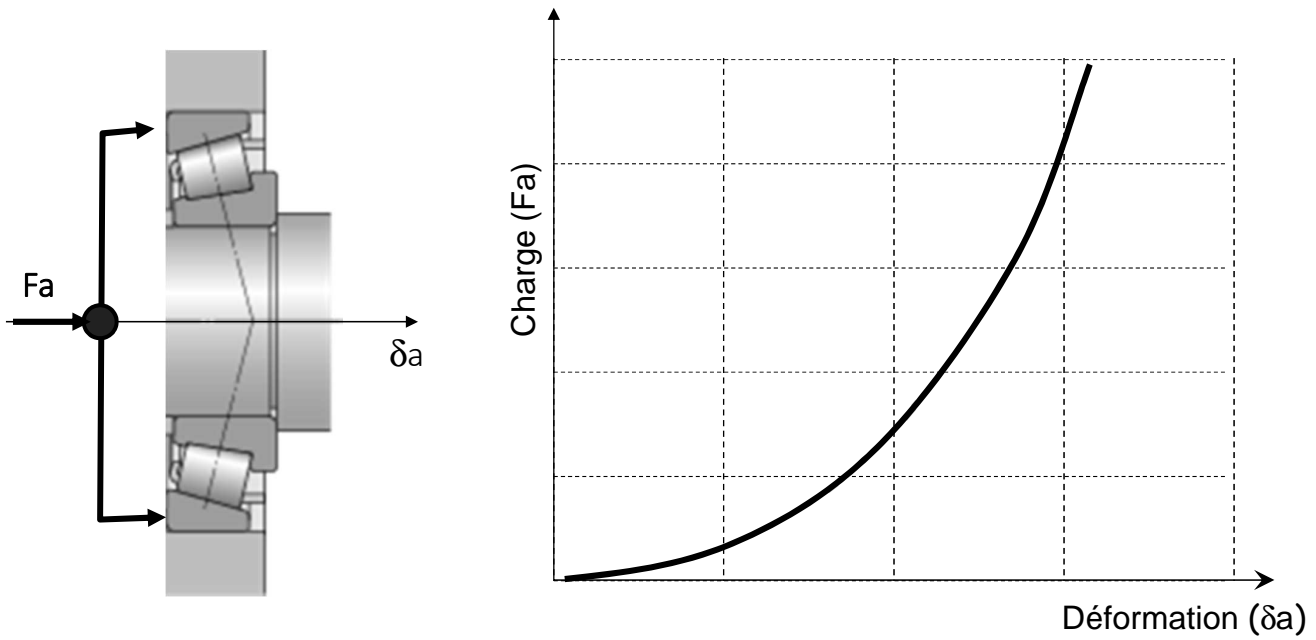
- Meilleur guidage des corps roulants  
→ Silence de fonctionnement  
→ Guidage de l'arbre
- Limitation des phénomènes de tassement  
→ Augmentation durée de vie
- Augmentation de la rigidité  
→ Guidage de l'arbre

### Paramètres à prendre en compte (source Timken) :

- Type d'application
- Charge en présence / Taux d'utilisation
- Caractéristiques des éléments mécaniques adjacents
- Modifications du jeu dues aux différences de températures et aux déformations
- Taille du roulement
- Méthode de lubrification
- Matériaux de l'arbre et du logement
- ...

# Évaluation de la valeur de précharge

## Présentation de la problématique : roulement isolé

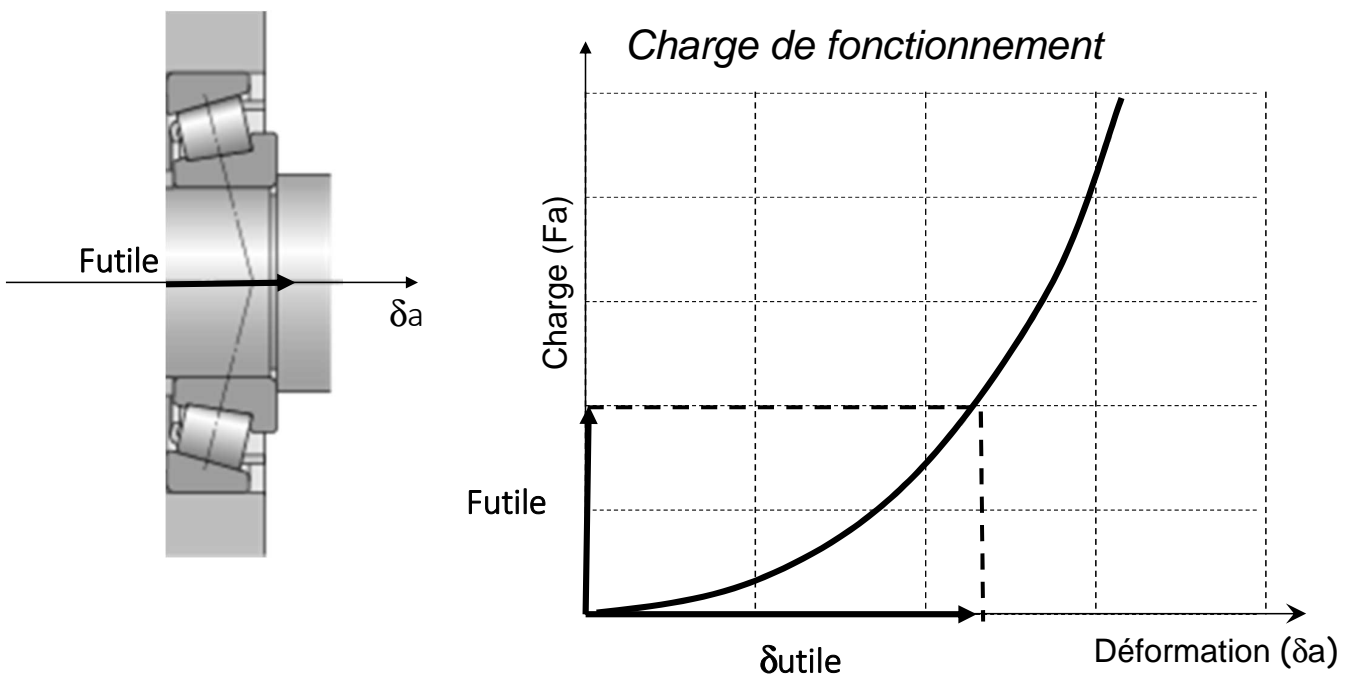


Relation non-linéaire

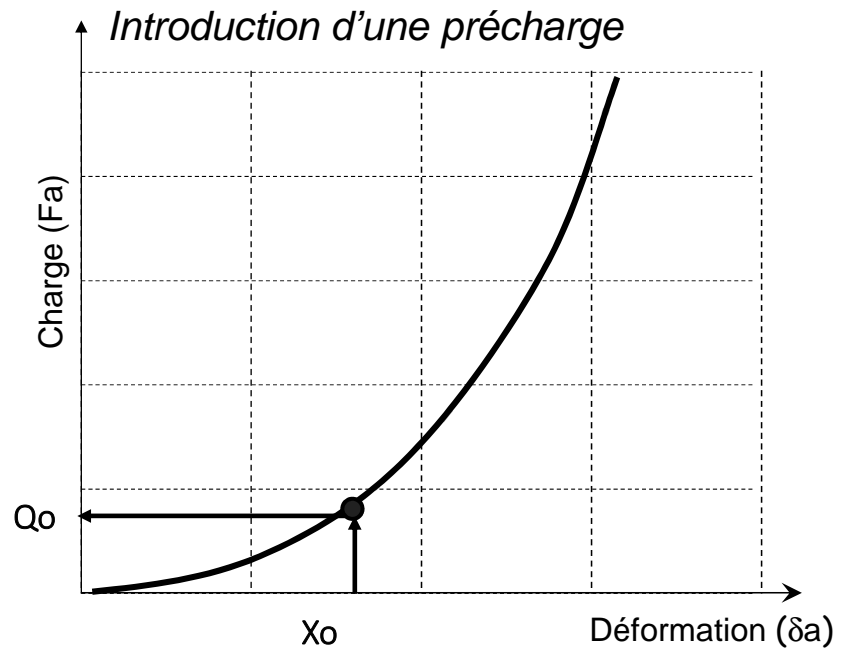
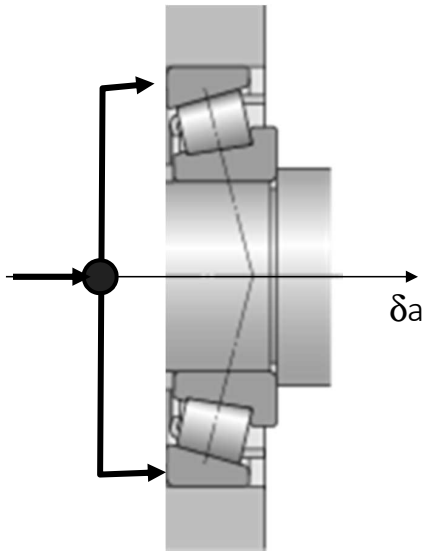
Dépend de la géométrie interne du roulement

Non connue, des approches sont présentées plus loin

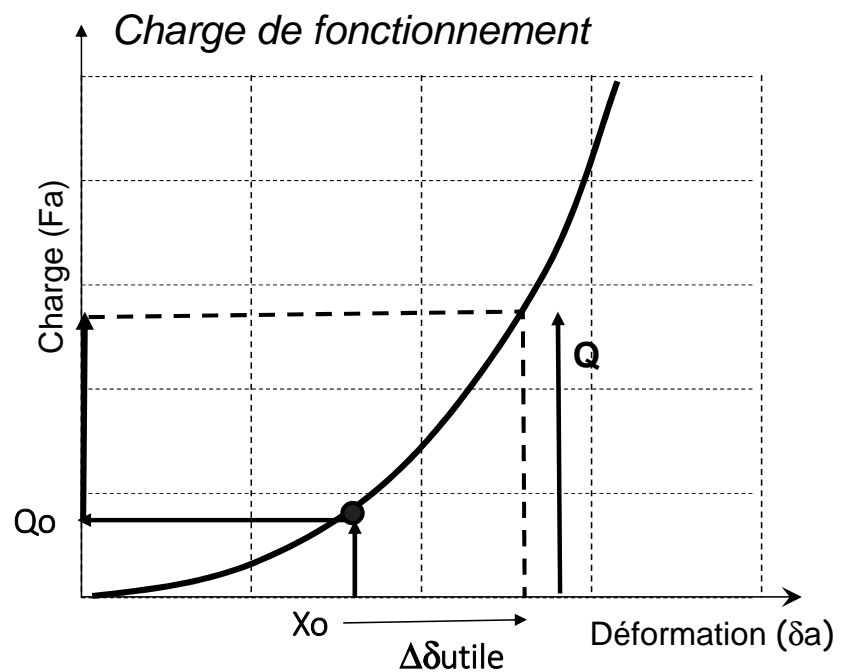
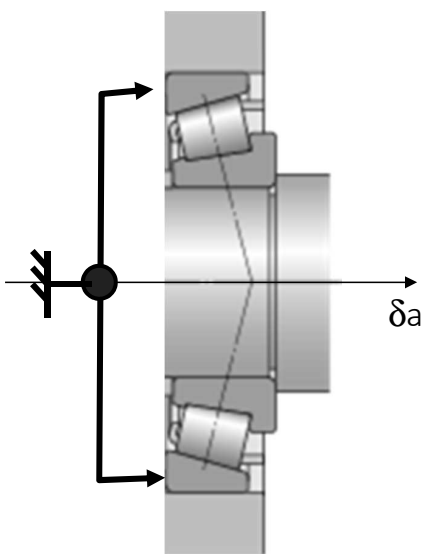
## Présentation de la problématique : roulement isolé



## Présentation de la problématique : roulement isolé

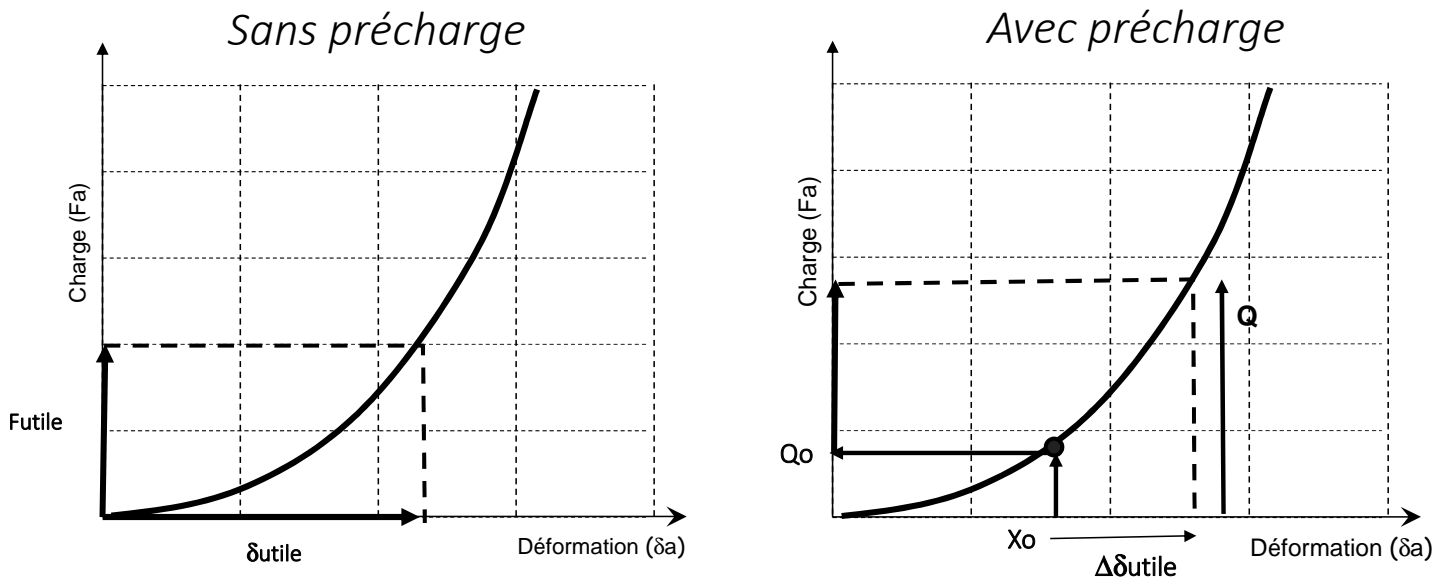


## Présentation de la problématique : roulement isolé





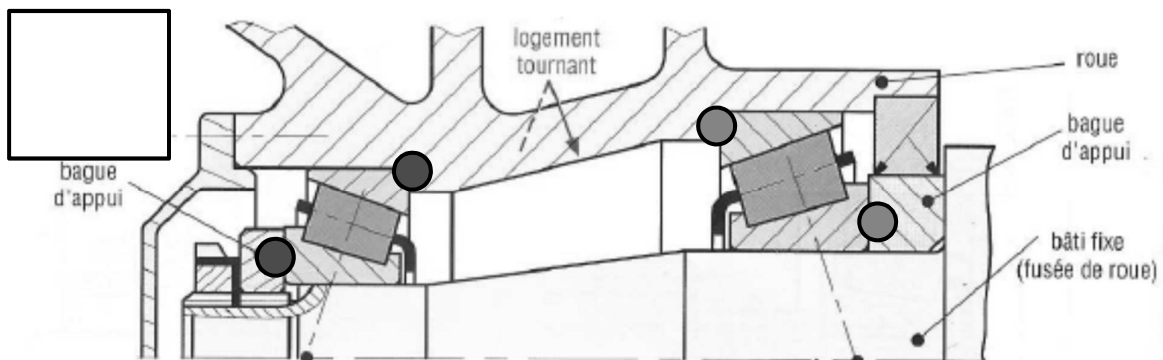
## Présentation de la problématique : roulement isolé



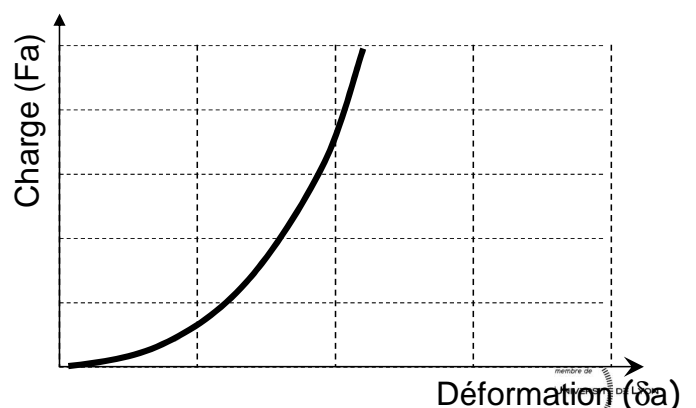
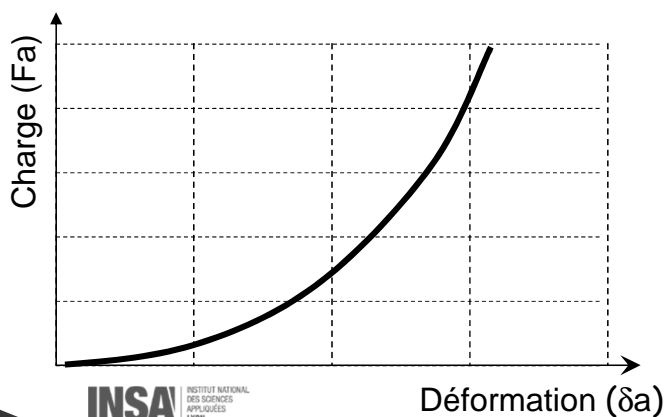
$Q > F_{utile}$  (mais la charge locale peut diminuer)

$\Delta\delta_{utile} < \delta_{utile} \rightarrow$  Diminution effets de fatigue

## Présentation de la problématique : 2 roulements

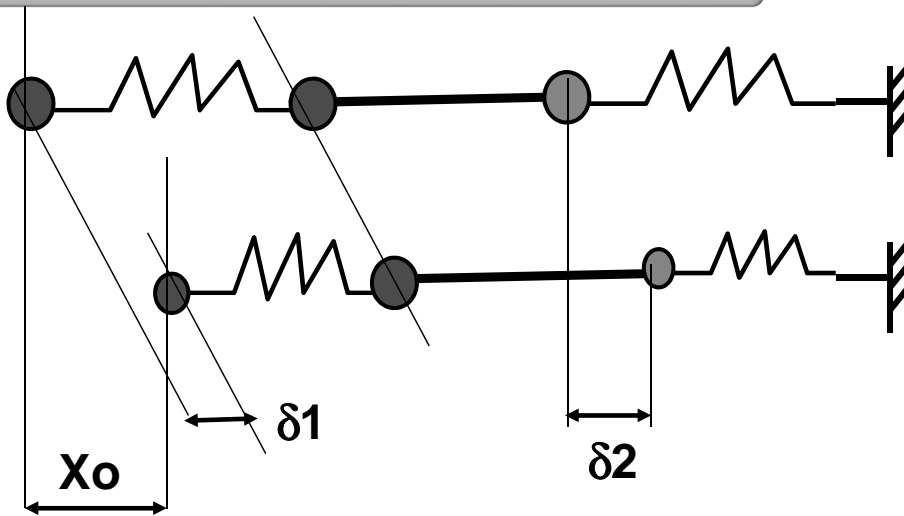


Source : Guide des Sciences et technologies industrielles (Fanchon)

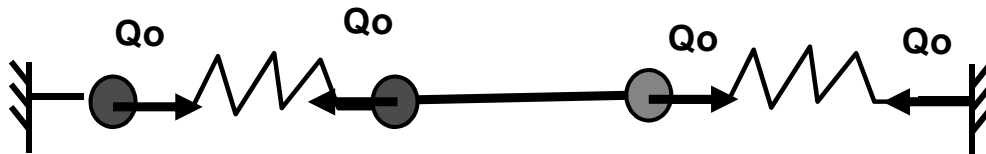


## Présentation de la problématique : 2 roulements

### Introduction de la précharge $X_0$ (déplacement imposé)

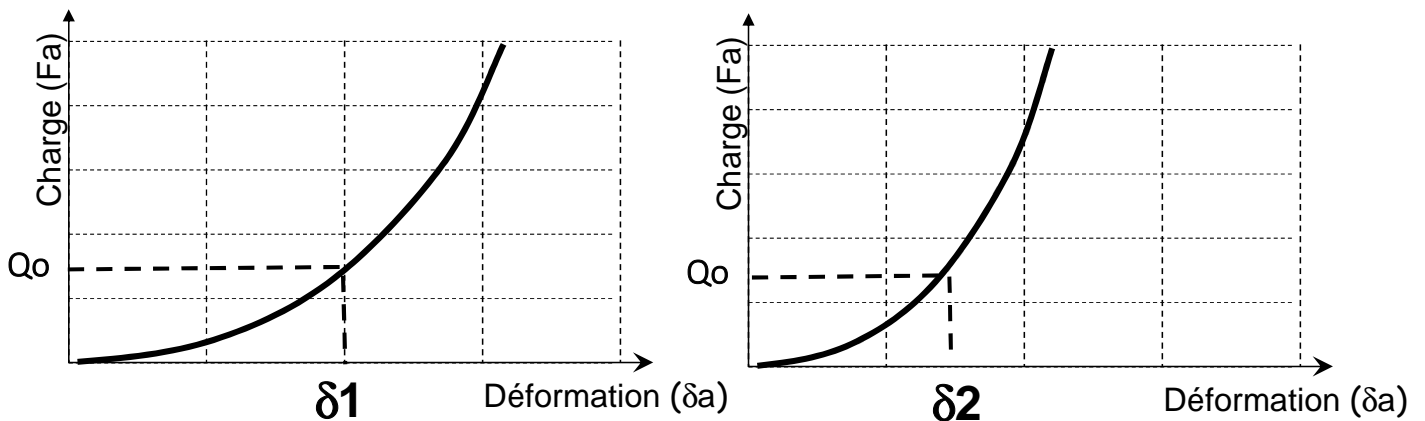


La charge résultante dans les 2 roulements est la même:  $Q_0$



## Présentation de la problématique : 2 roulements

### Déterminer $X_0$ connaissant $Q_0$



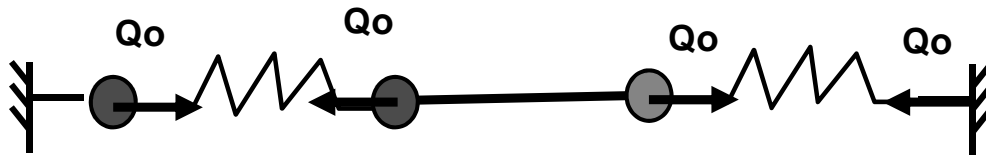
$$X_0 = \delta_1 + \delta_2 + \delta_0$$

Jeux internes

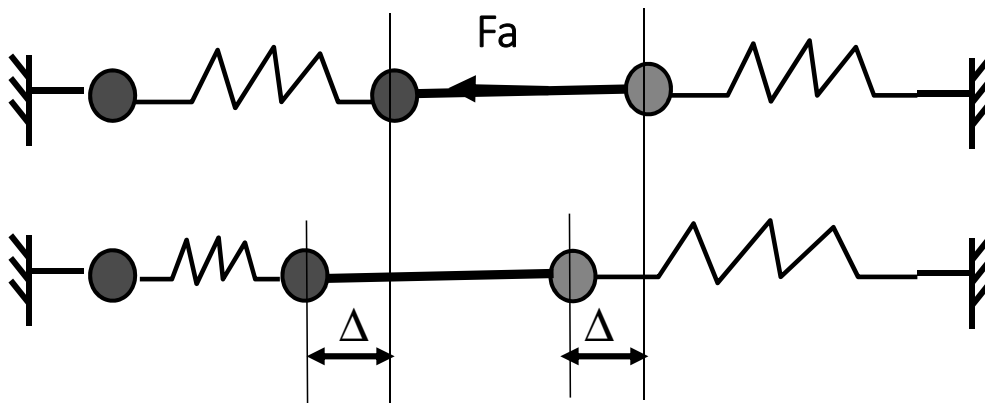
## Présentation de la problématique : 2 roulements

### Comment déterminer $Q_0$

Système préchargé « au repos », efforts s'exerçant sur les roulements

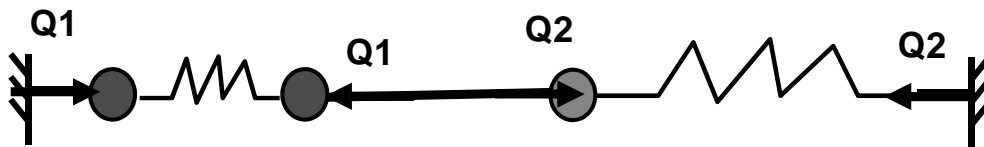


En fonctionnement, charge axiale



## Présentation de la problématique : 2 roulements

Bilan des efforts sur les roulements



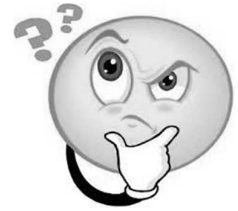
Objectif  $Q_2 > Q_1$  (défini par le CdC)

Bilan des efforts sur la structure

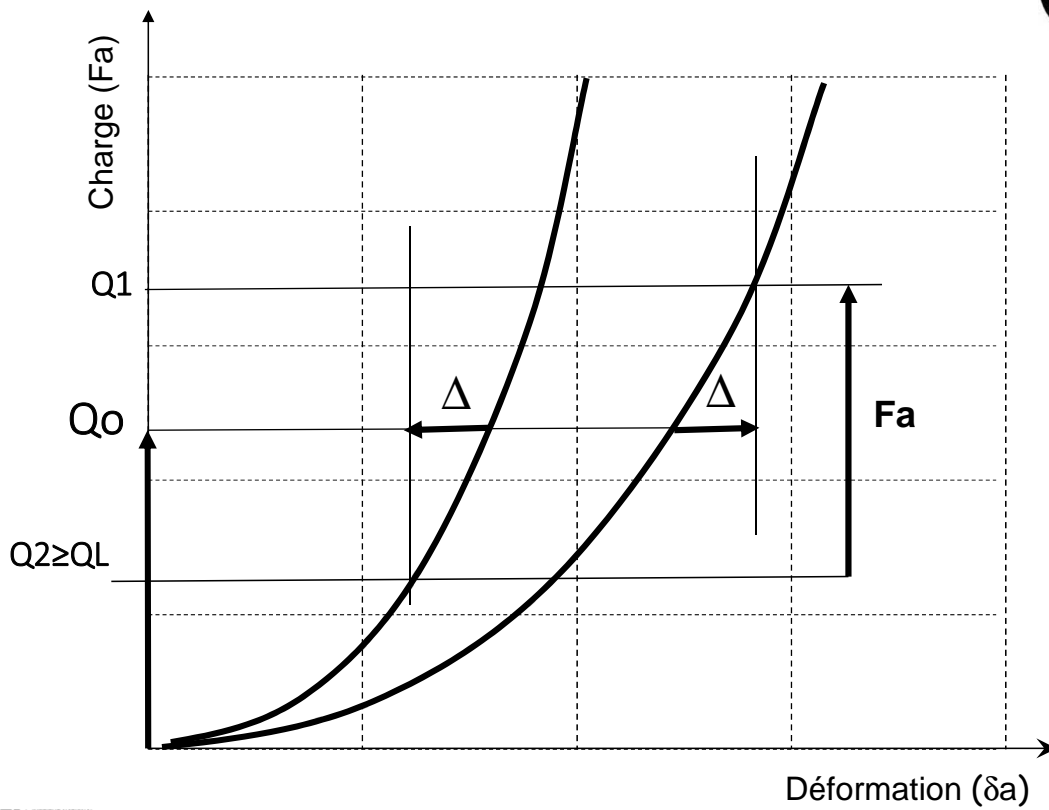


$$F_a + Q_2 - Q_1 = 0$$

# Présentation de la problématique : 2 roulements



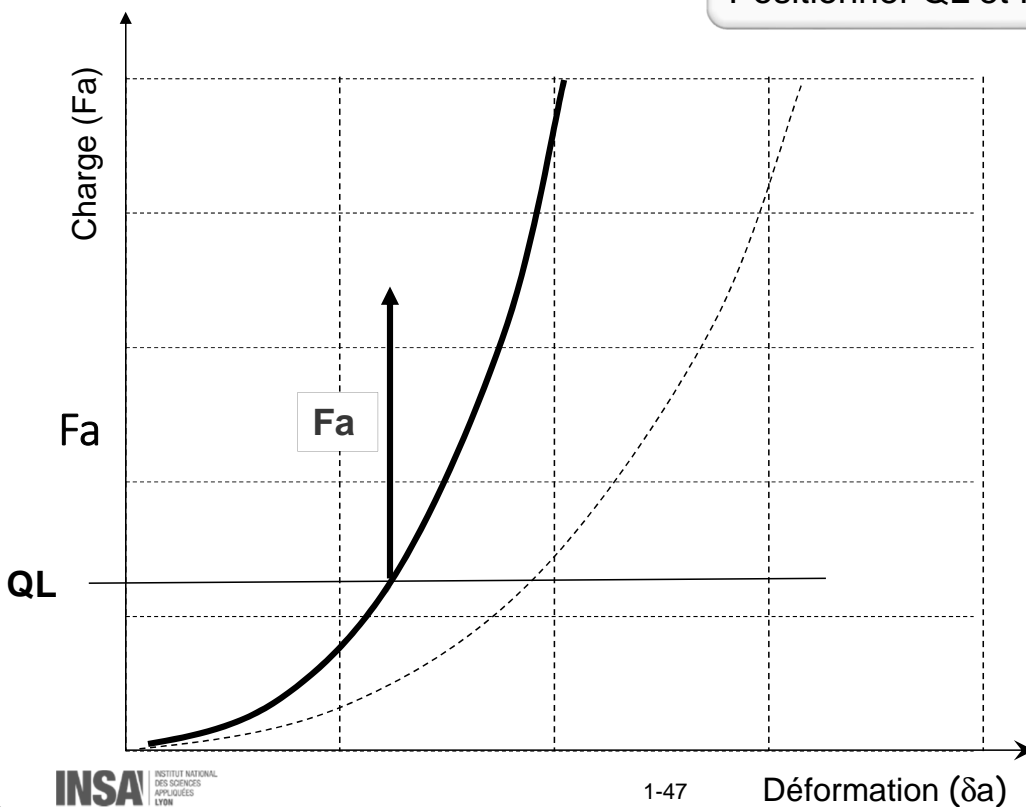
## Bilan Graphique



# Présentation de la problématique : 2 roulements

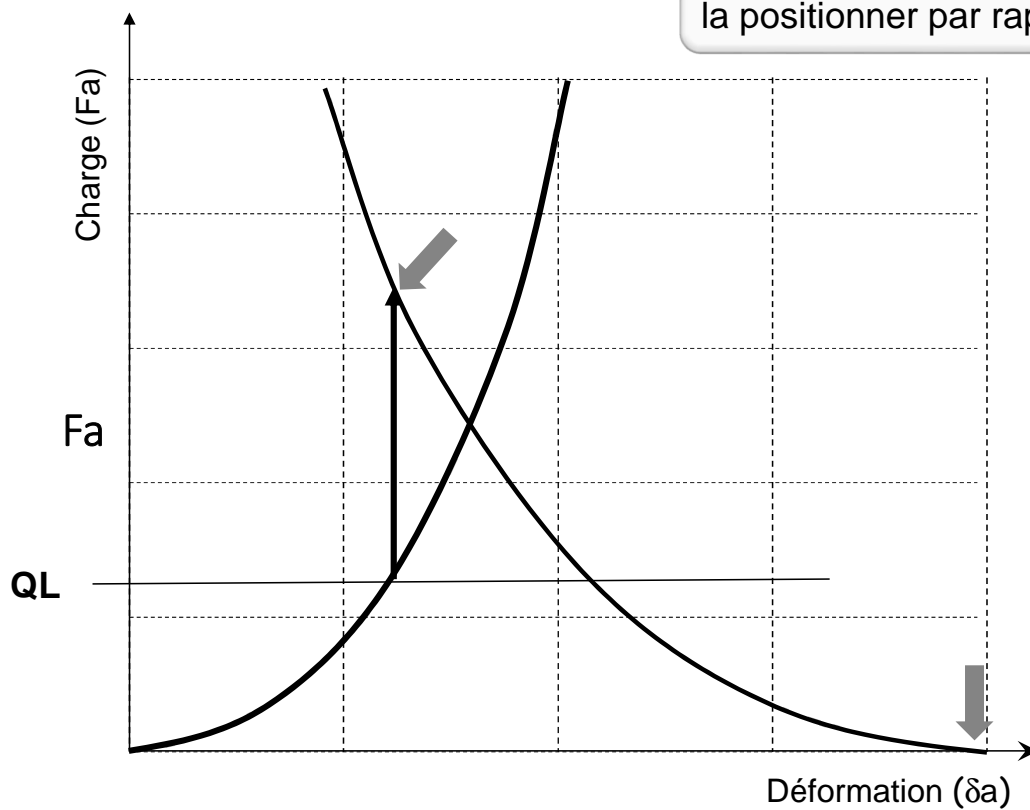
## Approche Graphique

Identifier le roulement qui se décharge  
Positionner  $Q_L$  et  $F_a$



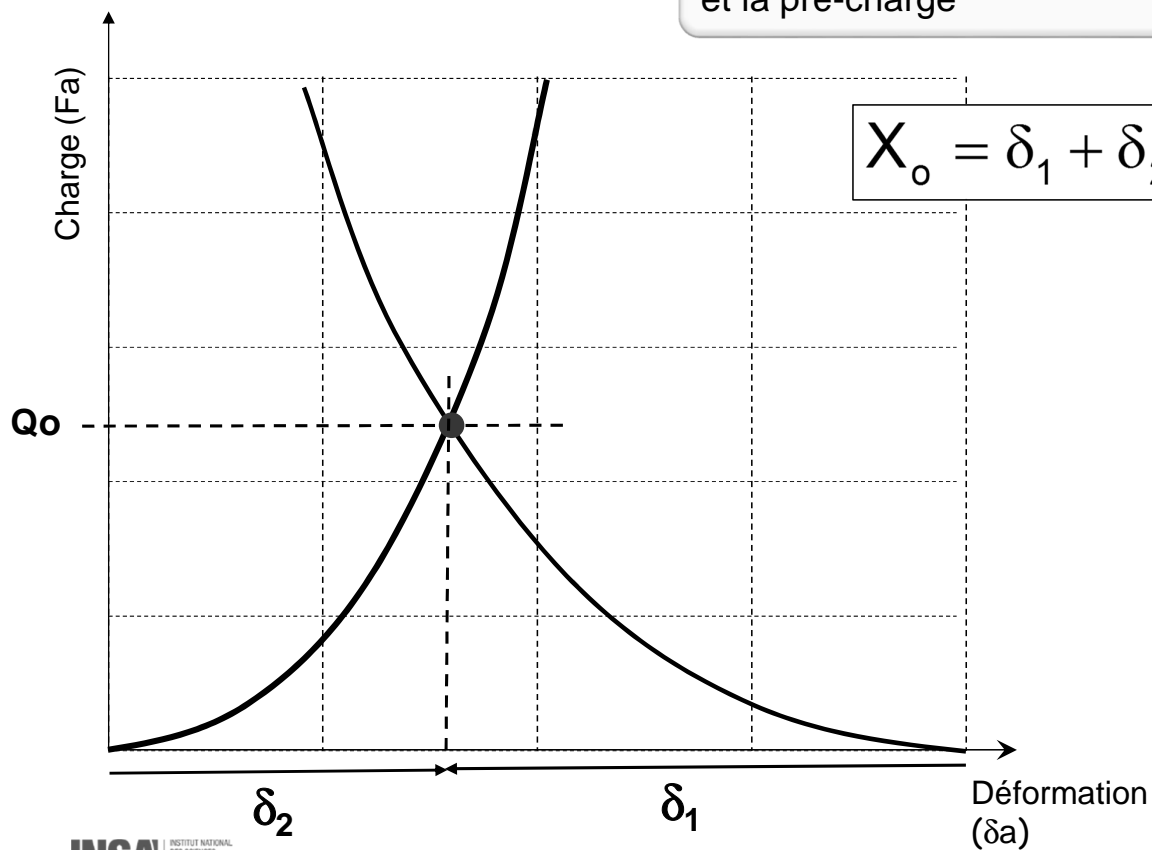
## Présentation de la problématique : 2 roulements

Faire un « miroir » de l'autre courbe et la positionner par rapport à Fa



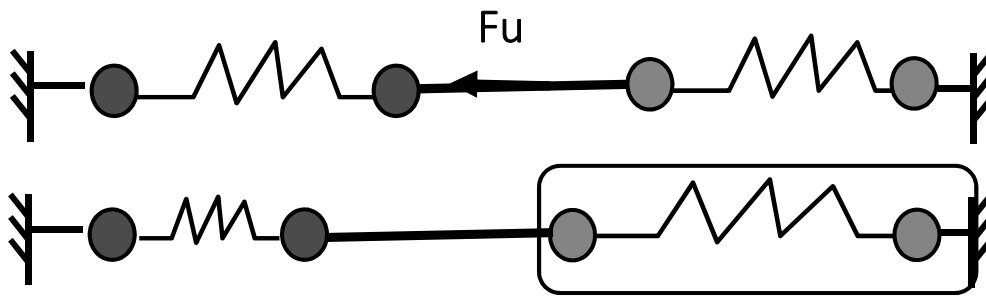
## Présentation de la problématique : 2 roulements

Déterminer le point de fonctionnement et la pré-charge

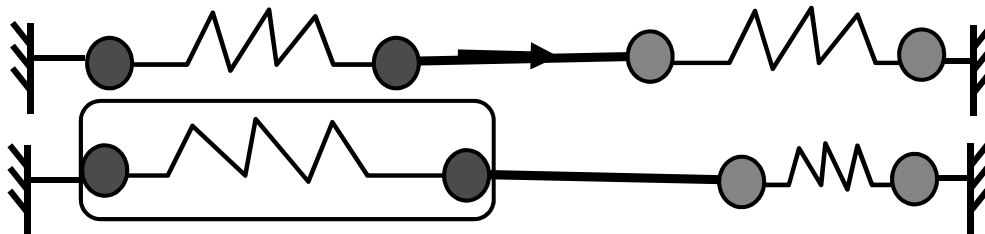


## Présentation de la problématique : 2 roulements

Application : répartition des efforts axiaux sous charge  $F_u$

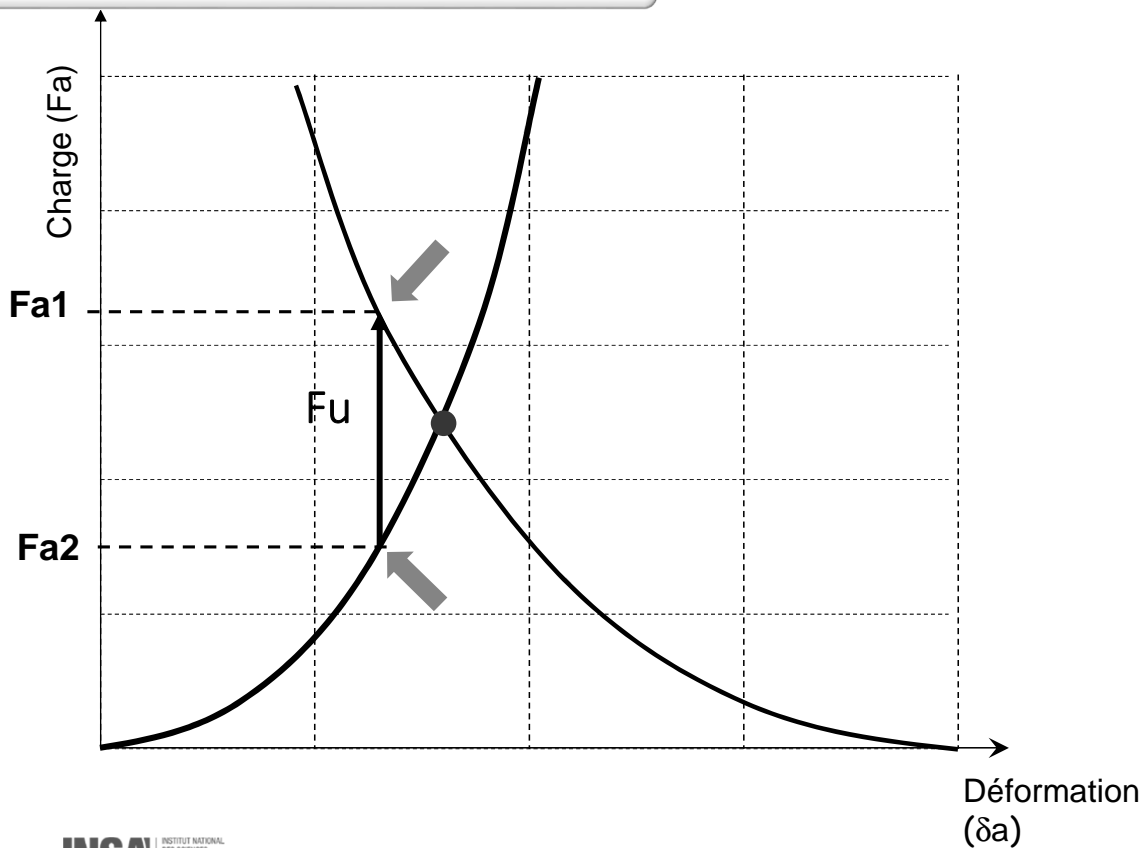


Repérer le roulement qui se « décharge »



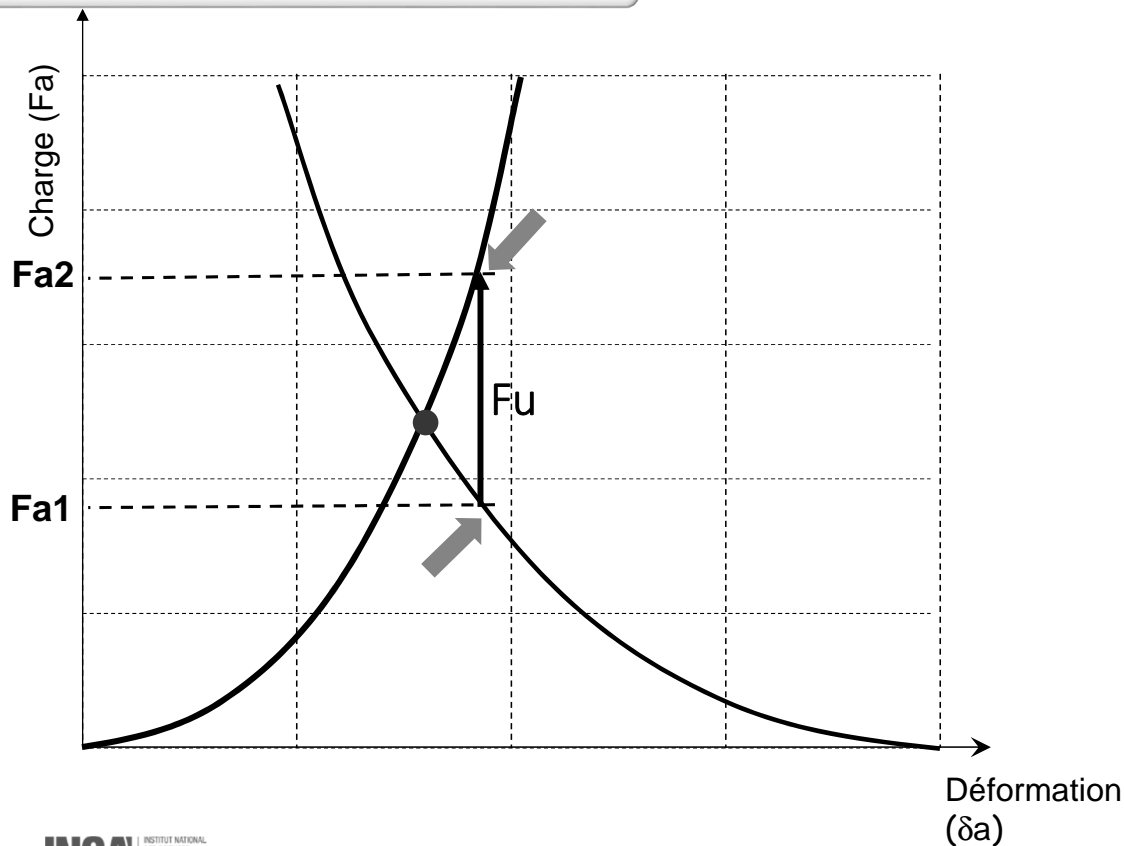
## Présentation de la problématique : 2 roulements

Le roulement 2 se décharge



## Présentation de la problématique : 2 roulements

Le roulement 1 se décharge



## La théorie VS la pratique...

Pour obtenir une valeur de précharge, il faudrait tenir compte :

- Des efforts axiaux induits pour les charges mixtes
- Des déformations des arbres et des carters,
- Des dilatations thermiques...

Pour des raisons pratiques, on se donne une valeur de jeu axial résiduel après la précharge :

- **0,2 à 0,3 mm pour une précision moyenne**
- **0,05 à 0,15 mm pour une bonne précision**
- **Pour les applications particulières,  $F_0 \approx F_a/3$   $F_a$  effort axial supporté ou  $F_0 \approx 3$  à 4 % de C.**

## Synthèse de l'estimation de la précharge

Un roulement à contact oblique chargé axialement se déforme axialement de  $\delta a$

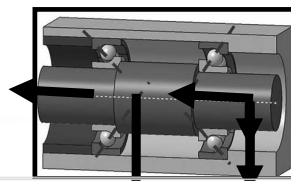
Un roulement à contact oblique chargé radialement se déforme radialement de  $\delta r$  et axialement de  $\delta a$

Pour qu'il ne se démonte pas complètement sous une charge radiale  $F_r$ , il faut une charge axiale  $Q$  qui assure son équilibre

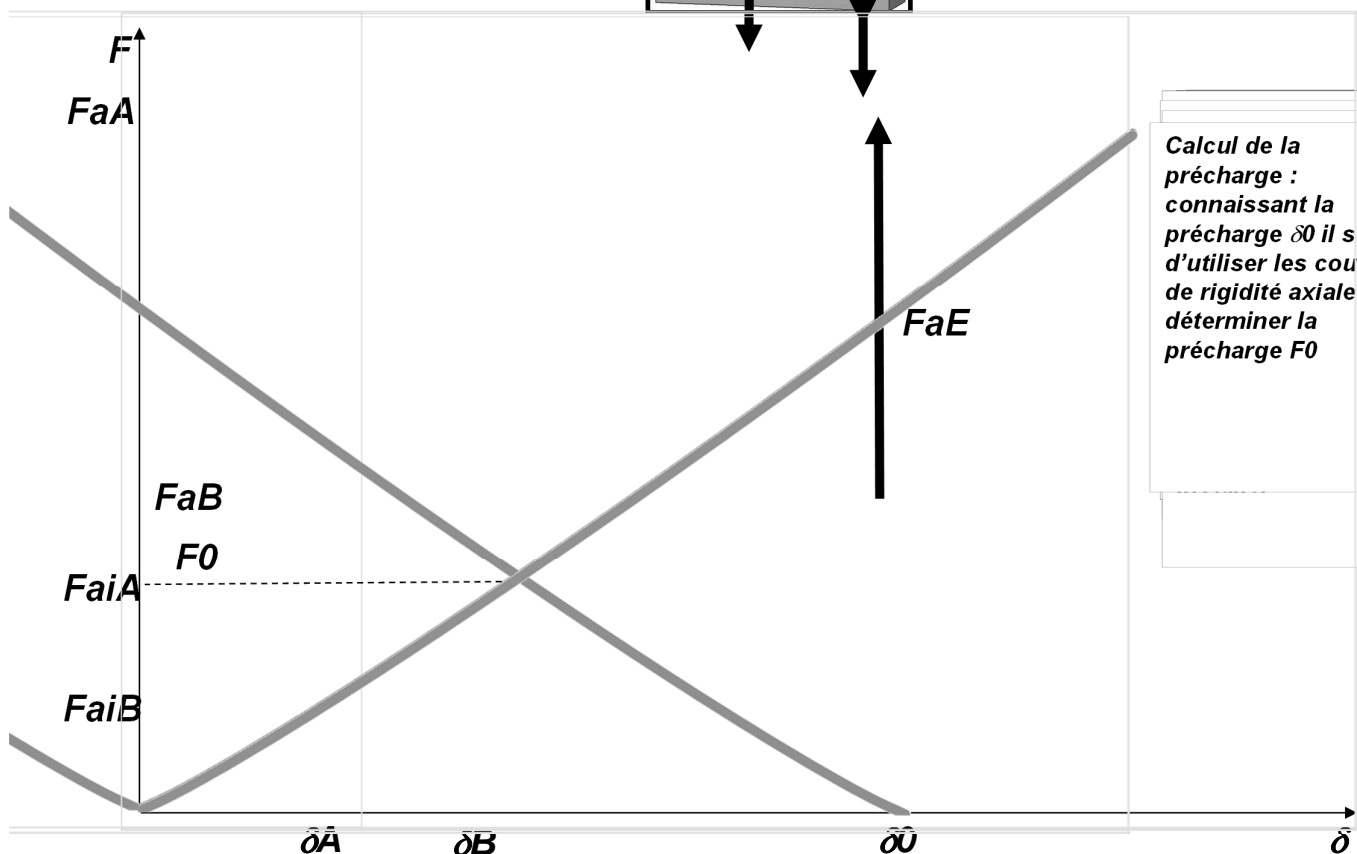
Cette charge  $Q$  doit même être suffisante pour que la moitié des éléments roulants soit chargés.

On a alors  $Q = F_r/2Y$  et  $\delta a = 0$  ( $\delta r \neq 0$ )

### Construction animée



— Roulement A  
— Roulement B





## Comment obtenir les courbes « efforts - déplacements » ?

Ce ne sont pas des données « catalogues » facilement accessibles

### Modèle de Palmgren - 1967



ARVID PALMGREN

1890-1971  
 Chef service technique  
 SKF 1937-1955

Charge sur éléments roulants	Cas de charge	
	radiale : $\delta_a = 0$	axiale $\delta_r = 0$
	$Q = \frac{5F_r}{i \cdot z \cdot \cos \alpha}$	$Q = \frac{5F_a}{z \cdot \sin \alpha}$
Type de roulement		
Rotule sur billes	$\delta_r = \frac{0.0032}{\cos \alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}}$	-
Rigides à billes	$\delta_r = 0.0023 \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}}$	-
Billes à contact oblique	$\delta_r = \frac{0.002}{\cos \alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}}$	$\delta_a = \frac{0.002}{\sin \alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}}$
Rouleaux à contact linéaire sur les deux pistes	$\delta_r = \frac{0.0006}{\cos \alpha} \frac{Q^{0.9}}{l_a^{0.8}}$	$\delta_a = \frac{0.0006}{\sin \alpha} \frac{Q^{0.9}}{l_a^{0.8}}$
Rouleaux à contact linéaire sur une piste, ponctuel sur l'autre	$\delta_r = \frac{0.0012}{\cos \alpha} \frac{Q^{3/4}}{l_a^{1/2}}$	$\delta_a = \frac{0.0012}{\sin \alpha} \frac{Q^{3/4}}{l_a^{1/2}}$
Butées à billes	-	$\delta_a = \frac{0.024}{\sin \alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}}$

A. Palmgren, Les roulements descriptions, théorie, applications, SKF 1967, 120 p.

## Comment obtenir les courbes « efforts - déplacements » ?

$F_r$  : charge radiale en daN

$F_a$  : charge axiale en daN

$D_w$  : diamètre des éléments roulants en mm

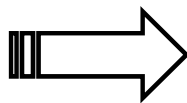
$l_a$  : longueur effective des rouleaux en mm

$Z$  : nombre d'éléments roulants

$i$  : nombre de rangées d'éléments roulants

$\alpha$  : angle de contact (sous charge)

Ce ne sont pas des données catalogues ! Et pour un « même » roulement elles vont changer d'un fabricant à l'autre



$Q$  : charge maximale sur les éléments roulants en daN  
 $\delta_r$  : déplacement radial en mm  
 $\delta_a$  : déplacement axial en mm

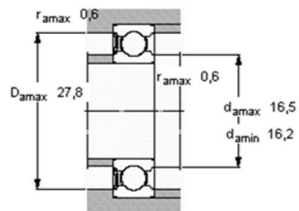
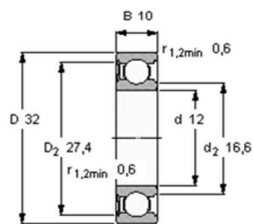
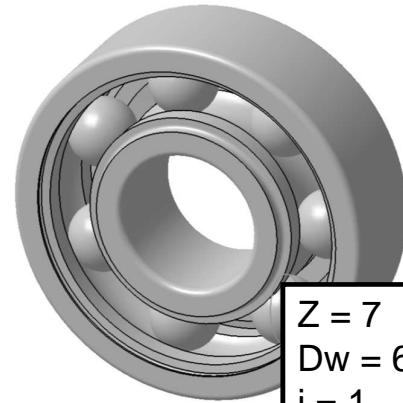
## Obtenir les données « hors » catalogue

- Demander au fabricant (cela dépend de la taille de l'entreprise ...)
- Démonteur un roulement identique
- Utiliser des modèles CAO fournis par les fabricants

**Roulements rigides à billes, à une rangée, joint à faible frottement d'un côté**

Dimensions d'encombrement			Charges de base		Limite de fatigue	Vitesses de base		Masse
d	D	B	C	C <sub>0</sub>	P <sub>0</sub>	Vitesse de référence	Vitesse limite	
mm			kN		kN	tr/min		kg
12	32	10	7,28	3,1	0,132	50000	32000	0,037

Tolérances ,  
Jeu interne rs  
Ajustements i  
Tolérances d



**Coefficients de calcul**  
 $k_r$  0,025  
 $f_0$  12

$Z = 7$   
 $D_w = 6 \text{ mm}$   
 $i = 1$   
 $\alpha = 0$

## 2. Dimensionnement en statique

Rappels, Tenseur de cohésion, Contraintes, Critères



*Équipe pédagogique CDIM*

2 - 1

membre de  
UNIVERSITÉ DE LYON

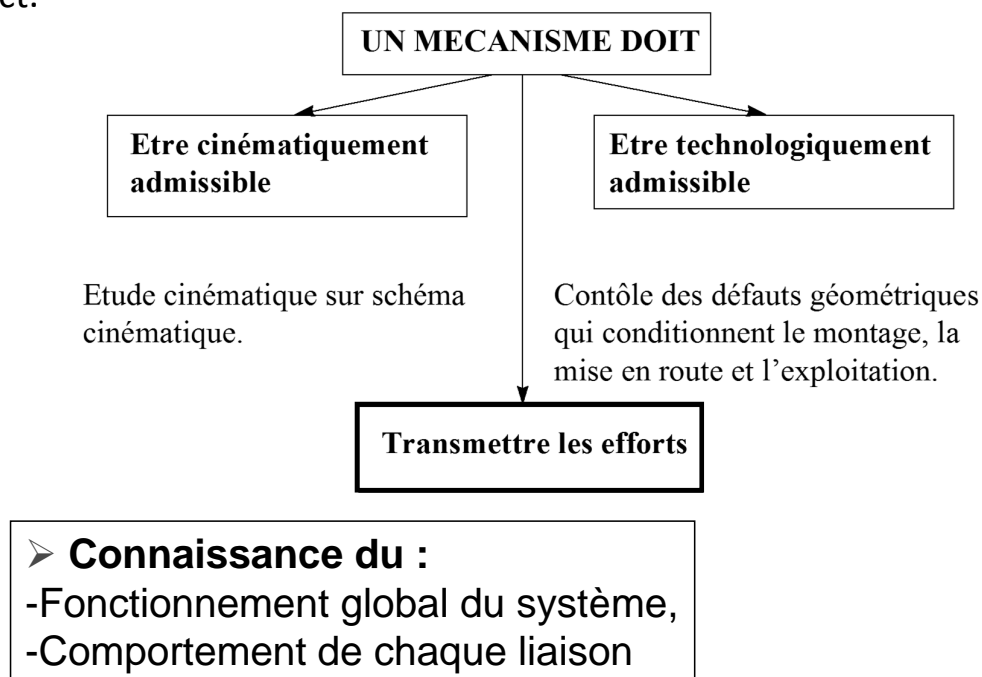
### **Notions de base pour la conception mécanique et le dimensionnement**

- Liaisons → Forces/Moments
- Tolérances et Ajustements
- Matériaux, caractéristiques ( $E$ ,  $G$ ,  $\nu$ ,  $\sigma_E$ ,  $\sigma_r$ , ...)
- Section critique (dangereuse) → contraintes max
- Critères de résistance (Tresca, Von Mises, ...)
- Méthodes de résolutions des problèmes en statique:
  - Calcul d'effort dans les liaisons,
  - Détermination des sections critiques dans les pièces, efforts intérieurs
  - Dimensionnement statique, application de critères de résistance

# Liaisons dans un mécanismes

## • Position du problème

Un mécanisme est un ensemble de pièces assemblées par l'intermédiaire de surfaces de contact (liaisons), les efforts sont transmis par ces surfaces de contact.



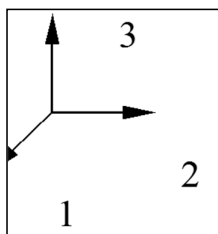
# Liaisons dans un mécanismes

## • Torseurs associés aux liaisons

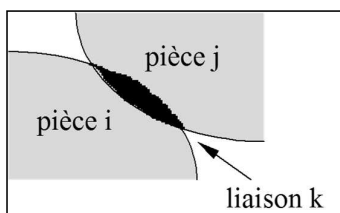
A chaque liaison, on associe:

- un torseur cinématique,
- un torseur des efforts

Liaisons supposées parfaites (pas de frottement, un mouvement libre= pas d'effort suivant ce mouvement)



<b>Cinématique</b>	Liberté de mouvement	Translation Rotation	$T_1, T_2, T_3$ $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$
<b>Efforts</b>	Torseur de liaison	$\vec{R}$ $\vec{G}$	$X, Y, Z$ $L, M, N$



La liaison k entre les 2 pièces i et j, permet  $n_c$  mouvements (inconnues cinématiques) et impose  $n_s$  efforts de liaison (inconnues d'efforts)

**En 3 dimensions,  $n_c + n_s = 6$**

# Liaisons dans un mécanismes

## Liaisons complètes / Partielles

Liaison  $k$  entre 2 pièces  $i$  et  $j \rightarrow n_c$  mouvements,  $n_s$  efforts de liaison

### ➤ Notion cinématique :

- **LIAISON COMPLETE** = 6 degrés de liberté supprimés entre 2 pièces => mobilité  $m = 0$  (Soudure, collage, emmanchement)
- **LIAISON PARTIELLE** = 1 ou plusieurs degrés subsistent => mobilité  $m \geq 1$  (Rotation, Translation)

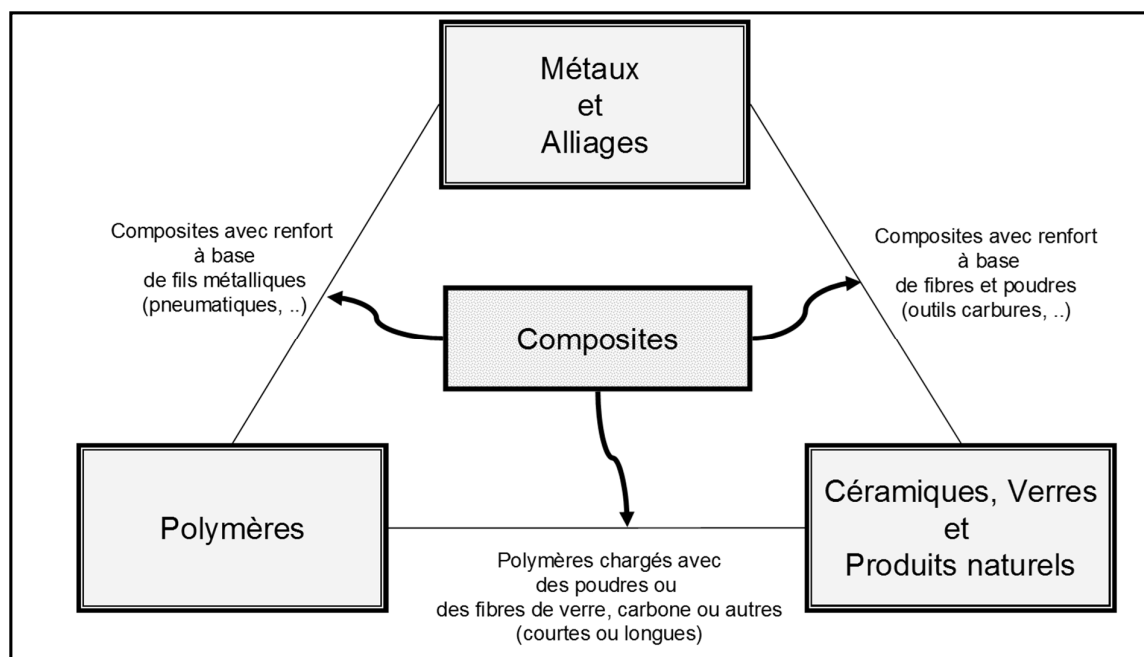
### ➤ Notion de transmission d'efforts ( $P = k \cdot \delta$ ) :

- LIAISON DEFORMABLE = très déformables (petits mvts), élastique ou viscoélastique
- LIAISON RIGIDE = peu déformables (petites déformations et petits déplacements)

### ➤ Aspects technologiques des liaisons rigides

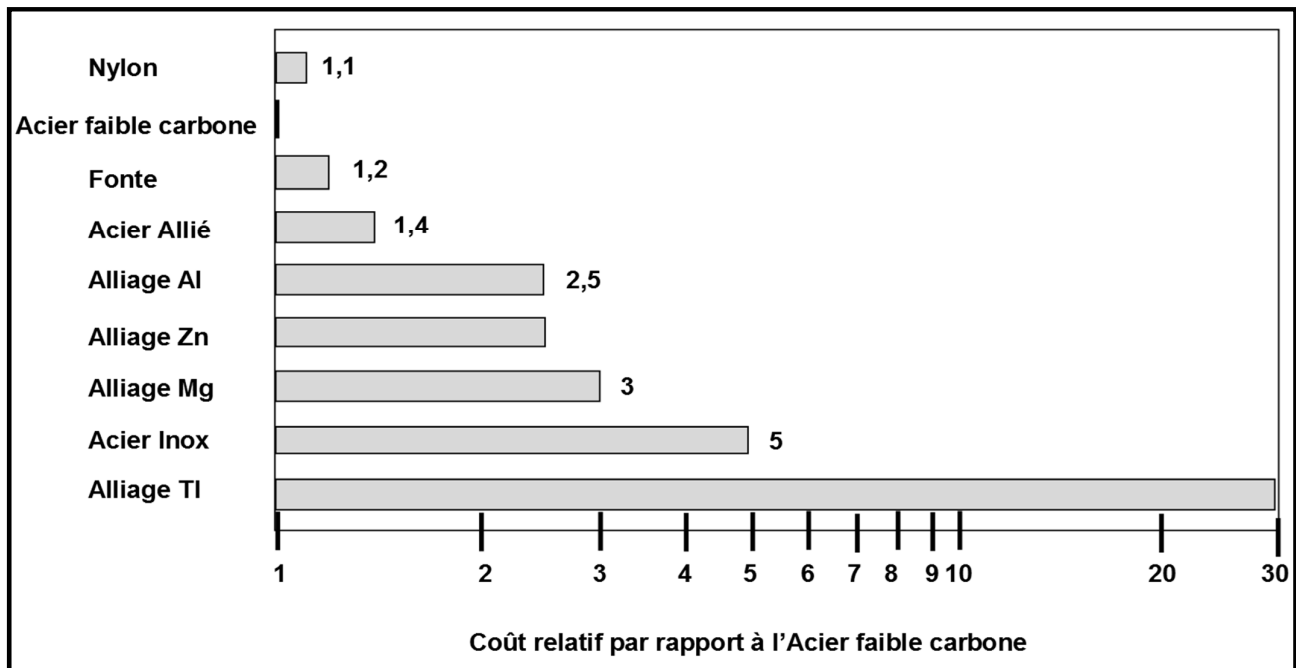
- LIAISON PERMANENTE = définitive (pas de retour à la géométrie initiale des pièces)
- LIAISON DEMONTABLE = temporaire

# Matériaux constitutifs: classification



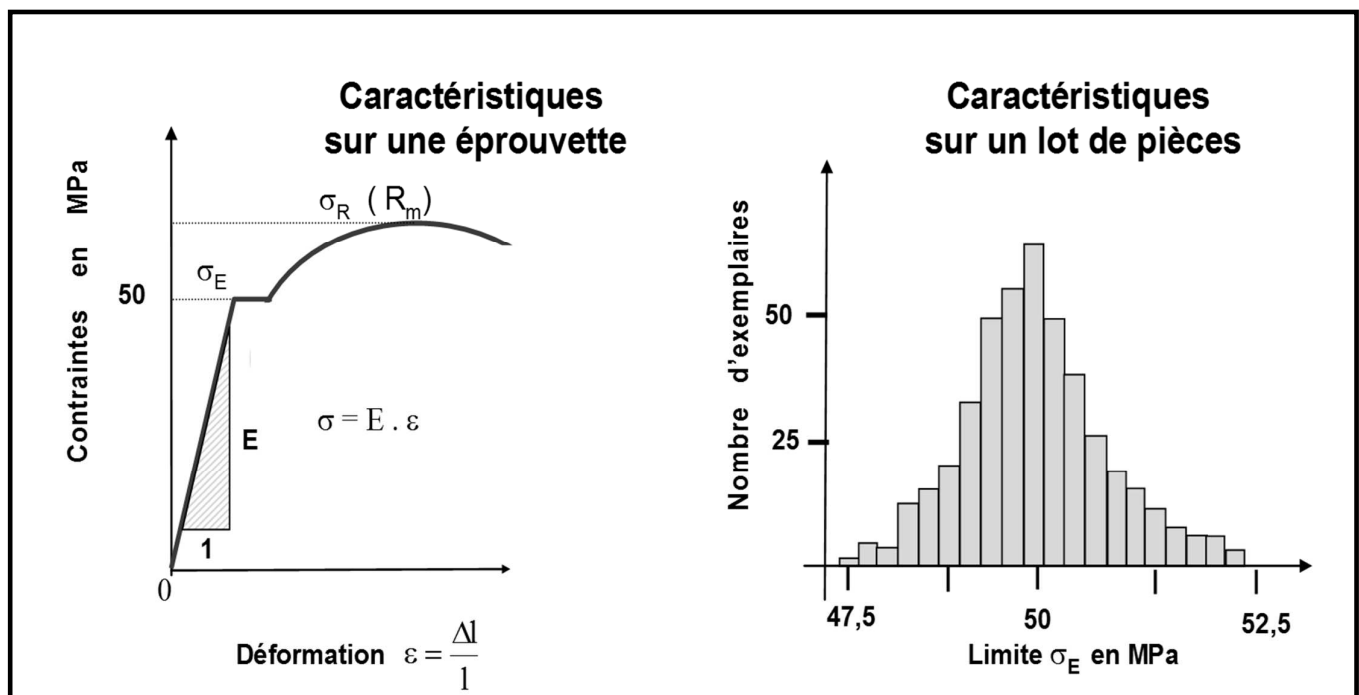
# Matériaux constitutifs: classification

## Coût



# Matériaux constitutifs: caractéristiques

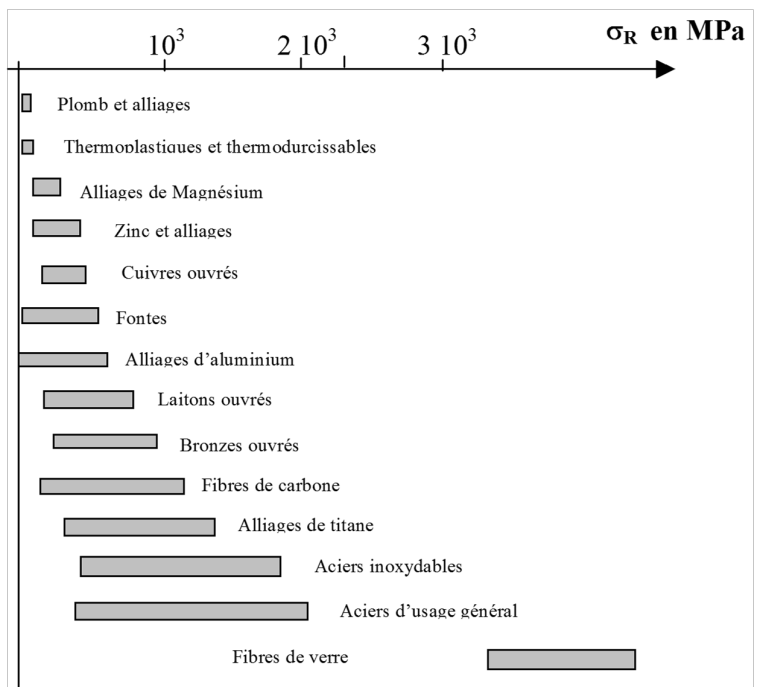
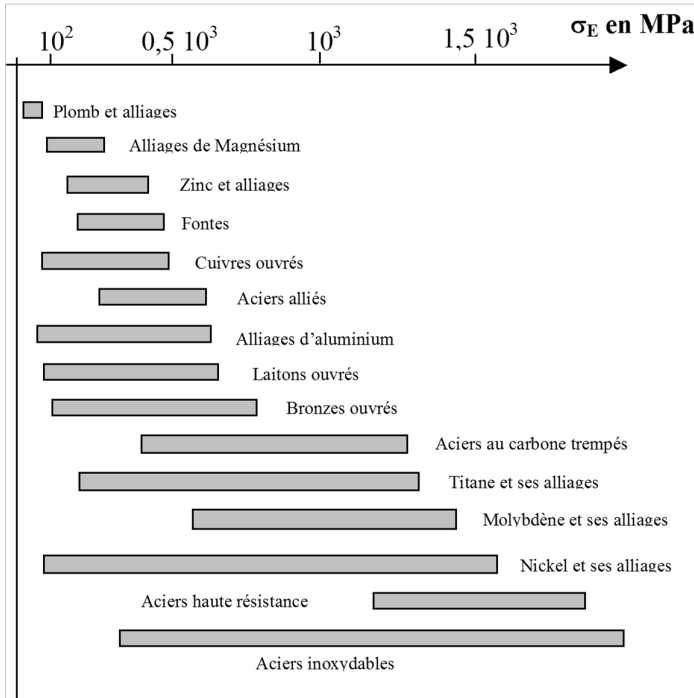
## Elasticité, Rupture



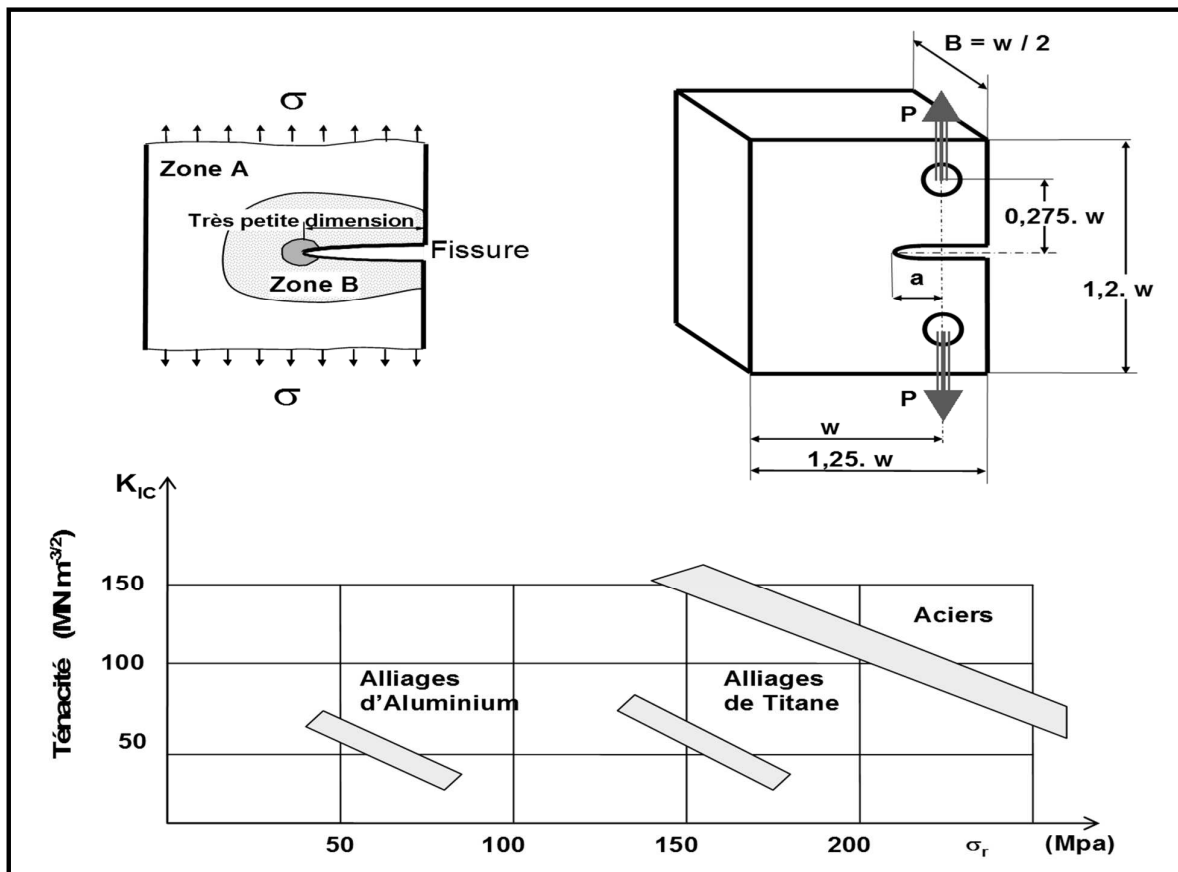
# Matériaux constitutifs: Résistance des pièces en Statique

## ➤ Limite élastique $\sigma_E$

## ➤ Résistance à la rupture $\sigma_R$



# Matériaux constitutifs: Tenacité $K_{IC}$ ....Rupture, fissure...



# Détermination des forces et moments dans un système mécanique

- Le **dimensionnement des pièces et sous-ensembles** d'un mécanisme nécessite la **connaissance des efforts** qui lui sont appliqués
- **Les pièces sont isolées** et les différents **types de sollicitations analysés**.
- L'utilisation de **critères de résistance** sur les **zones critiques** permet de définir des dimensions minimums assurant la tenue du système.

# Détermination des efforts dans un système mécanique

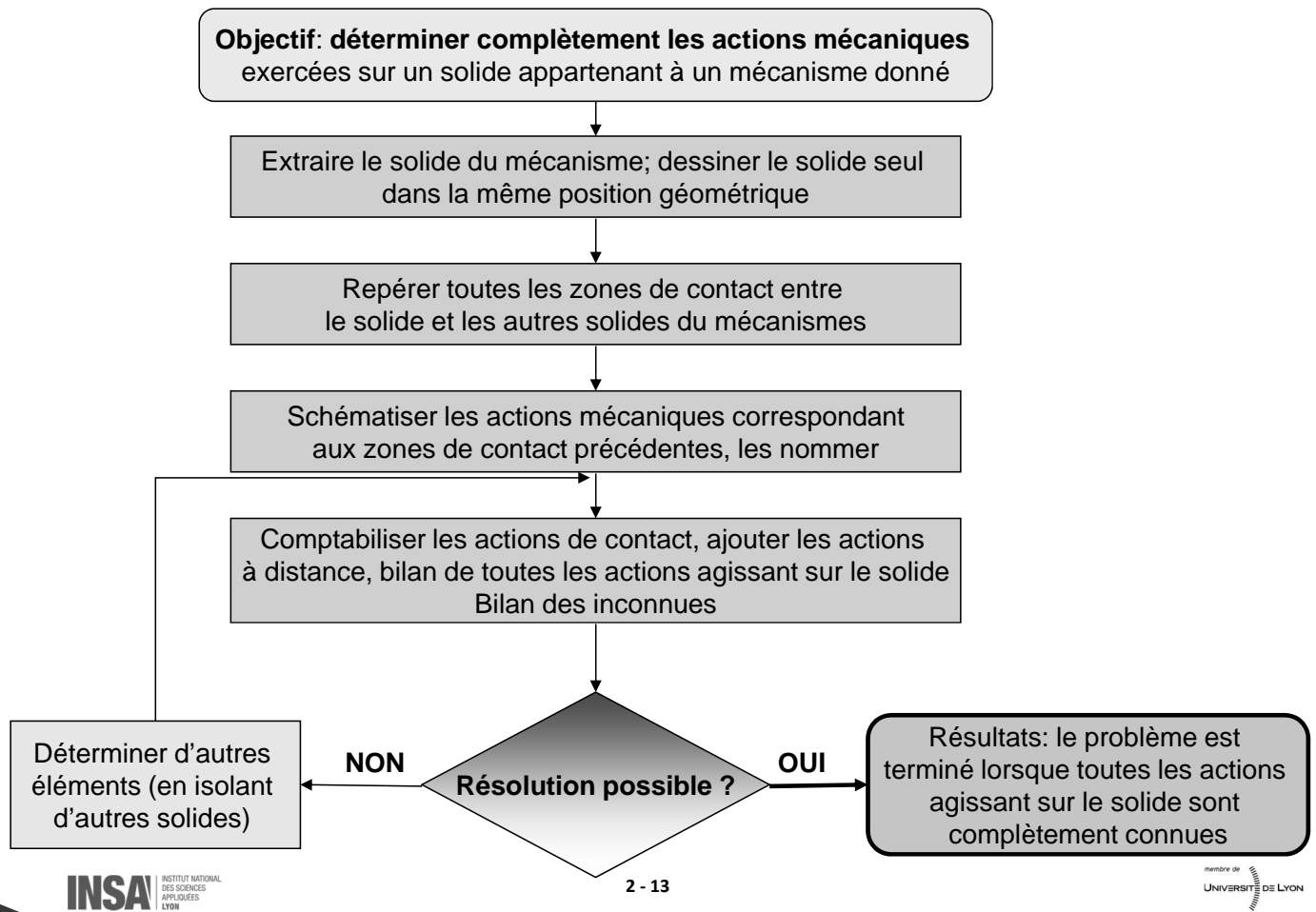
- Si les vitesses des éléments sont constantes → écriture d'équilibres quasi-statiques (pas de balourd et pièces parfaitement symétriques).
- Le poids des pièces est parfois négligé, cela dépend des valeurs des forces en jeu. Néanmoins il convient de **toujours le considérer** et de décider si au regard des autres efforts en présence il peut ne pas être pris en compte.

## Différents cas de chargement

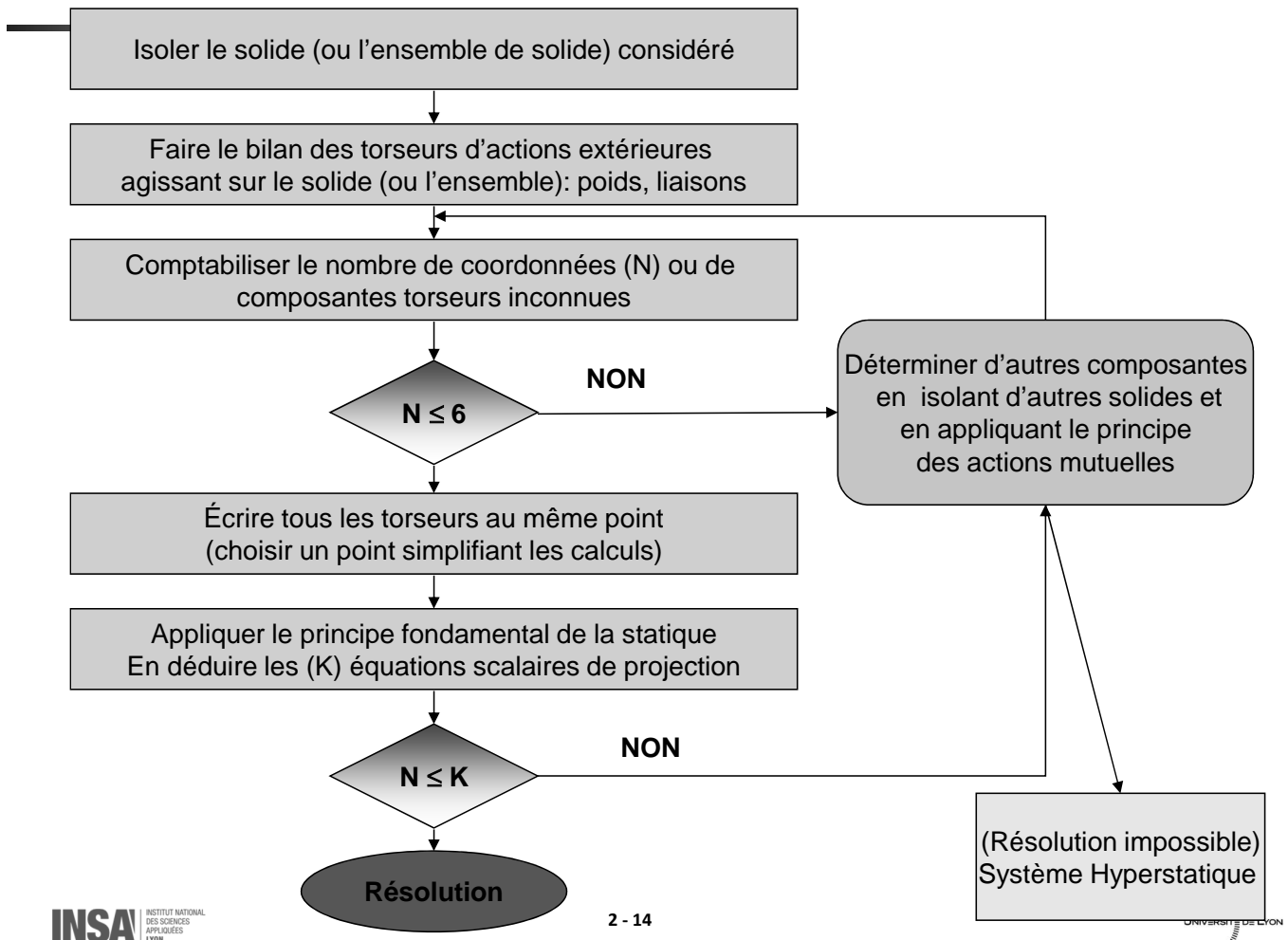
	<i>Charges constantes</i>	<i>Charges variables</i>
Eléments sans mouvement	Cas 1	Cas 2
Eléments en mouvement	Cas 3	Cas 4



# Méthode de résolution des problèmes en Statique



## Méthode générale de résolution des pb en statique par les torseurs



## ➤ Résistance des volumes

- Critères

- Von Mises  $\rightarrow \sigma_{eq-MAX} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha}$

- Tresca  $\rightarrow \sigma_{eq-MAX} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha}$

## ➤ Résistance des surfaces

- $P_{MAX} < P_{ADM}$

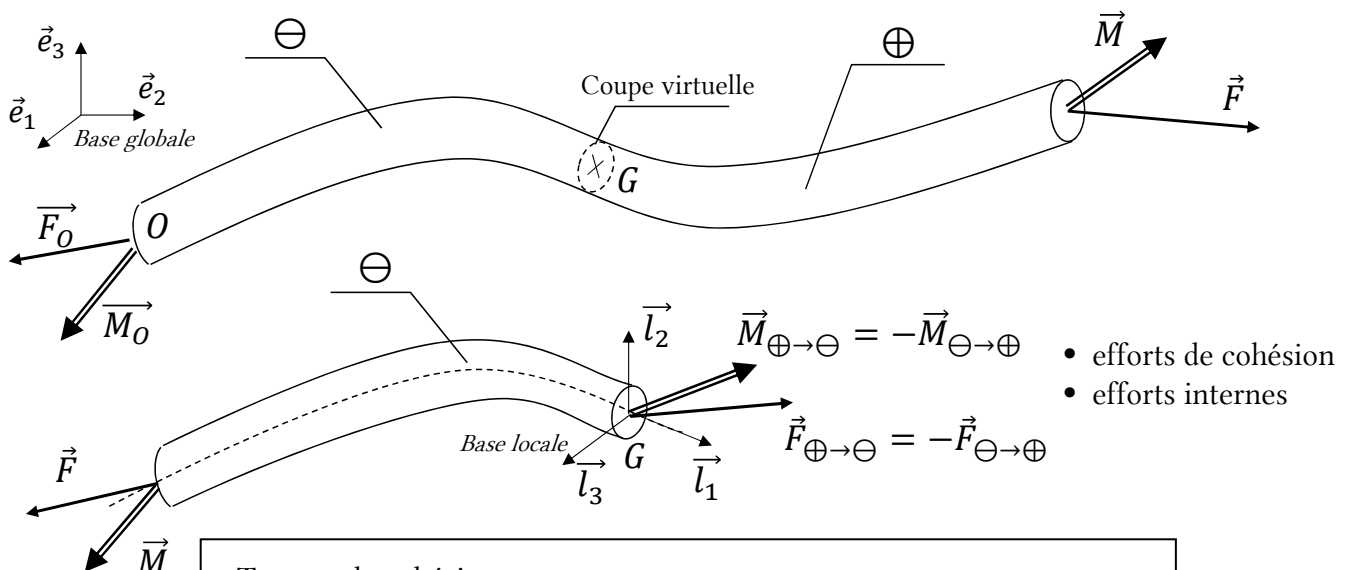
## ➤ Propriétés des Matériaux

- Limite élastique  $\sigma_E$  (notée aussi  $R_e$ )
- Résistance à la rupture  $\sigma_r$  (notée aussi  $R_m$ )
- Module d'élasticité,  $E$
- Module de cisaillement,  $G$
- Coefficient de poisson,  $\nu$

## Rappel : convention, efforts internes, Tenseur de cohésion

On peut toujours couper un solide virtuellement (= de manière fictive) et regarder ce qui se passe à l'intérieur de la matière...

Dans le cas des poutres on calcule les **efforts de cohésion** (ou efforts internes).



Tenseur de cohésion

$$\{\mathcal{T}_{\oplus \rightarrow \ominus}\} = \begin{Bmatrix} N_1 & M_1 \\ T_2 & M_2 \\ T_3 & M_3 \end{Bmatrix} [G, \vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3]$$

Base propre des moments quadratiques

$N_1$  : effort normal

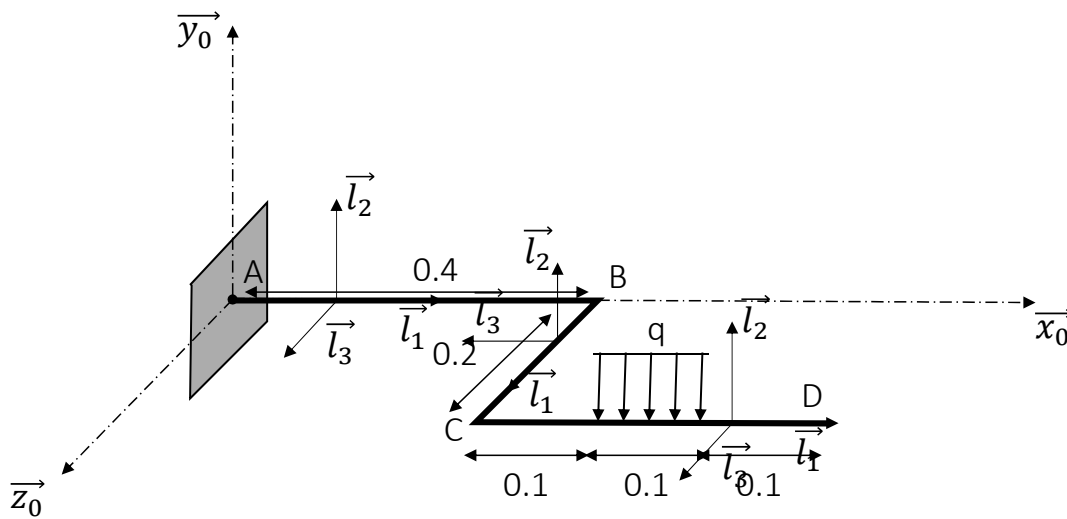
$T_{2,3}$  : efforts tranchants

$M_1$  : moment de torsion

$M_{2,3}$  : moments de flexion

## Exemple: Manivelle

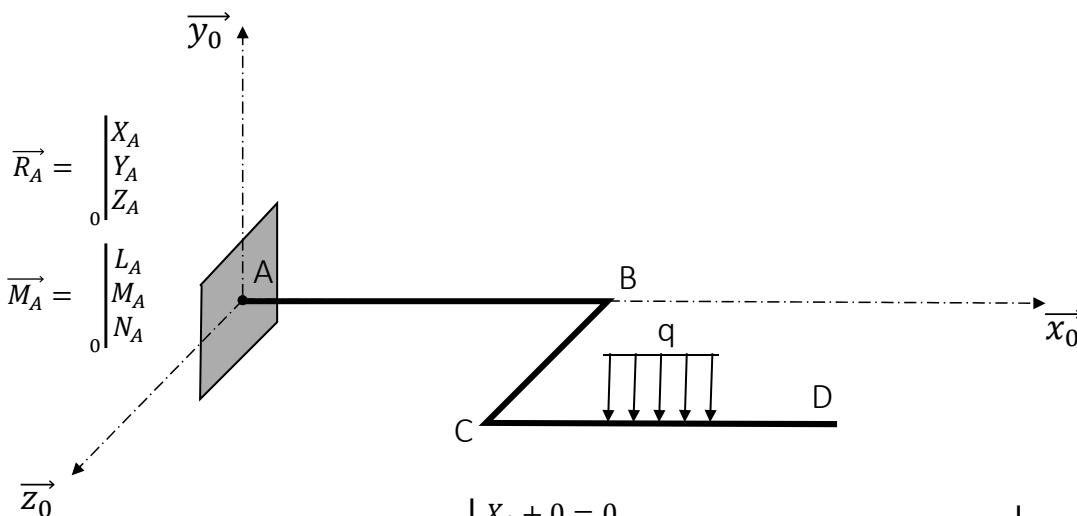
- Repère global, repères locaux liés à la structure



Données :  $d=20\text{mm}$ ,  $q=5000\text{ N/m}$ ,  $l=0.1\text{m}$ ,

## Exemple: Calcul des efforts extérieurs

- PFS appliqué à la manivelle en A.



$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} = \begin{vmatrix} X_A + 0 = 0 \\ Y_A - q \cdot l = 0 \\ Z_A + 0 = 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{R}_A = \begin{vmatrix} X_A = 0 \\ Y_A = q \cdot l = 500\text{ N} \\ Z_A = 0 \end{vmatrix}$$

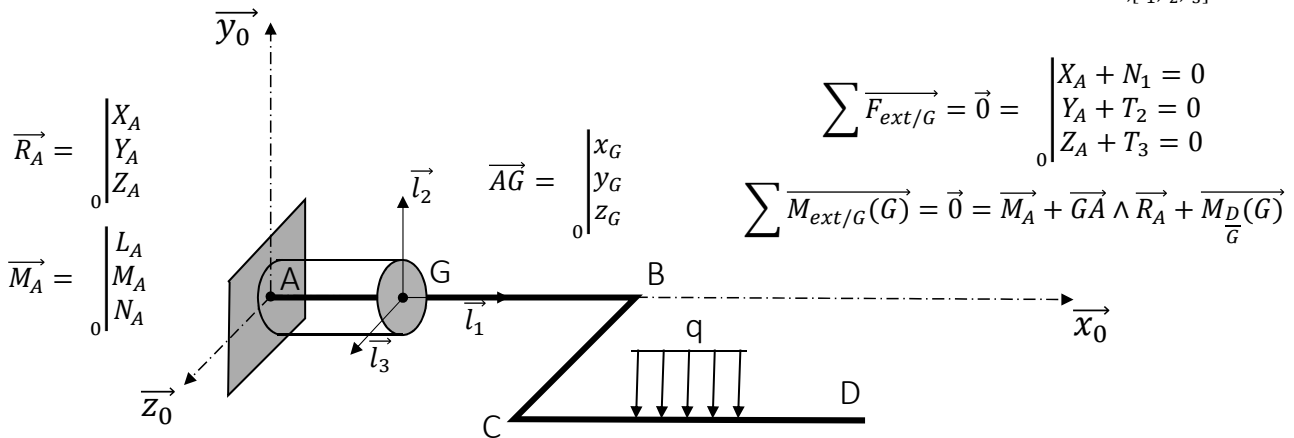
$$\sum \vec{M}_{ext}(A) = \vec{0} = \begin{vmatrix} L_A + ql \cdot 2l = 0 \\ M_A + 0 = 0 \\ N_A - ql \cdot 11l/2 = 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{M}_A = \begin{vmatrix} L_A = -2ql^2 = -100\text{ N.m} \\ M_A = 0 \\ N_A = ql^2 \cdot 11/2 = 275\text{ N.m} \end{vmatrix}$$

## Calcul des efforts intérieurs, torseurs de cohésion

- On garde la partie gauche, PFS en G

$$\{F_{D/G}\} = \begin{Bmatrix} N_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{Bmatrix}_{G, [\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3]}$$



$$\sum \overline{M_{ext/G}(G)} = \vec{0} = \overline{M_A} + \overline{GA} \wedge \overline{R_A} + \overline{M_D(G)}$$

$$= \begin{Bmatrix} L_A = -2ql^2 \\ M_A = 0 \\ N_A = ql^2 * 11/2 \end{Bmatrix}_0 + \begin{Bmatrix} -x_G \\ -y_G \wedge \\ -z_G \end{Bmatrix}_0 \begin{Bmatrix} X_A = 0 \\ Y_A = q \cdot l = 500 \text{ N} \\ Z_A = 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix}_0$$

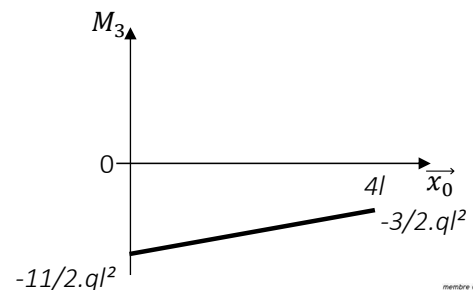
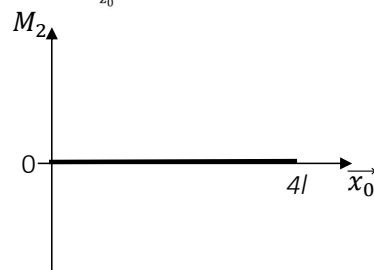
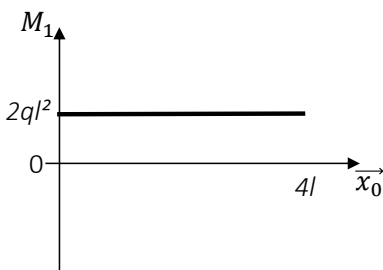
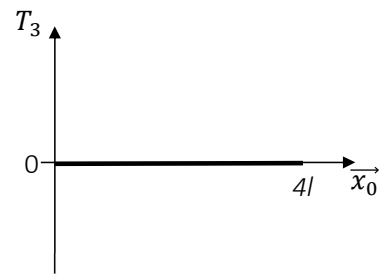
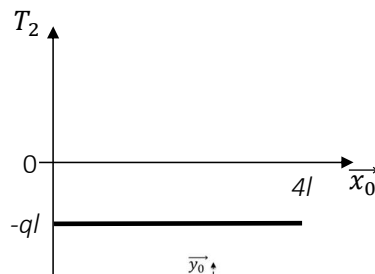
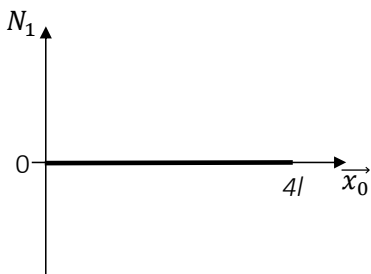
$$\overline{R_{D/G}} = \begin{Bmatrix} N_1 = 0 \\ T_2 = -q \cdot l = -500 \text{ N} \\ T_3 = 0 \end{Bmatrix}_0$$

$$\overline{M_D(G)} = \begin{Bmatrix} M_1 = 2ql^2 = 100 \text{ N.m} \\ M_2 = 0 \\ M_3 = -ql^2 * 11/2 + x_G \cdot q \cdot l \end{Bmatrix}_0$$

## Calcul des efforts intérieurs, torseurs de cohésion

- AB, Graphes, section critique

$$\{F_{D/G}\} = \begin{Bmatrix} N_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{Bmatrix}_{G, [\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3]}$$



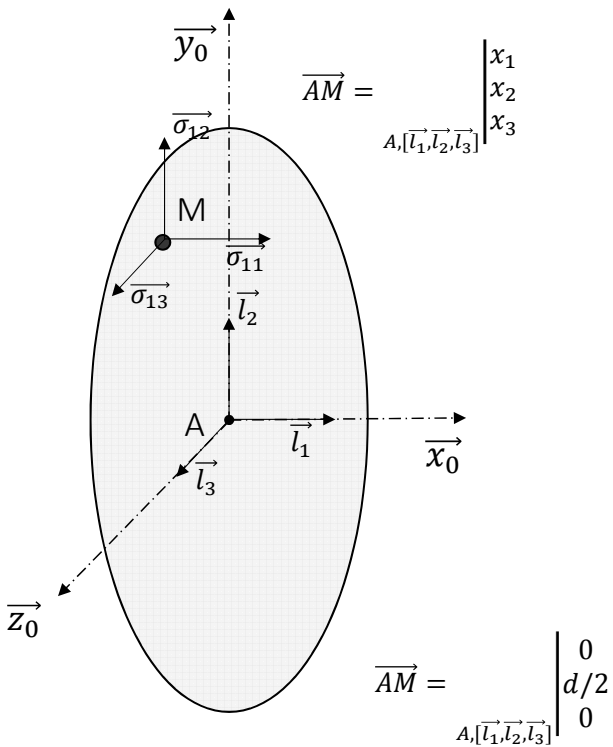
$$\sigma_{11} = \frac{N}{S} + \frac{M_2}{I_{22}} x_3 - \frac{M_3}{I_{33}} x_2 \quad \sigma_{12} = \frac{T_2}{S} - \frac{M_1}{I_{11}} x_3 \quad \sigma_{13} = \frac{T_3}{S} + \frac{M_1}{I_{11}} x_2$$

$$\left\{ \begin{matrix} N_1 & M_1 \\ T_2 & M_2 \\ T_3 & M_3 \end{matrix} \right\}_{[G, \vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3]} \iff \sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{13}$$

$$\begin{aligned} N_1 &= \int_S \sigma_{11} dS & M_1 &= \int_S x_2 \sigma_{13} - x_3 \sigma_{12} dS \\ T_2 &= \int_S \sigma_{12} dS & M_2 &= \int_S x_3 \sigma_{11} dS \\ T_3 &= \int_S \sigma_{13} dS & M_3 &= - \int_S x_2 \sigma_{11} dS \end{aligned}$$

Contraintes dans la section critique A

$$\left\{ \begin{matrix} N_1 = 0 & M_1 = 100 N.m \\ T_2 = -500 N & M_2 = 0 \\ T_3 = 0 & M_3 = -275 N.m \end{matrix} \right\}_{[A, \vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3]}$$

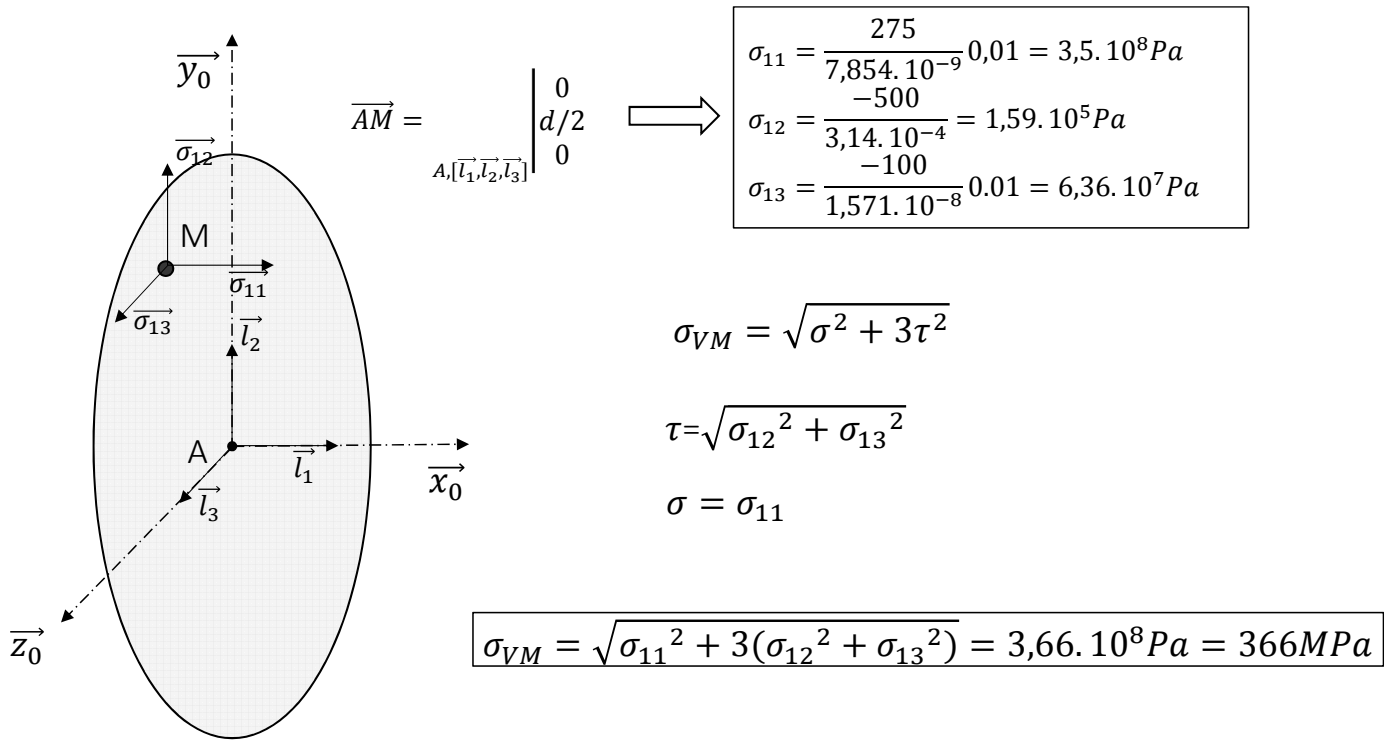


$$\begin{aligned} S &= \frac{\pi d^2}{4} = 314 \text{ mm}^2 = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \\ I_{22,33} &= \frac{\pi d^4}{64} = 7,854 \cdot 10^3 \text{ mm}^4 = 7,854 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4 \\ I_{11} &= \frac{\pi d^4}{32} = 1,571 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 = 1,571 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4 \end{aligned}$$

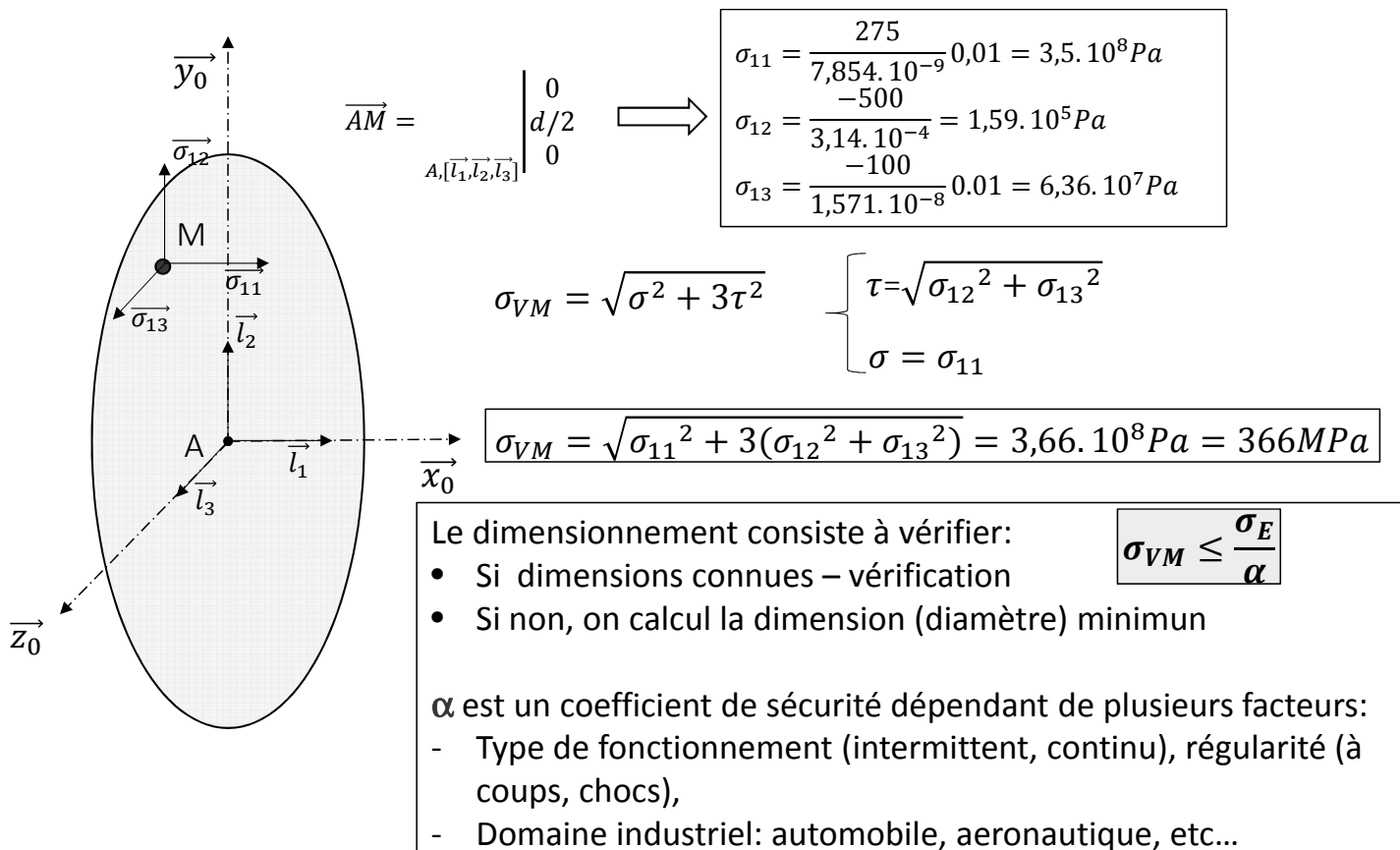
$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{N}{S} + \frac{M_2}{I_{22}} x_3 - \frac{M_3}{I_{33}} x_2 = \frac{275}{7,854 \cdot 10^{-9}} x_2 \\ \sigma_{12} &= \frac{T_2}{S} - \frac{M_1}{I_{11}} x_3 = \frac{-500}{3,14 \cdot 10^{-4}} + \frac{100}{1,571 \cdot 10^{-8}} x_3 \\ \sigma_{13} &= \frac{T_3}{S} + \frac{M_1}{I_{11}} x_2 = \frac{-100}{1,571 \cdot 10^{-8}} x_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{275}{7,854 \cdot 10^{-9}} 0,01 = 3,5 \cdot 10^8 \text{ Pa} \\ \sigma_{12} &= \frac{-500}{3,14 \cdot 10^{-4}} = 1,59 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ \sigma_{13} &= \frac{100}{1,571 \cdot 10^{-8}} 0,01 = 6,36 \cdot 10^7 \text{ Pa} \end{aligned}$$

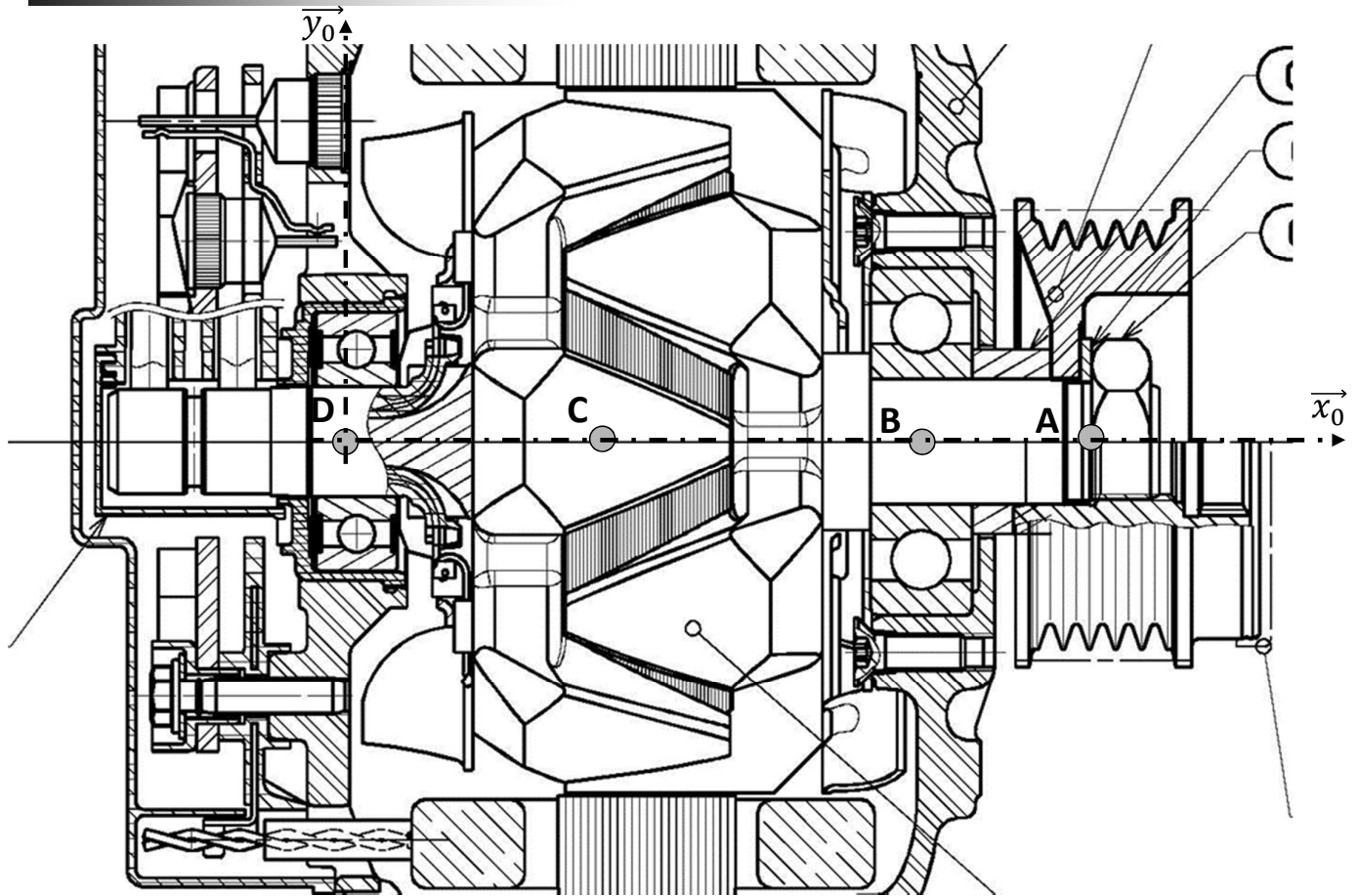
## Contraintes dans la section critique A, contrainte équivalente



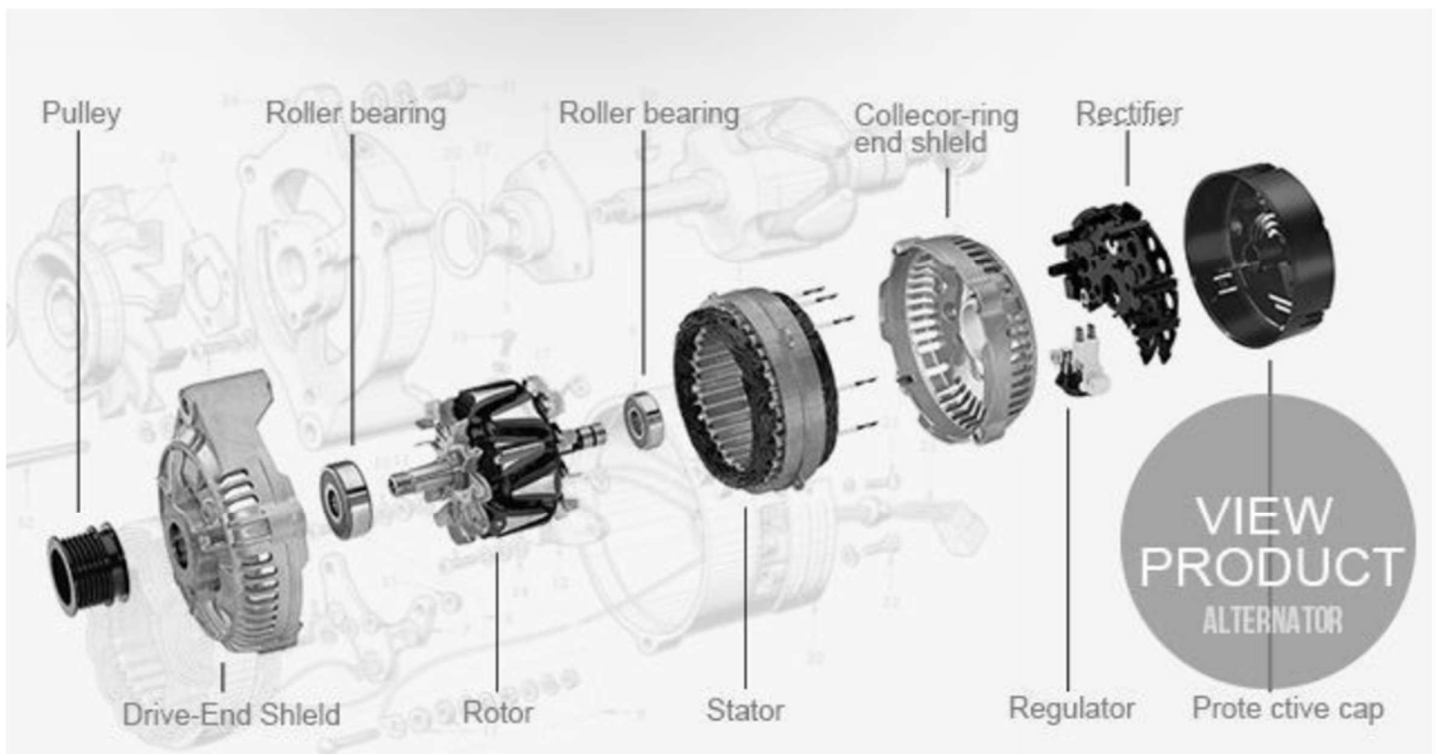
## Contraintes dans la section critique A, contrainte équivalente



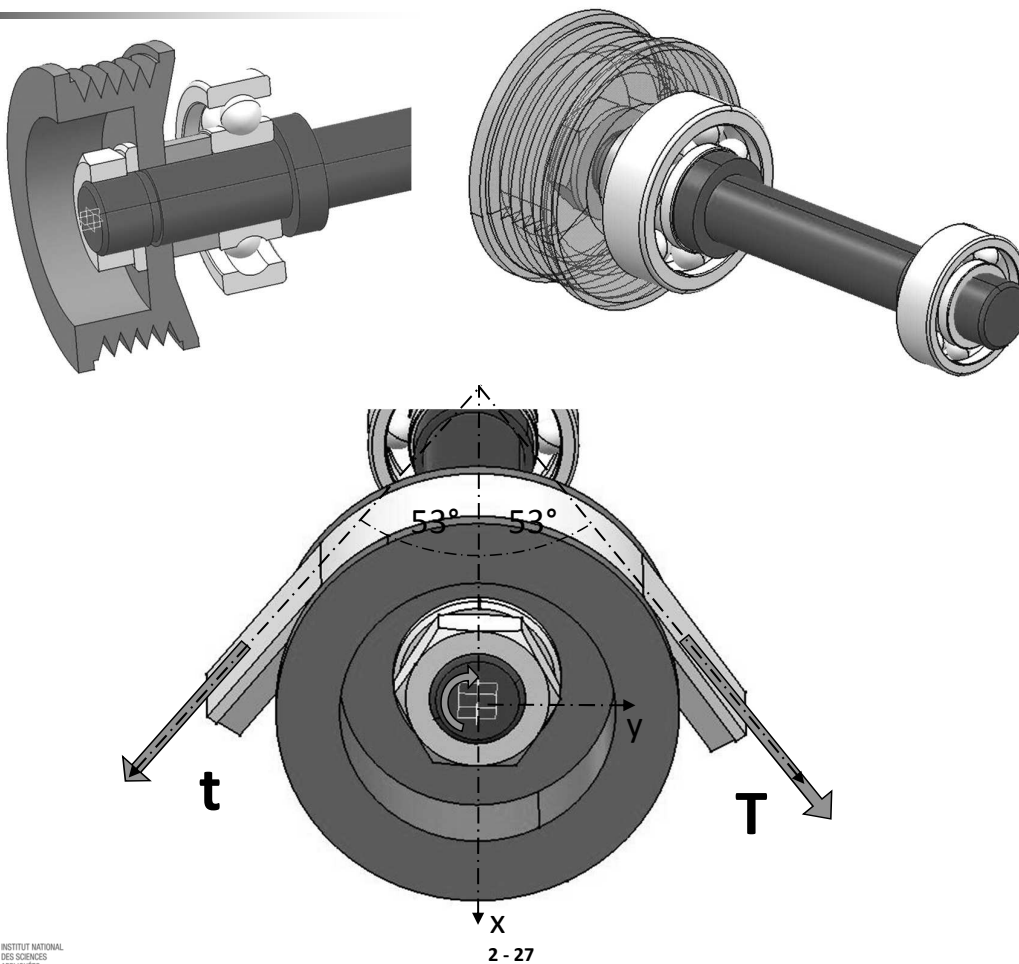
## Exemple: Arbre d'alternateur-démarrateur



## Exemple: Arbre d'alternateur-démarrateur



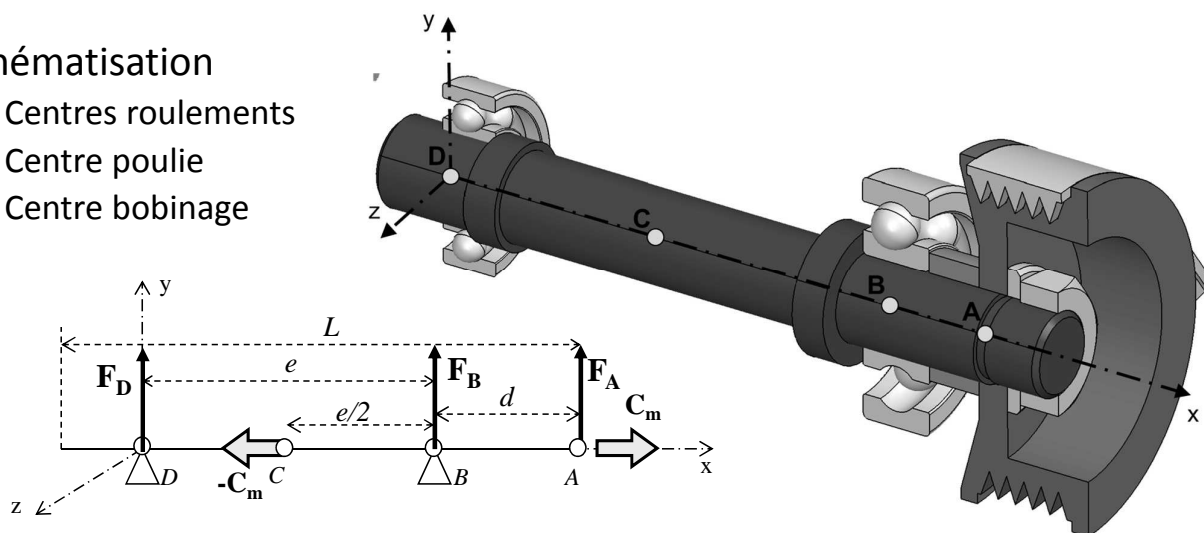
## Exemple: Arbre d'alternateur-démarrateur



## Exemple: Arbre d'alternateur-démarrateur

### • Schématisation

- Centres roulements
- Centre poulie
- Centre bobinage



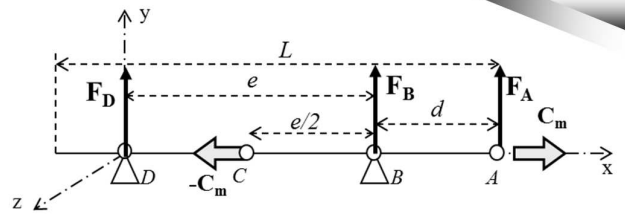
### • Données

$L$	$e$	$d$	$F_A$	$C_m$
150 mm	90 mm	25 mm	-2000 N	80 N.m
$\sigma_r$	$\sigma_D$	$\sigma_E$		
700 MPa	300 MPa	600 MPa		



## Exemple: Arbre d'alternateur-démarrateur

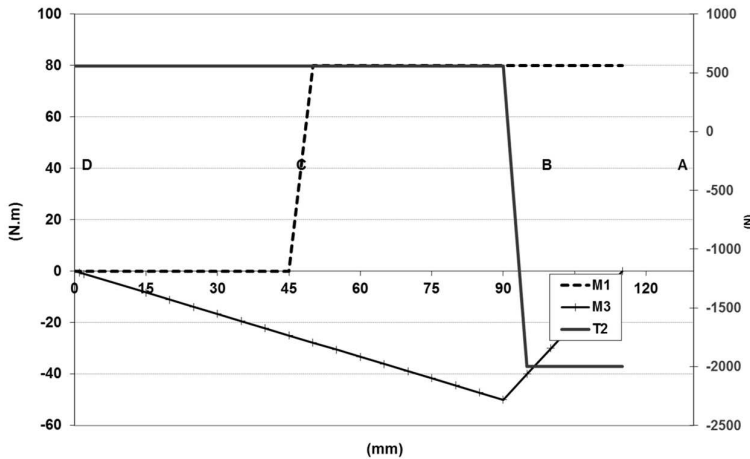
- Calculs de toutes les actions extérieures



$$F_B + F_D + F_A = 0 \quad \text{et} \quad F_A(d+e) + F_B \cdot e = 0 \quad \text{d'où :}$$

$$F_B = -F_A(d+e)/e \quad \text{et} \quad F_D = F_A \cdot d/e$$

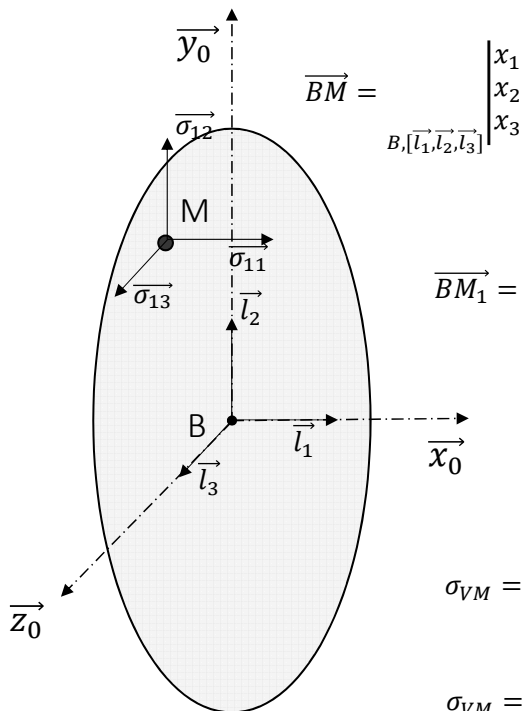
- Efforts internes, torseur de cohésion



$$\left\{ \begin{array}{ll} N_1 = 0 & M_1 = 80 \text{ N.m} \\ T_2 = -2000 & M_2 = 0 \\ T_3 = 0 & M_3 = -50 \text{ N.m} \end{array} \right\}_{[B^+, \vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3]}$$

## Exemple: Arbre d'alternateur-démarrateur

- Contraintes dans la section B+



$$\sigma_{11} = \frac{N}{S} + \frac{M_2}{I_{22}} x_3 - \frac{M_3}{I_{33}} x_2 = \frac{50 \cdot 64}{\pi d^4} x_2$$

$$\sigma_{12} = \frac{T_2}{S} - \frac{M_1}{I_{11}} x_3 = \frac{-2000}{\pi d^2} - \frac{80 \cdot 32}{\pi d^4} x_3$$

$$\sigma_{13} = \frac{T_3}{S} + \frac{M_1}{I_{11}} x_2 = \frac{80 \cdot 32}{\pi d^4} x_2$$

$$\vec{BM}_1 = \begin{vmatrix} 0 \\ d/2 \\ 0 \end{vmatrix}_{B, [\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3]}$$

$$\begin{array}{l} \sigma_{11} = \frac{50 \cdot 64 d}{\pi d^4 \cdot 2} = \frac{50 \cdot 32}{\pi d^3} \\ \sigma_{12} = \frac{-2000}{\pi d^2} \\ \sigma_{13} = \frac{80 \cdot 16}{\pi d^3} \end{array}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

$$\begin{array}{l} \sigma = \sigma_{11} \\ \tau = \sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2} \end{array}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_{11}^2 + 3(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2)}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\left(\frac{50 \cdot 32}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\left(\frac{-2000}{\pi d^2}\right)^2 + \left(\frac{80 \cdot 16}{\pi d^3}\right)^2\right)}$$

## Exemple: Arbre d'alternateur-démarrateur

- Critère de résistance  $\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\left(\frac{50 \cdot 32}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{-2000}{\pi d^2} + \left(\frac{5 \cdot 16}{\pi d^3}\right)^2\right)} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha}$$

- On néglige le cisaillement  $\rightarrow \sigma_{VM} = \sqrt{\left(\frac{50 \cdot 32}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{5 \cdot 16}{\pi d^3}\right)^2} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha}$

$$d \geq \left[ \frac{\alpha}{\sigma_E} \sqrt{\left(\frac{50 \cdot 32}{\pi}\right)^2 + 3\left(\frac{80 \cdot 16}{\pi}\right)^2} \right]^{\frac{1}{3}}$$

- Généralisation pour un arbre de transmission, dans la section critique:

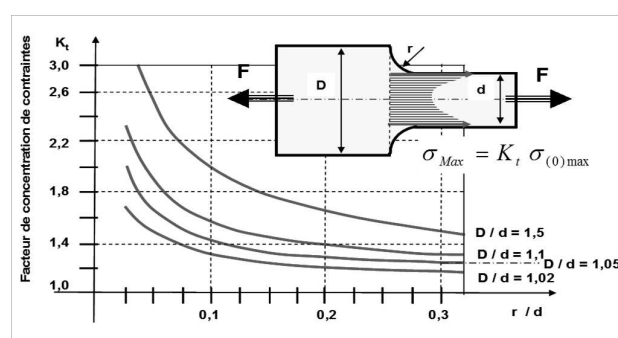
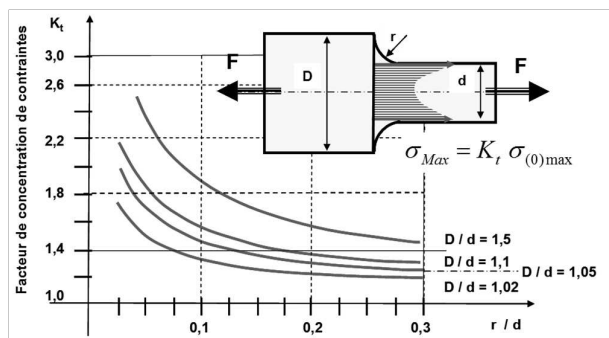
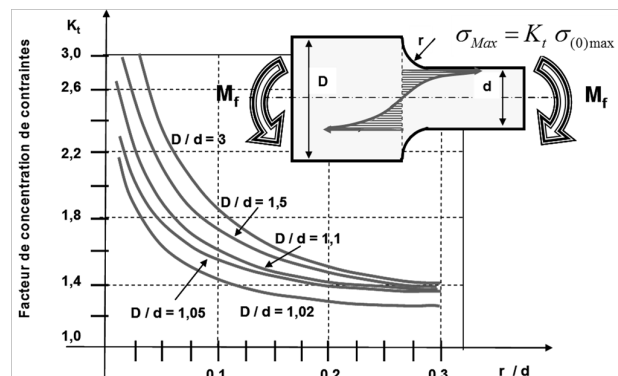
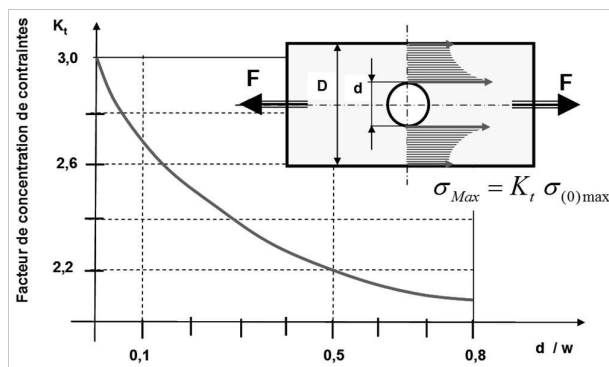
$$d \geq \left[ \frac{\alpha}{\sigma_E} \sqrt{\left(\frac{M_{2,3} \cdot 32}{\pi}\right)^2 + 3\left(\frac{M_1 \cdot 16}{\pi}\right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} \quad \begin{cases} M_{2,3} = M_f \\ M_1 = M_t \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \alpha=1 &\rightarrow d=11,3 \text{ mm} \\ \alpha=2 &\rightarrow d=14,3 \text{ mm} \end{aligned}$$

## Concentrations de contraintes, prise en compte

- Exemples de cas de charge

$$\sigma_{MAX} = K_t \cdot \sigma_0 \leq \frac{\sigma_E}{\alpha}$$



# 3. Fatigue, Résistance Dynamique, Mécanique de la rupture

Equipe GM-3-CDIM

3-1

## Sommaire

---

- Phénomène de la rupture par fatigue
- Modélisation du chargement : type de contraintes, représentations
- Calcul de résistance à la fatigue :
  - durée de vie, limite d'endurance, diagramme d'endurance
  - Coefficient de sécurité
- Spectre de charge – contraintes
- 1<sup>er</sup> modèle du mécanisme de rupture
  - Fissures, type, propagation,
  - Variables de fissuration,
  - Facteur d'intensité de contraintes
  - Calcul de résistance

## Rupture par Fatigue – les COMETS – 1953-54

- Le 2 Mai 1953, l'avion G-ALYV se désintègre dans une tempête à 10 000 pieds durant la phase ascensionnelle de son vol de Calcutta vers Delhi.
- Le 10 Janvier 1954, l'avion G-ALYP s' écrase de 27 000 pieds par beau temps au cours du vol Rome– Londres.
- Le 10 Janvier 1954, l'avion de la BOAC s'écrase en Méditerranée sur l'île d' Elbe tuant 35 personnes.
- Le 3 Mars 1953, le Comet de la Canadian Pacific Airline s'écrase sur l'aéroport de Calcutta suite à une erreur du pilote en tuant 11 personnes.
- Le 8 Avril 1954, l'avion G-ALYP disparaît au cours du vol Rome-Le Caire. Les 114 passagers et les 7 membres d'équipage sont tués.



Coût  
Humain

Rupture par fatigue du fuselage à partir de **fissures** amorcées au coin des hublots carrés



## Rupture par Fatigue – ERIKA -1999



Le navire se casse en deux le 11 décembre 1999 à 8h15 (heure locale) dans les eaux internationales, à une trentaine de milles au sud de la pointe de Penmarc'h (Pointe sud du Finistère). La partie avant du navire sombre dans la nuit du 12 au 13 décembre à peu de distance du lieu de la cassure. La quantité de mazout déversée au moment du naufrage est alors estimée entre 7 000 et 10 000 tonnes. Le capitaine a déclaré qu'il avait constaté une **importante fissuration du pont**. Il avait essayé de stopper cette fissure en émoussant son extrémité par perçage, mais sans succès.

Coût  
Écologique



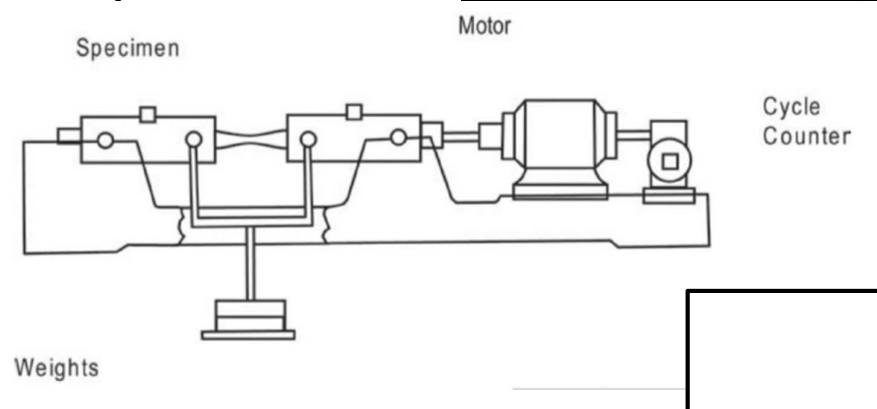
## Rupture par Fatigue - Historique

- Phénomène remarqué vers 1800 sur les essieux de wagon de train après un temps de service limité
- Notion de chargement variable complètement réversible appliqué sur ces axes (flexion rotative)
- August Wöhler publie en 1870 ses recherches:
  - Limite d'endurance, Nombre de Cycles, Diagramme ( $\sigma$ -N)
- Fatigue : terme employé pour désigner ce phénomène par Poncelet en 1839



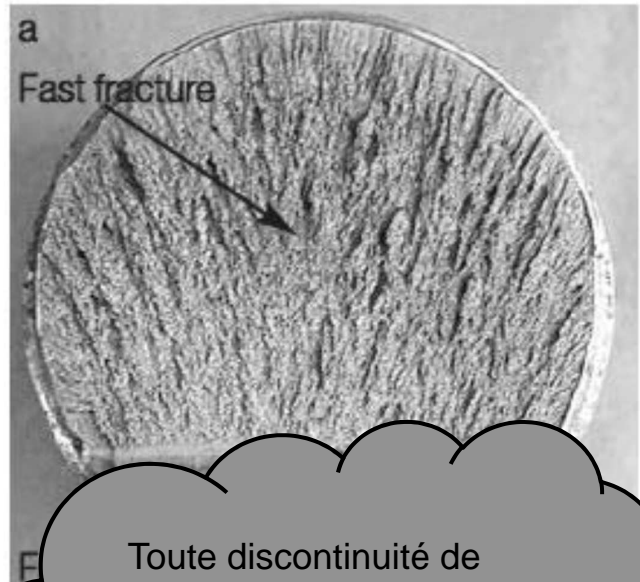
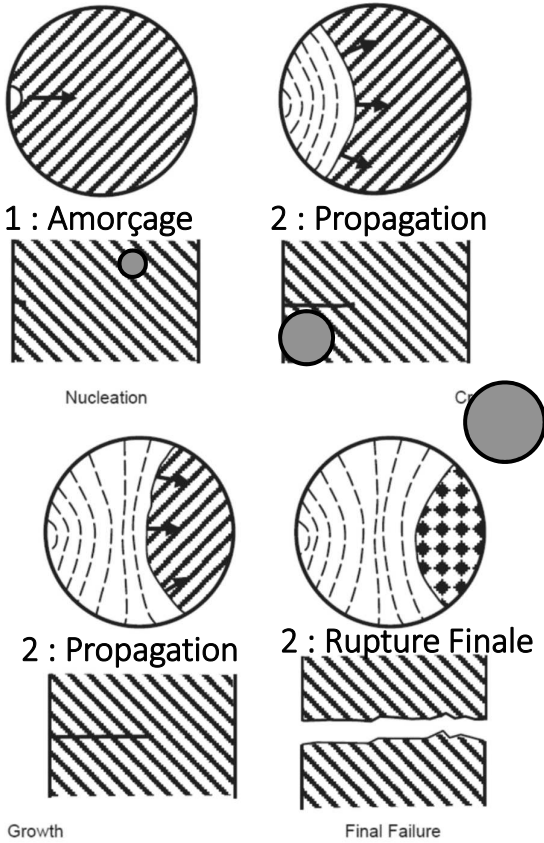
## Rupture par Fatigue - Introduction

- Une pièce soumise à des charges variables se brise à un **niveau de contrainte inférieur à celui de la contrainte de rupture statique** du matériau : **phénomène de fatigue**



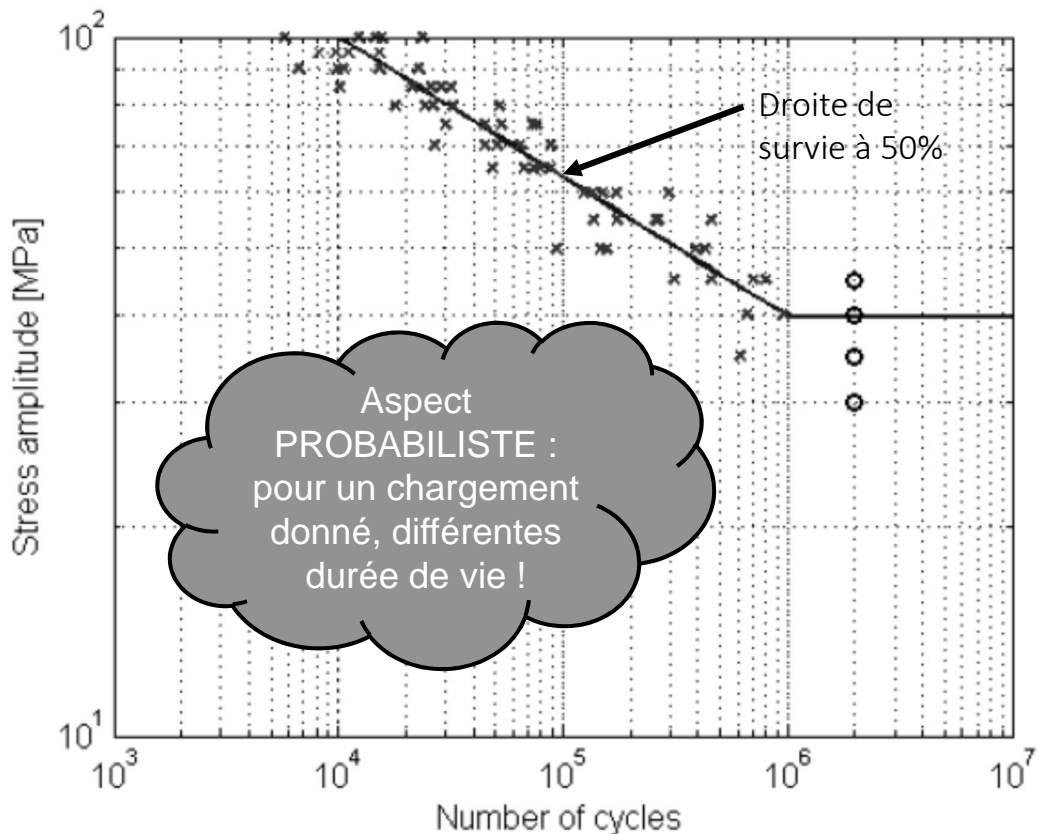
- 90% des ruptures en service sont dues à de la fatigue
- La recherche de performance ou **de diminution des impacts environnementaux** demande de plus en plus de dimensionner les pièces en fatigue afin soit de les alléger, soit d'en prolonger l'usage.

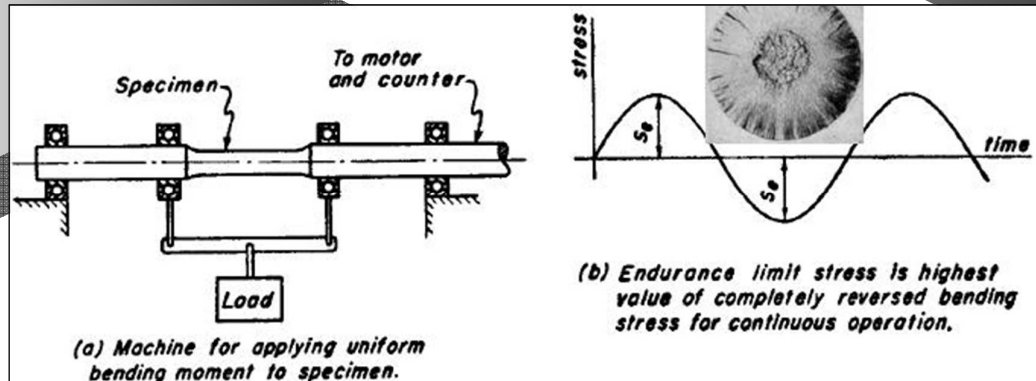
## Les 3 phases de la rupture



Toute discontinuité de surface favorise l'amorçage (piqûres de corrosion, entailles, congés de raccordement, usinages, inclusions de surface).

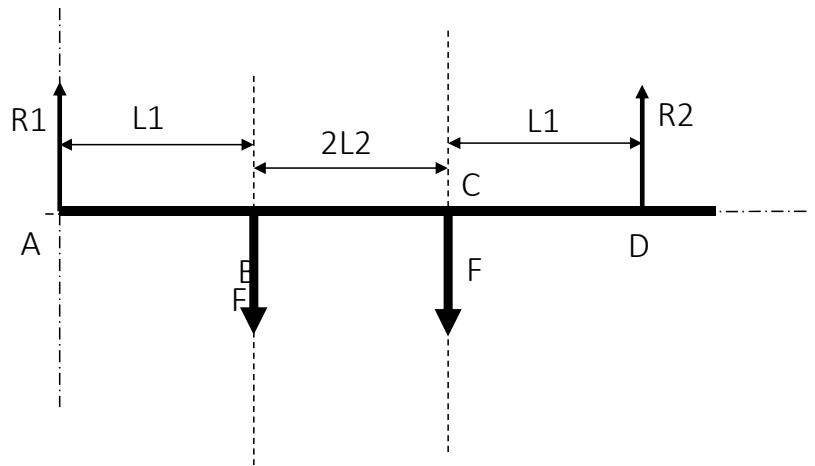
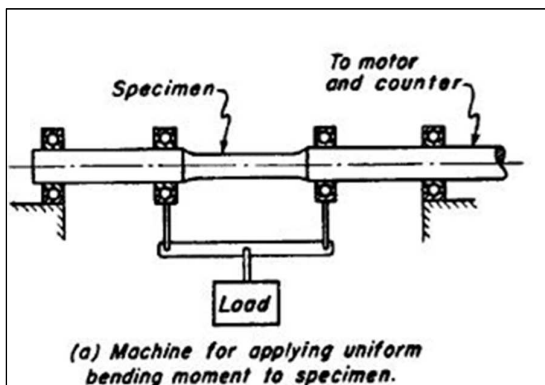
## Rupture par Fatigue – les essais de Wöhler





3-12

### Principe de la flexion rotative



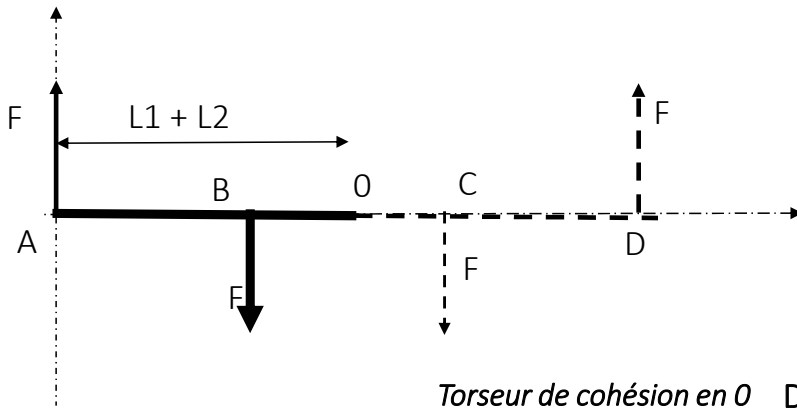
Equilibre des efforts  $R_1 + R_2 = 2F$

Equilibre des moments en A

$$\vec{AB} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -F \\ 0 \end{pmatrix} + \vec{AC} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -F \\ 0 \end{pmatrix} + \vec{AD} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{0} \Rightarrow \begin{pmatrix} L_1 & 0 & L_1+2L_2 & 0 & 2L_1+2L_2 & 0 \\ 0 & -F & 0 & -F & 0 & R_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \wedge \vec{0} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_1F - (L_1+2L_2)F + 2(L_1+L_2)R_2 = 0 \end{pmatrix}$$

$$R_1 = R_2 = F$$

## Principe de la flexion rotative



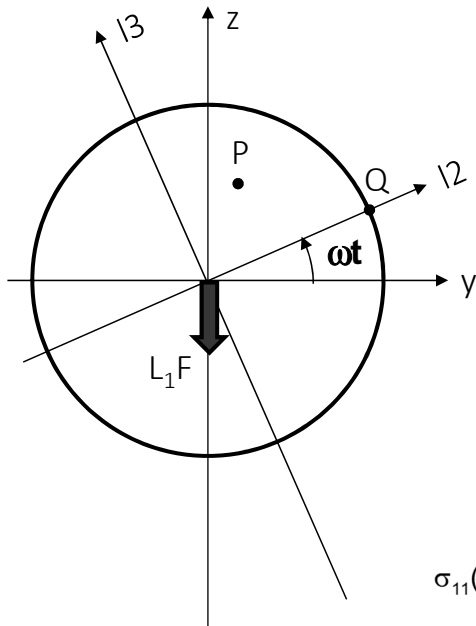
$$\vec{F}_{\rightarrow} = \begin{pmatrix} 0 \\ -F + R \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{M}_{\rightarrow} = \vec{OA} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ F \\ 0 \end{pmatrix} + \vec{OB} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -F \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(L1+L2) \cdot 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -(L2) \cdot 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_1 F \end{pmatrix}$$

Constant dans le repère global

## Principe de la flexion rotative

Torseur de cohésion en O Dans le repère local tournant à vitesse constante  $\omega$



$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_2 = -L_1 F \cdot \cos(\omega t) \\ 0 & M_3 = -L_1 F \cdot \sin(\omega t) \end{bmatrix}$$

Variable dans le repère local

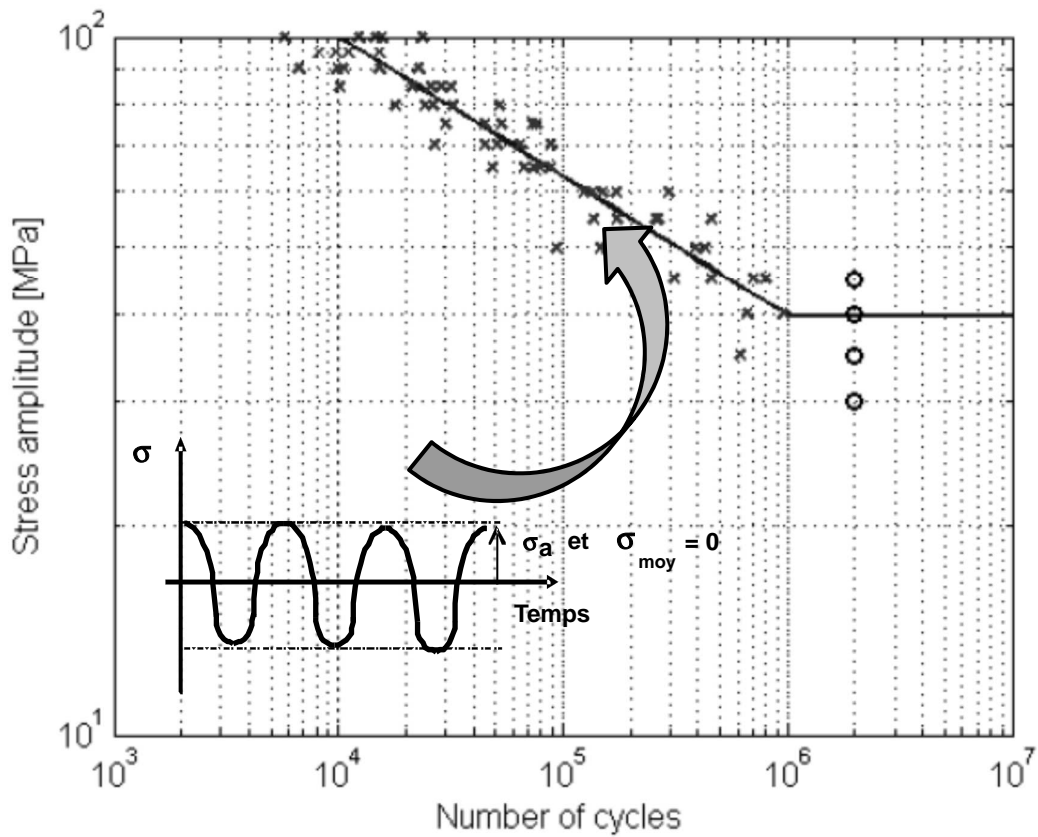
Contrainte en P (x2, x3)  $\sigma_{11} = \frac{N}{S} + \frac{M_2}{I_{22}} x_3 - \frac{M_3}{I_{33}} x_2$

$$\sigma_{11}(P) = \frac{L_1 F}{I} (-x_3 \cos(\omega t) + x_2 \sin(\omega t))$$

Contrainte en Q (d/2, 0)

$$\sigma_{11}(Q) = \frac{L_1 F d}{I} \sin(\omega t) = 0 + \sigma_a \sin(\omega t)$$





## Sollicitations sinusoïdales

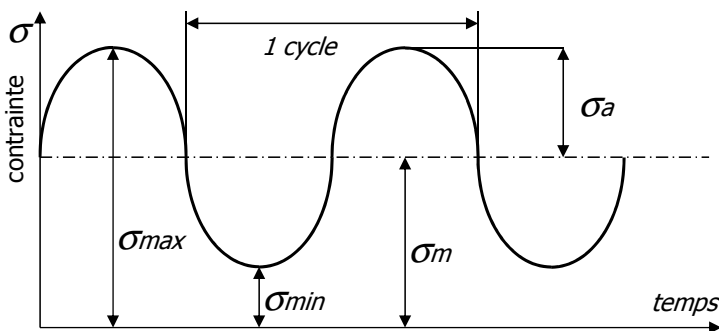
$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \cdot \sin(\omega t)$$

$\sigma_m$  est la contrainte moyenne :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\min} + \sigma_{\max}}{2}$$

$\sigma_a$  est la contrainte amplitude (alternée) :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$



✓ Contrainte purement alternée :  $\sigma_m = 0, \sigma_a \neq 0$

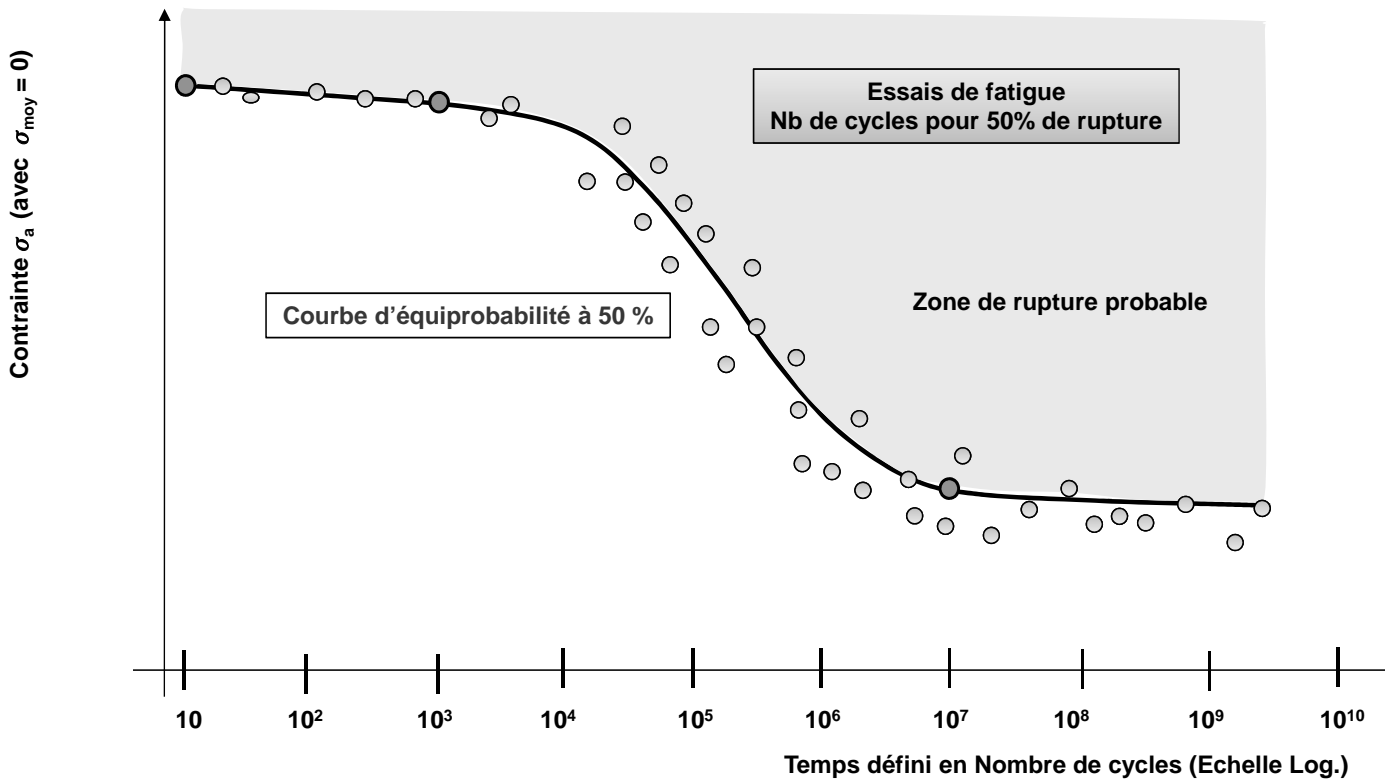
→ essais de Wöhler

✓ Contrainte alternée :  $\sigma_m \neq 0, \sigma_a \neq 0$

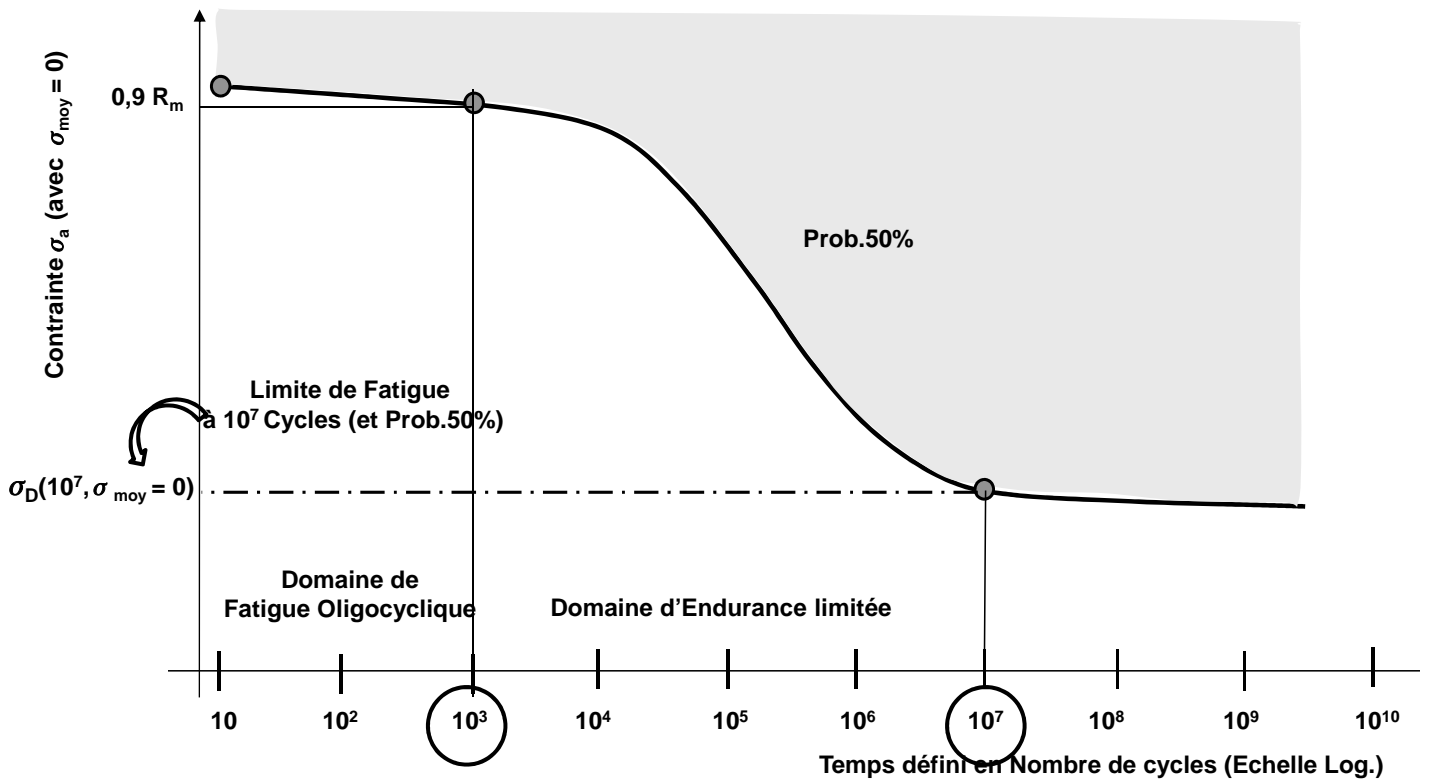
✓ Contrainte répétée :  $\sigma_{\min} = 0$  ou  $\sigma_{\max} = 0$

✓ Contrainte ondulée :  $\sigma_{\max} < 0$  en compression,  $\sigma_{\min} > 0$  en traction

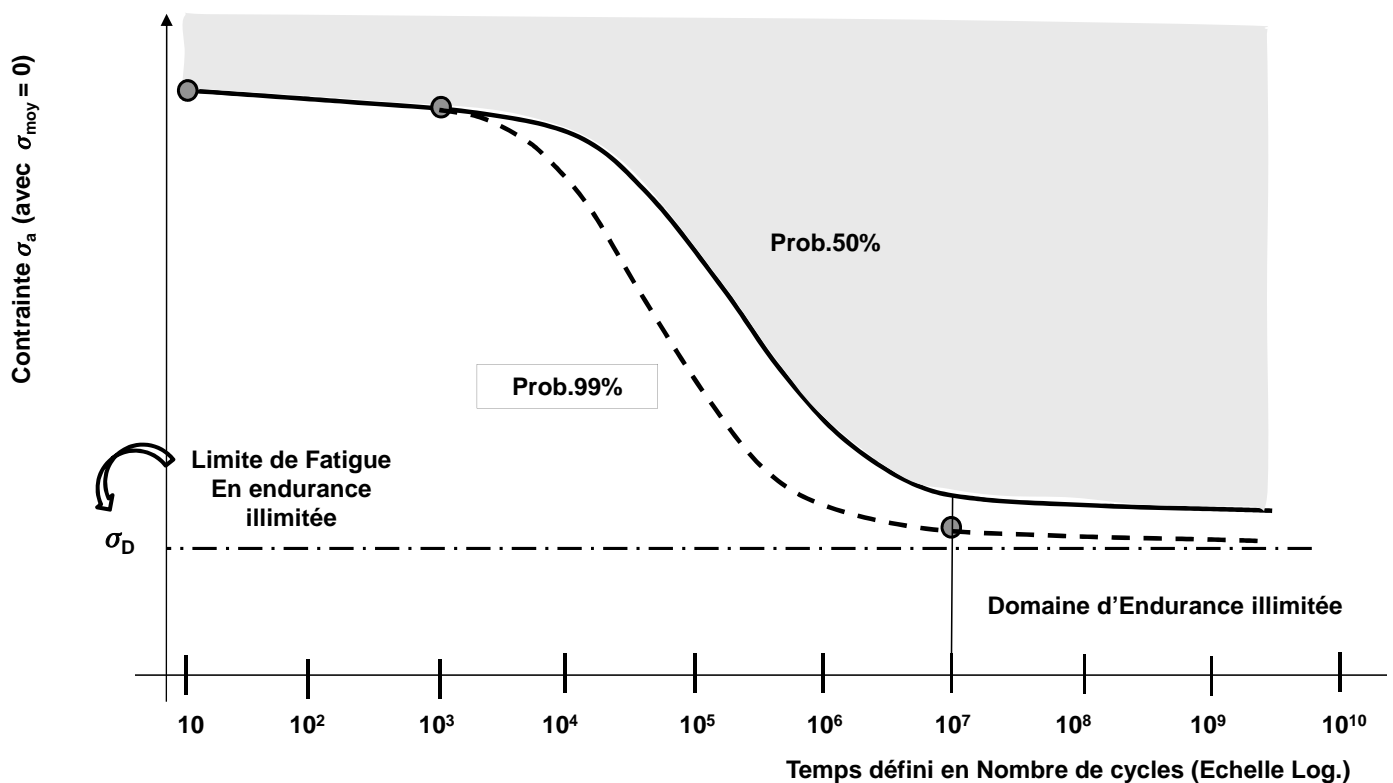
# Modélisation des essais de Wöhler



# Exploitation de la courbe de Wöhler



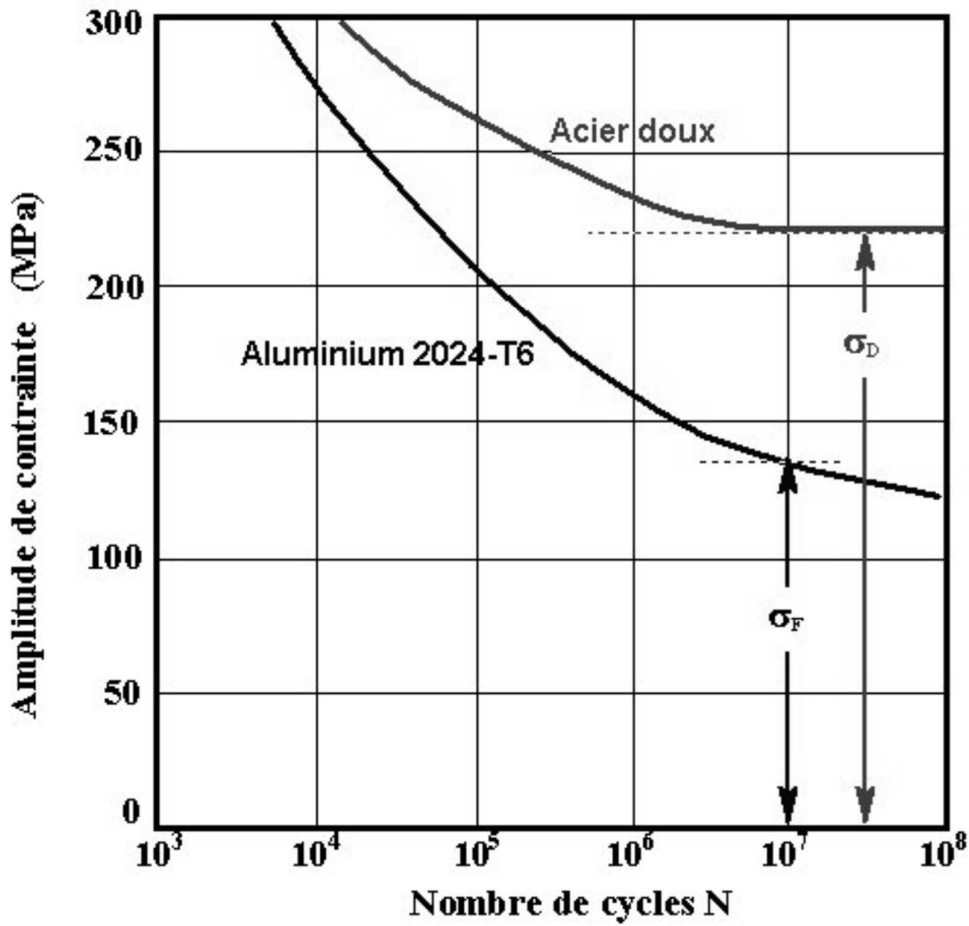
## Mise en évidence de la limite en fatigue $\sigma_D$ pour les aciers



## Dimensionnement avec Wöhler

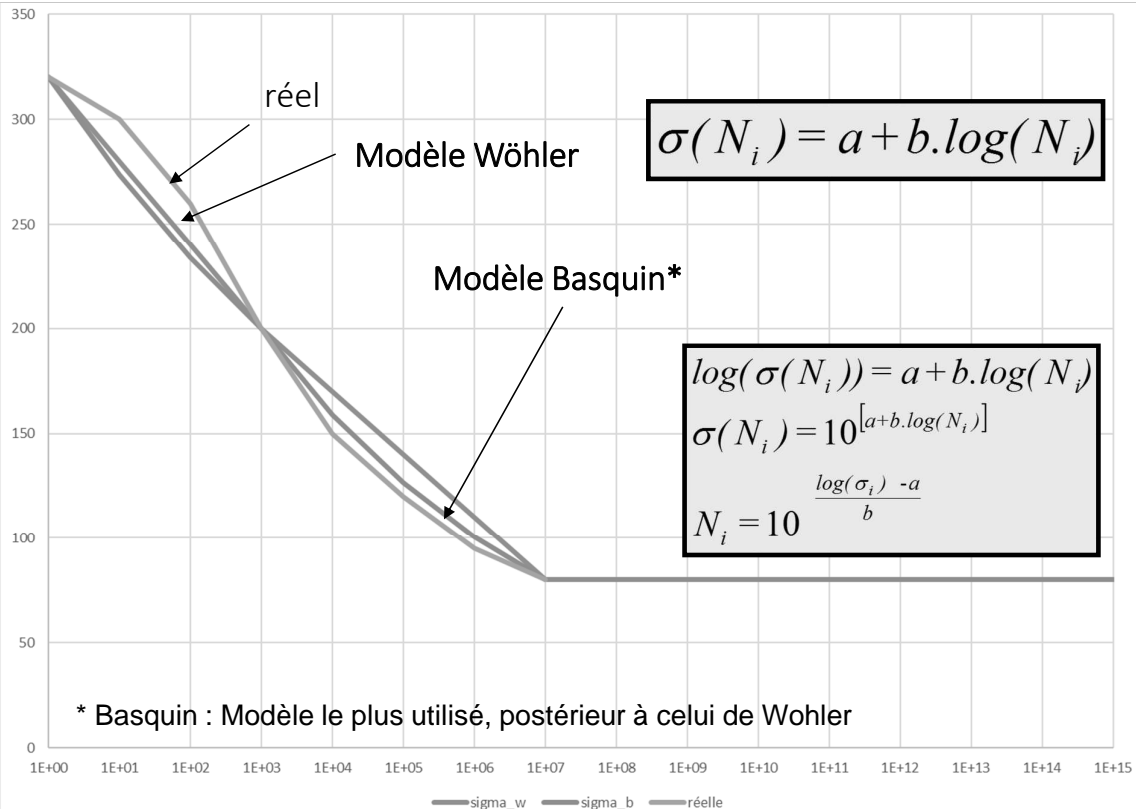
- Pour les aciers, nous pouvons maintenant obtenir un dimensionnement simple à l'aide de la limite en fatigue : merci M.Wöhler !
- Ce dimensionnement n'est valable que dans les conditions des essais :  $\sigma_a \neq 0$  et  $\sigma_m = 0$ , ce qui limite fortement les cas d'applications...
- Ce dimensionnement n'est valable que pour les matériaux présentant une asymptote horizontale quand  $N$  tend vers l'infini. CE N'EST PAS LE CAS DES ALUMINIUMS





### Calcul de résistance à la fatigue Endurance d'une pièce (limite de fatigue)

#### Recherche d'une loi représentative des essais



# Calcul de résistance à la fatigue pour $\sigma_m = 0$

3-24

## Calcul de résistance à la fatigue Endurance d'une pièce (limite de fatigue) (pour $\sigma_m = 0$ )

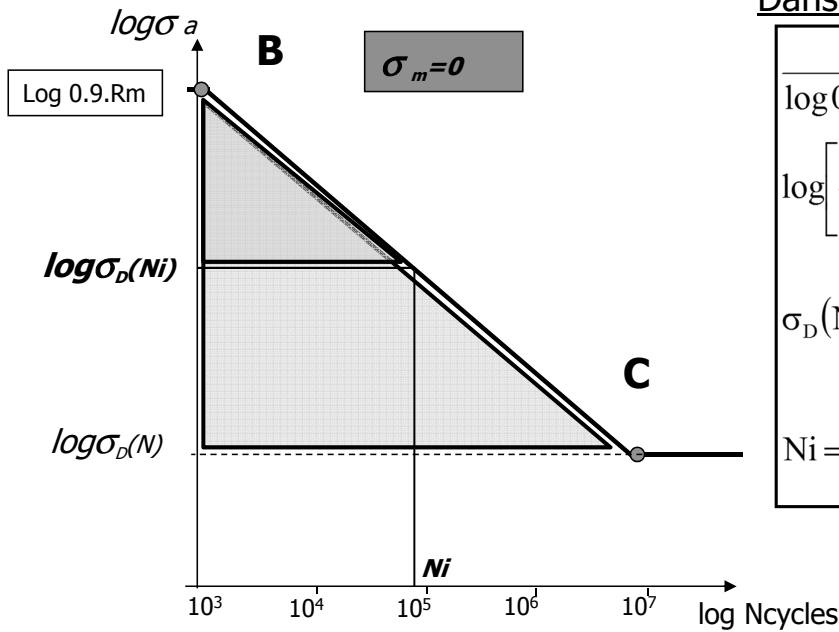
- *La courbe de Wöhler et ses modèles associés permettent de déterminer :*
  - *La limite de fatigue (d'endurance)  $\sigma_D$  :*  
Amplitude la plus grande de  $\sigma_a$  pour laquelle il ne se produit pas de rupture quelque soit le nb de cycles de sollicitation (**uniquement métaux ferreux**)
  - *La limite de fatigue  $\sigma_D(N)$ ,  $\sigma_D(N_i)$  :*  
Amplitude de  $\sigma_a$  pour laquelle il est constaté 50% de survie pour  $\sigma_m=0$ , après un nombre de cycles  $N_i$  fixé. **>> obtenu par les courbes de Wöhler**  
Pour les aciers, on utilise  $N_i=10^7$  cycles et on note la limite d'endurance  $\sigma_D(N)$ ,
  - *Le rapport d'endurance :*  
C'est le rapport  $R_{p\%}$  entre la limite d'endurance à  $10^7$  cycles et la résistance à la traction  $R_m$  du matériau de la pièce testée

$$R_{p\%} = \frac{\sigma_D(N)}{R_m}$$

$$\sigma_a < \sigma_D$$

**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Endurance d'une pièce (limite de fatigue) pour  $\sigma_m = 0$**

Exploitation du modèle de Basquin



Dans le cas du graphe (Thalès)

$$\frac{\log N_i - 3}{\log 0.9R_m - \log \sigma_D(N_i)} = \frac{4}{\log 0.9R_m - \log \sigma_D(N)}$$

$$\log \left[ \frac{0.9R_m}{\sigma_D(N_i)} \right]^4 = \log \left[ \frac{0.9R_m}{\sigma_D(N)} \right]^{\log N_i - 3}$$

$$\sigma_D(N_i) = 0.9 * R_m \left[ \frac{\sigma_D(N)}{0.9R_m} \right]^{\frac{\log N_i - 3}{4}}$$

$$N_i = 1000 \left[ \frac{0.9R_m}{\sigma_D(N_i)} \right]^{\frac{4}{\log \left[ \frac{0.9R_m}{\sigma_D(N)} \right]}}$$

**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Endurance d'une pièce (limite de fatigue) (pour  $\sigma_m = 0$ )**

Exploitation du modèle de Basquin

Éprouvette acier 35CD4 :  $R_m = 920$  MPa;  $\sigma_D = 400$  MPa pour

➤  $\sigma_D(10^5) = ?$

$$\sigma_D(N_i) = 0.9 * R_m \left[ \frac{\sigma_D(N)}{0.9R_m} \right]^{\frac{\log N_i - 3}{4}}$$

$$\sigma_D(N_i) = 0.9 * 920 \left[ \frac{400}{0.9 * 920} \right]^{\frac{\log 10^5 - 3}{4}} = 575.5 \text{ MPa}$$

➤  $N_i$  si  $\sigma_D(N_i) = 600$  MPa?

$$N_i = 1000 \left[ \frac{0.9R_m}{\sigma_D(N_i)} \right]^{\frac{4}{\log \left[ \frac{0.9R_m}{\sigma_D(N)} \right]}} = 1000 \left[ \frac{0.9 * 920}{600} \right]^{\frac{4}{\log \left[ \frac{0.9 * 920}{400} \right]}} = 5.9 * 10^4 \text{ cycles}$$

## Calcul de résistance à la fatigue

### Endurance d'une pièce (limite de fatigue) (pour $\sigma_m = 0$ )

- Limite d'endurance  $\sigma_D$ , approximations:
  - Aciers  $N=10^7$ 
    - $\sigma_D(N)=0.5 \cdot R_m$  pour  $R_m < 1300 \text{ Mpa}$       $R_m = \text{limite à la rupture} = \sigma_r$
    - $\sigma_D(N)=600 \text{ MPa}$  pour  $R_m > 1300 \text{ Mpa}$
  - Fontes  $N=10^7$ 
    - $\sigma_D(N)=0.4 \cdot R_m$
  - Alliages d'aluminium  $N=5 \cdot 10^6$ 
    - $\sigma_D(N)=0.4 \cdot R_m$



## Calcul de résistance à la fatigue

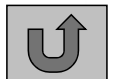
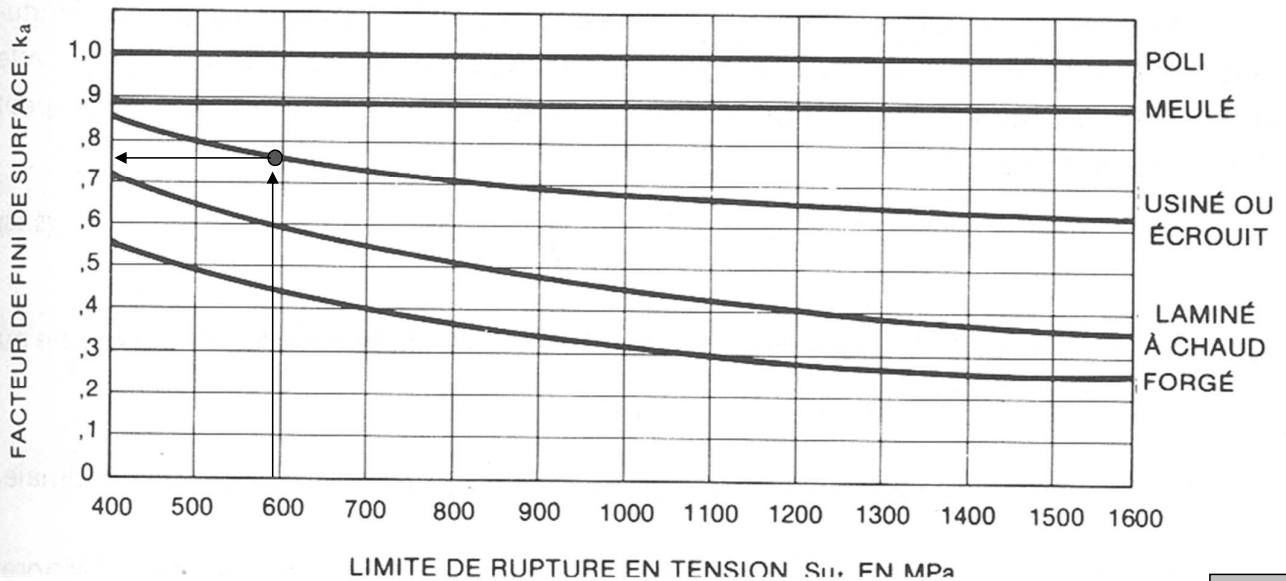
### Facteurs affectant la limite d'endurance $\sigma_D$ (pour $\sigma_m = 0$ )

- Prise en compte des dispersions sur pièces réelles
- Essais sur **éprouvette** !!  $\rightarrow \sigma_D$
- Limite d'endurance d'une « vraie » pièce :  $\sigma_{D\_reel} = (k_a k_b k_c k_d k_e k_f) \sigma_D$ 
  - ✓  $k_a \rightarrow$  fini de surface car l'endommagement par fatigue apparaît en premier lieu à la surface des pièces
  - ✓  $k_b \rightarrow$  grosseur de pièce, plus les dimensions d'une pièce croissent, plus sa résistance à la fatigue diminue.
  - ✓  $k_c \rightarrow$  fiabilité requise
  - ✓  $k_d \rightarrow$  de température. Un milieu agressif (températures élevées, milieux corrosifs...) aggrave le phénomène de fatigue.
  - ✓  $k_e \rightarrow$  concentration de contraintes, un accident de forme augmente localement le niveau de contrainte.
  - ✓  $k_f \rightarrow$  effets divers (taille des grains, orientation du fibrage par rapport à la direction des efforts, écrouissage, traitement thermique, présence de défauts métallurgiques)

## Calcul de résistance à la fatigue

### Facteurs affectant la limite d'endurance $\sigma_D$ (pour $\sigma_m = 0$ )

- $k_a$  facteur de fini de surface



## Calcul de résistance à la fatigue

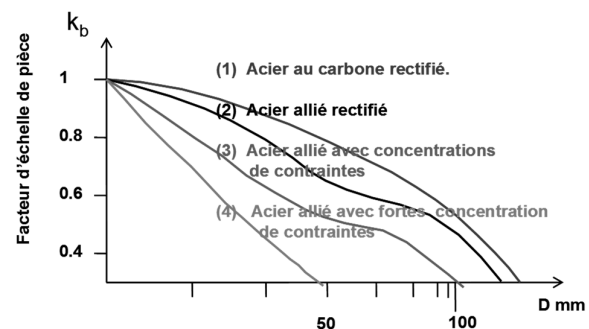
### Facteurs affectant la limite d'endurance $\sigma_D$ (pour $\sigma_m = 0$ )

- $k_b$  facteur de grosseur de pièce (volume éprouvette  $\neq$  volume pièce)

#### ■ Critère du volume relatif

- $V$ , volume de la pièce chargée à 95% ou plus de la contrainte maximale au point désiré
- $V_0$ , volume de l'éprouvette chargée à 95% ou plus de la contrainte maximale

$$k_b = \left( \frac{V}{V_0} \right)^{-0.034}$$



#### ■ Critère de la dimension caractéristique

- $k_b = 1$  pour  $d \leq 7.6$  mm
- $k_b = 0.85$  pour  $7.6 \text{ mm} < d \leq 50$  mm
- $k_b = 0.75$  pour  $d > 50$  mm





**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Facteurs affectant la limite d'endurance  $\sigma_D$  (pour  $\sigma_m = 0$ )**

$k_c$  facteur de fiabilité

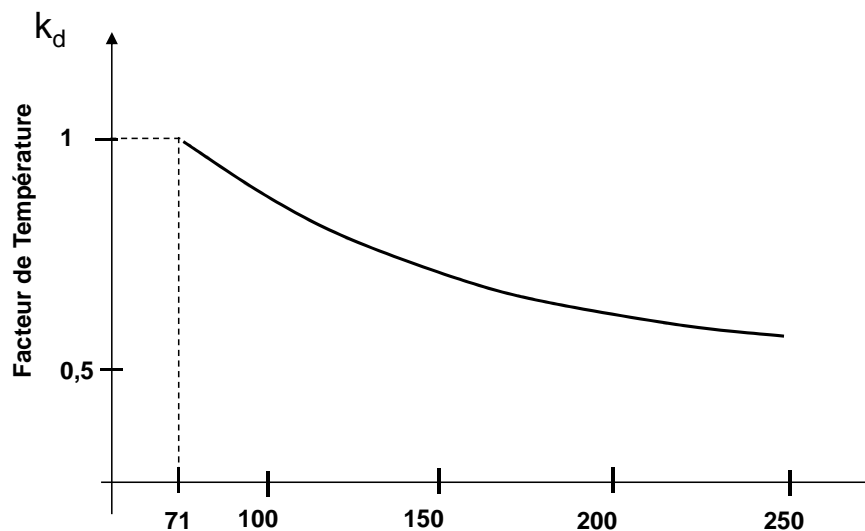
Fiabilité (R)	Facteur de Fiabilité ( $k_c$ )
0,5	1
0,9	0,897
0,95	0,868
0,95	0,814
0,99	0,753
0,999	0,702
0,9999	0,659
0,99999	0,620
0,999999	0,584



**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Facteurs affectant la limite d'endurance  $\sigma_D$  (pour  $\sigma_m = 0$ )**

•  $k_d$  facteur température

$$k_d = \begin{cases} 1 & \text{pour } T \leq 71^\circ\text{C} \\ \frac{344}{T + 273} & \text{pour } T > 71^\circ\text{C} \end{cases}$$



**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Facteurs affectant la limite d'endurance  $\sigma_D$  (pour  $\sigma_m = 0$ )**

•  $k_e$  facteur de concentration de contraintes

■ **Prise en compte des discontinuités de section**

- En statique, on tient compte des changements brut de section dans le calcul des dimensions d'une pièce (facteur  $K_t$ ).
- En chargement variable (dynamique) il faut toujours prendre en compte les changement de section. La fissure prend généralement naissance en un point où il y a concentration de contraintes

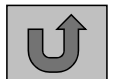
■ **Le facteur de concentration de contrainte en fatigue est défini par :**

$$K_f = \frac{\text{limite d'endurance sans concentration}}{\text{limite d'endurance avec concentration}}$$

Il dépend de la géométrie de la pièce, du mode de chargement et du matériau

$$k_e = \frac{1}{K_f}; \quad K_f = q(K_t - 1) + 1$$

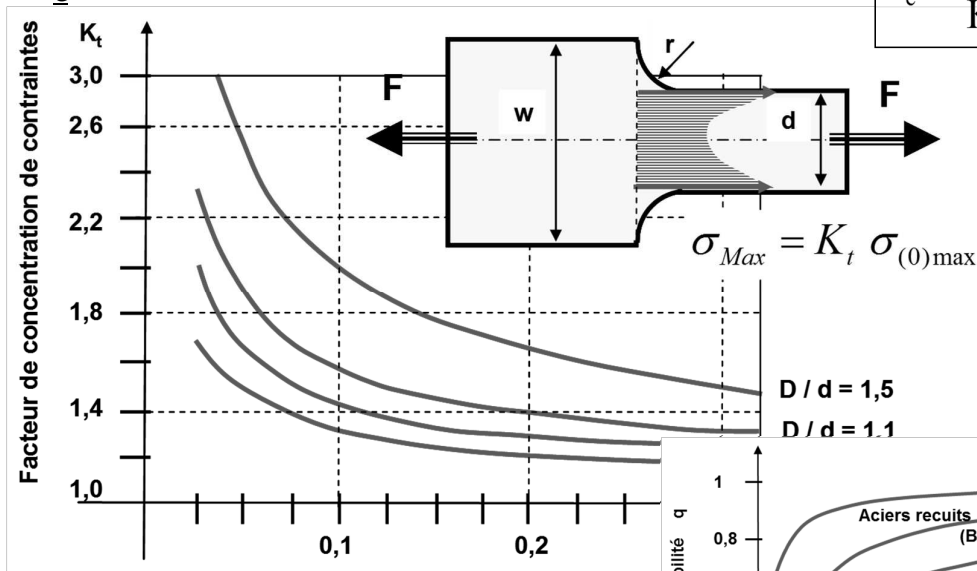
$q$ : indice de sensibilité au effet d'entaille



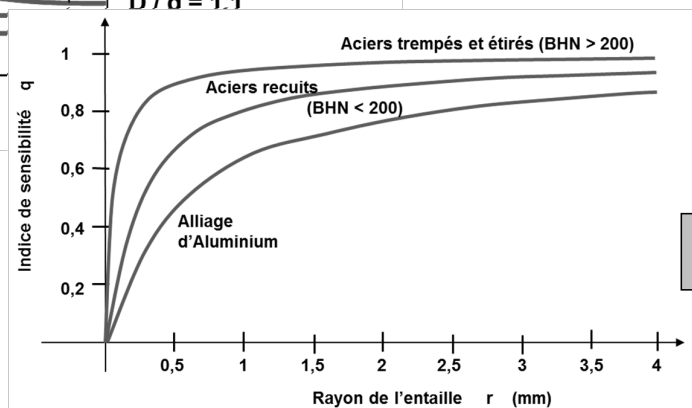
**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Facteurs affectant la limite d'endurance  $\sigma_D$  (pour  $\sigma_m = 0$ )**

$k_e$  facteur de concentration de contraintes

$$k_e = \frac{1}{K_f}; \quad K_f = q(K_t - 1) + 1$$



$$\sigma_{a\_Max} = K_f \cdot \sigma_a$$

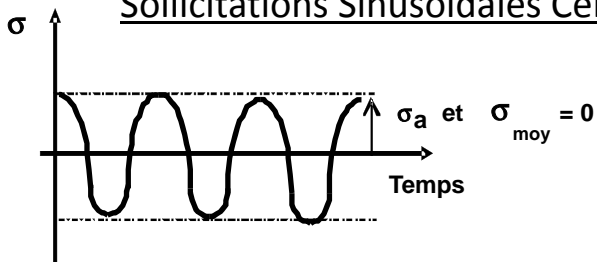


# Adapter la théorie de Wöhler aux autres cas de charges

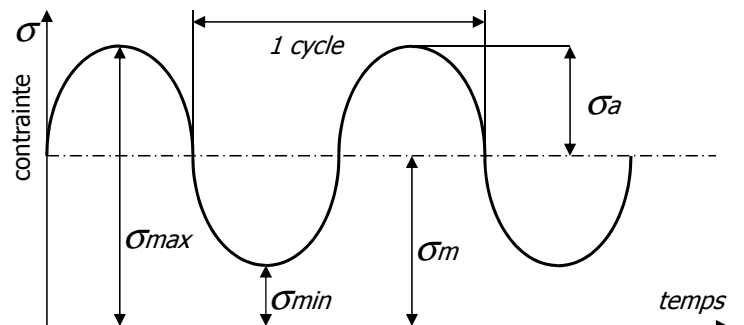
3-36

## Description du chargement

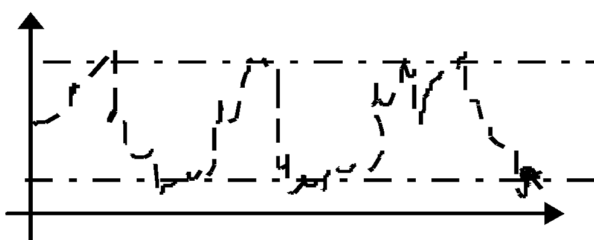
### Sollicitations Sinusoïdales Centrées : Wöhler



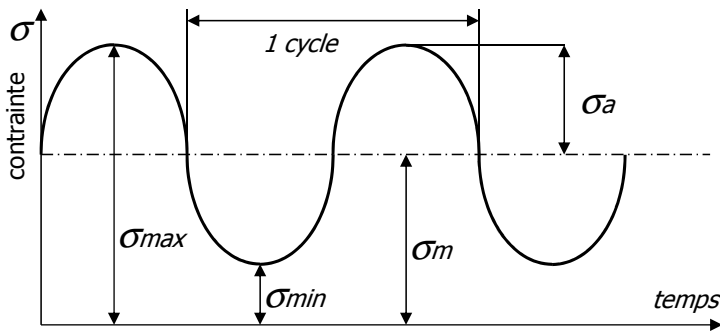
### Sollicitations Sinusoïdales quelconques



### Sollicitations aléatoires



## Sollicitations Sinusoïdales



$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \cdot \sin(\omega t)$$

$\sigma_m$  est la contrainte moyenne :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\min} + \sigma_{\max}}{2}$$

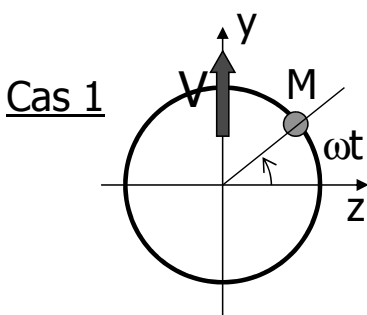
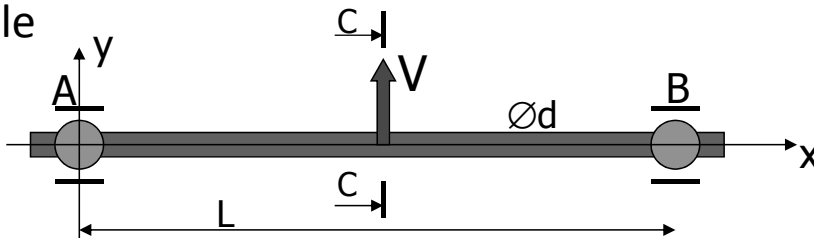
$\sigma_a$  est la contrainte amplitude (alternée) :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

- ✓ Contrainte purement alternée :  $\sigma_m = 0, \sigma_a \neq 0$
- ✓ Contrainte alternée :  $\sigma_m \neq 0, \sigma_a \neq 0$
- ✓ Contrainte répétée :  $\sigma_{\min} = 0$  ou  $\sigma_{\max} = 0$
- ✓ Contrainte ondulée :  $\sigma_{\max} < 0$  en compression,  $\sigma_{\min} > 0$  en traction

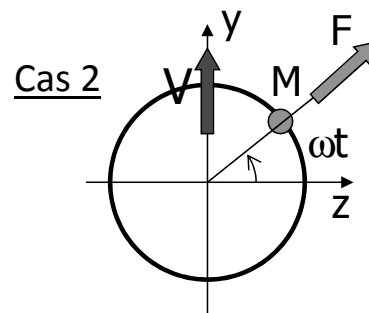
## Sollicitations sinusoïdales

- Exemple



$$\sigma(M) = \frac{8.L.V.\sin\omega t}{\pi d^3}$$

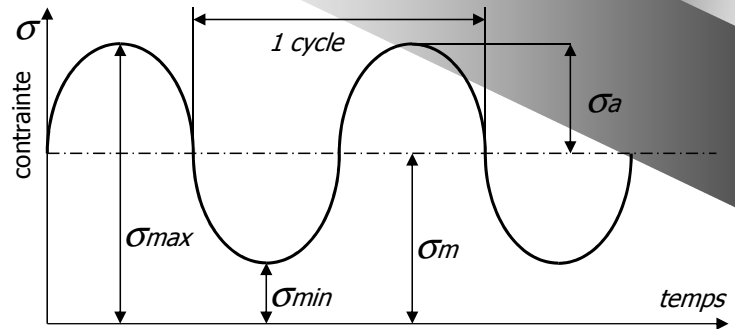
$$\sigma_a = \frac{8.L.V.}{\pi d^3}, \quad \sigma_m = 0$$



$$\sigma(M) = \frac{8.L}{\pi d^3} (F + V.\sin\omega t)$$

$$\sigma_a = \frac{8.L.V.}{\pi d^3}, \quad \sigma_m = \frac{8.L.F}{\pi d^3}$$

## Sollicitations Sinusoïdales quelconques

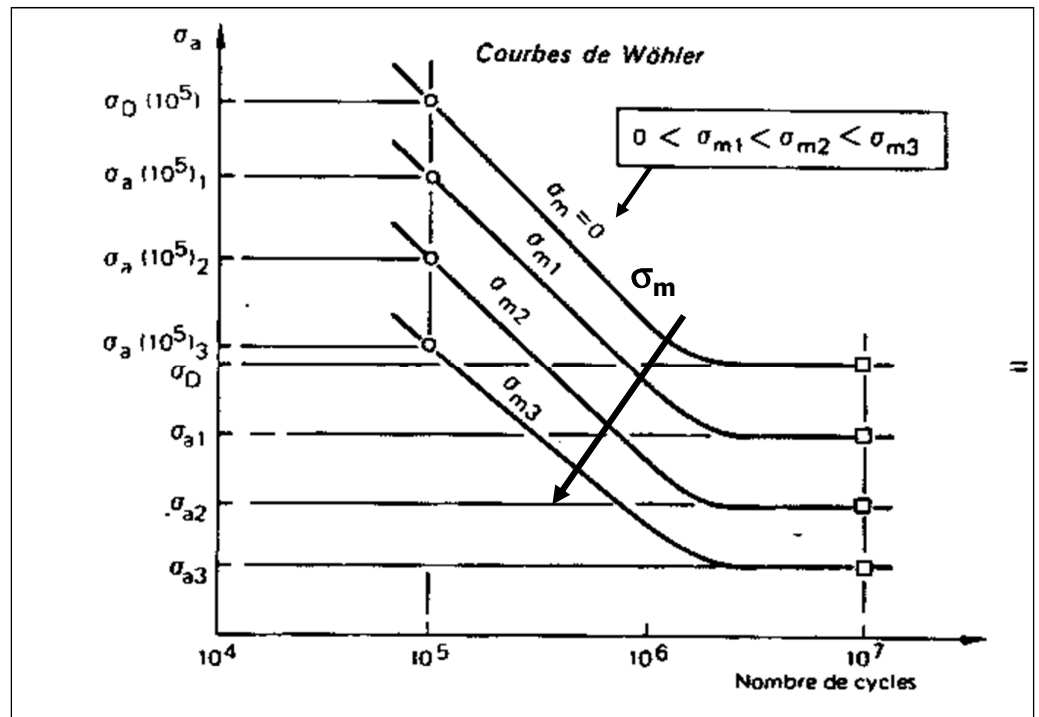


## Calcul de résistance à la fatigue pour $\sigma_m \neq 0$

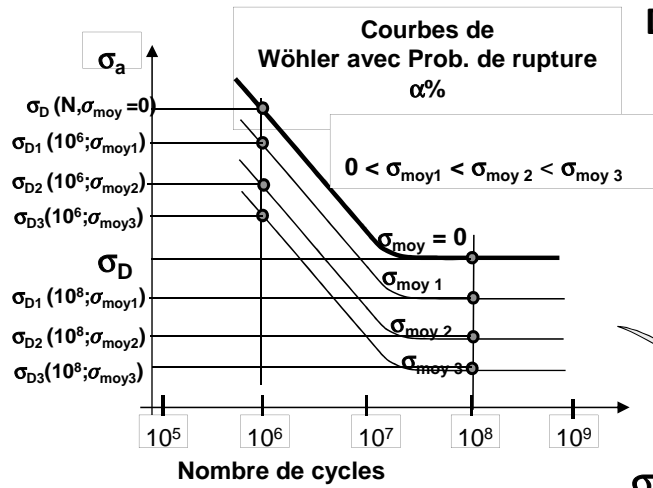
3-40

### Calcul de résistance à la fatigue Endurance d'une pièce (limite de fatigue) pour $\sigma_m \neq 0$

- Une contrainte de traction diminue la durée de vie
- Une contrainte de compression l'augmente

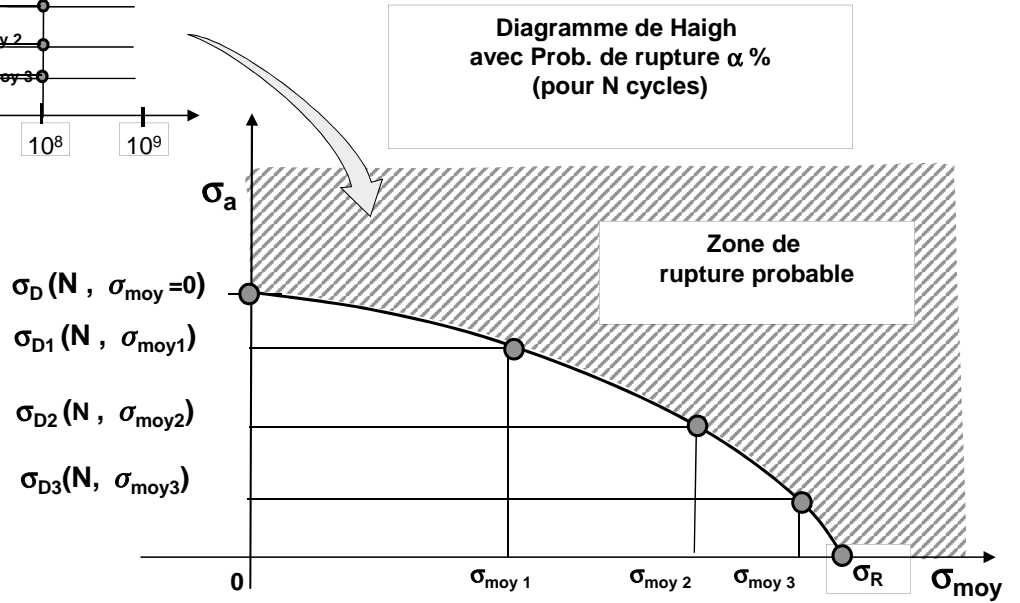


**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Endurance d'une pièce pour  $\sigma_m \neq 0$**



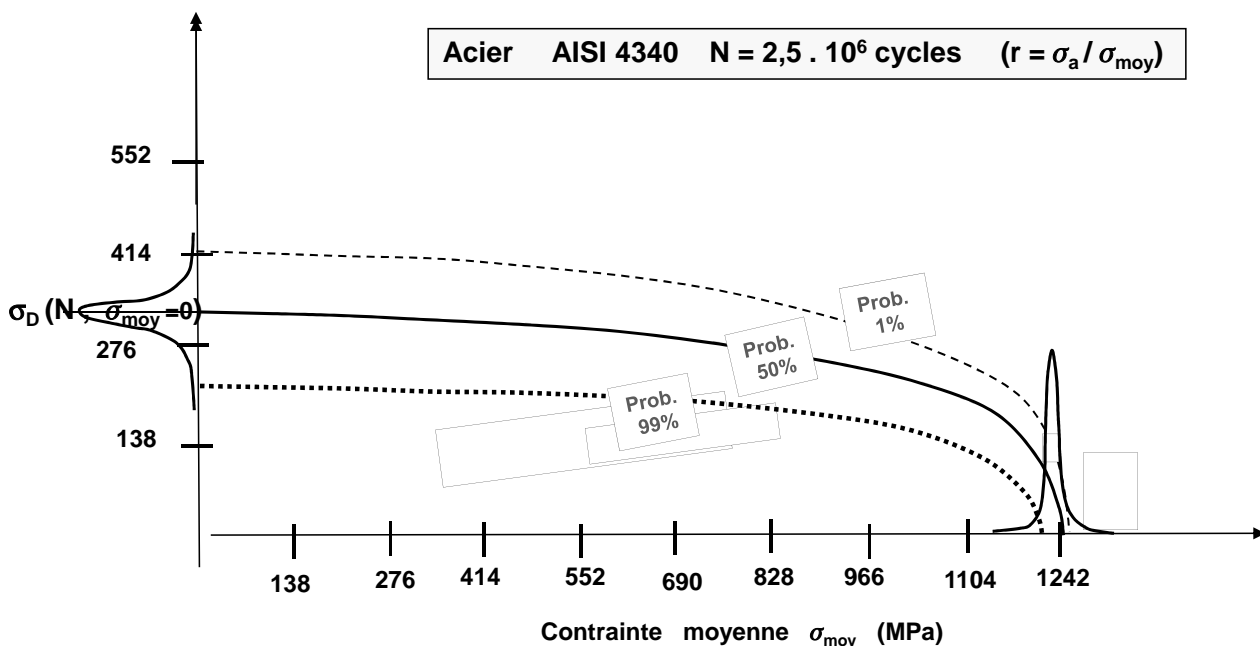
**Diagramme d'endurance, dit de HAIGH**

Les diagrammes d'endurance (**abscisse  $\sigma_m$  et ordonnée  $\sigma_a$** ) sont issus des courbes de Wöhler. Ils définissent l'ensemble des limites d'endurance  $\sigma_{D(N)}$  en fonction de la valeur de la contrainte moyenne pour un nombre de cycle N déterminé



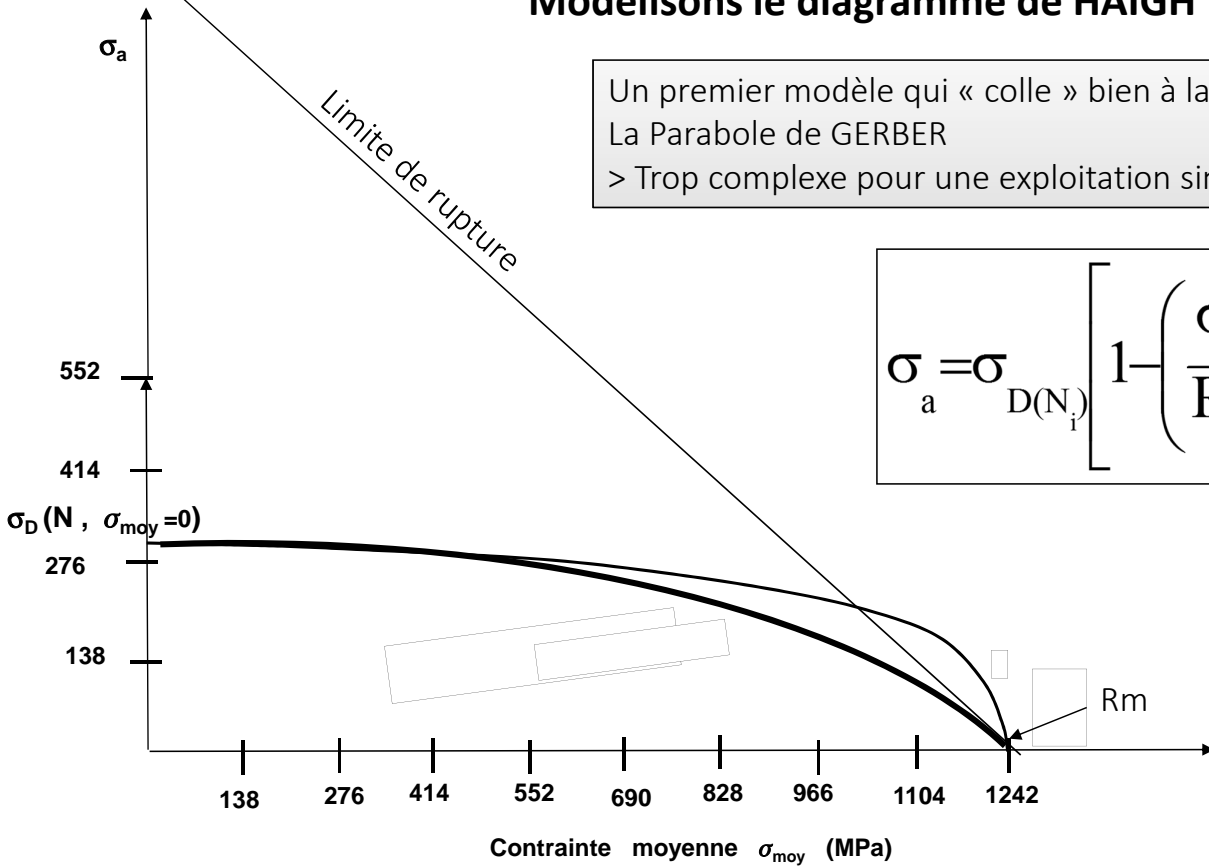
**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Endurance d'une pièce pour  $\sigma_m \neq 0$**

**N'oublions pas l'aspect PROBABILISTE qui se cache derrière ces graphiques !!!**



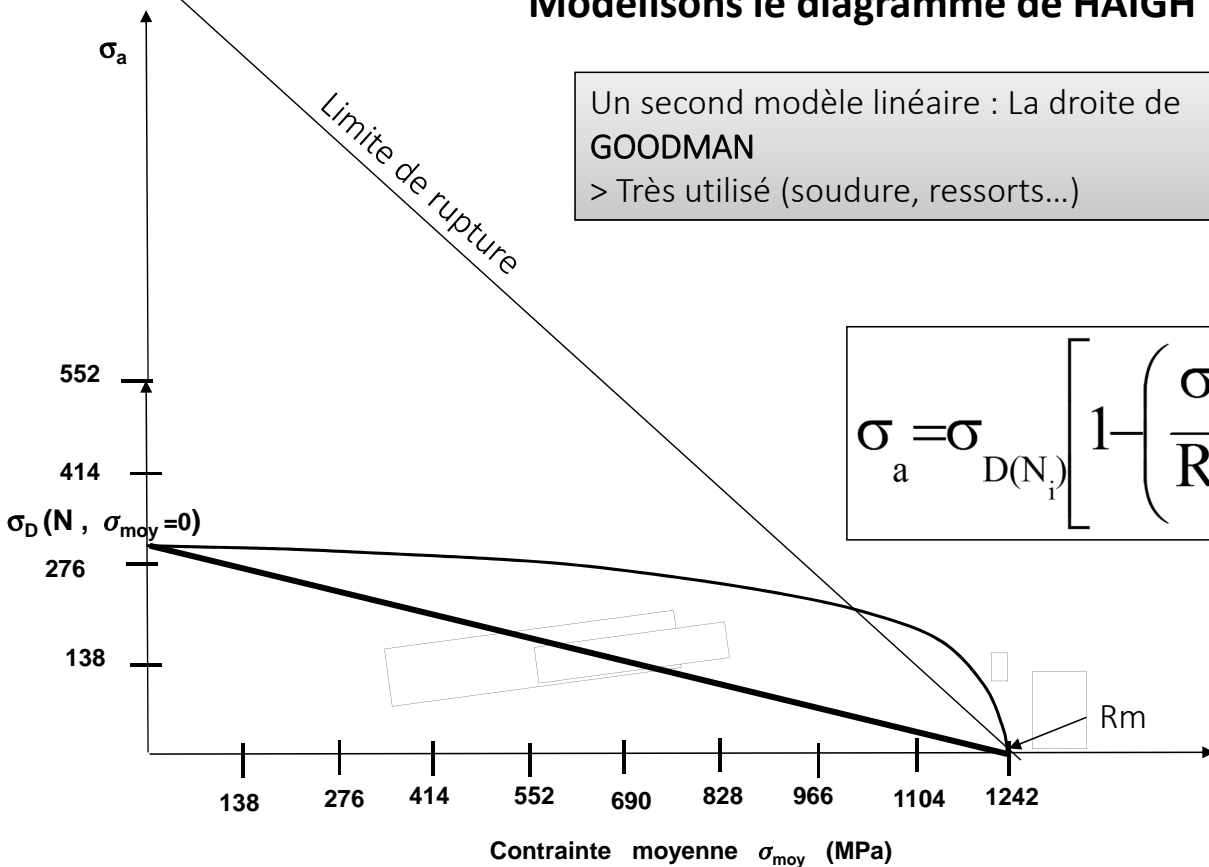
**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Endurance d'une pièce pour  $\sigma_m \neq 0$**

**Modélisons le diagramme de HAIGH**



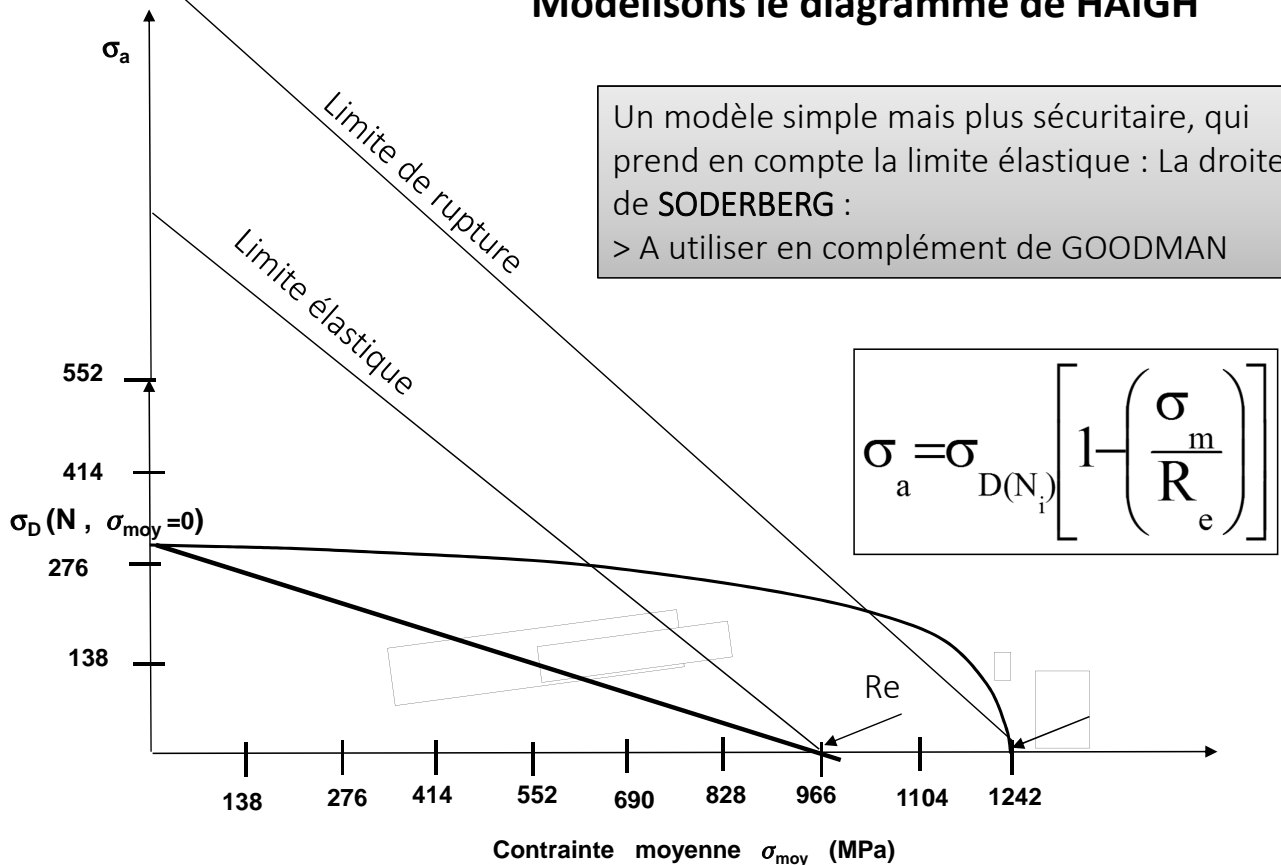
**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Endurance d'une pièce pour  $\sigma_m \neq 0$**

**Modélisons le diagramme de HAIGH**



## Calcul de résistance à la fatigue Endurance d'une pièce pour $\sigma_m \neq 0$

### Modélisons le diagramme de HAIGH



## Calcul de résistance à la fatigue Endurance d'une pièce pour $\sigma_m \neq 0$

Les résultats de test pour des matériaux ductiles\* montrent généralement une meilleure concordance avec le modèle parabolique de Gerber.

A cause de la dispersion des résultats d'expérience des tests de fatigue et le fait que les données sur des éprouvettes entaillées coïncident de meilleure manière avec le modèle linéaire de Goodman, il est courant dans la pratique de conception d'adopter la droite de Goodman plus conservative.

Si la conception de la pièce est basée sur un design élastique à la place d'un design à la rupture, chose courante en conception d'éléments de machine, alors on se tourne vers la droite de Soderberg.

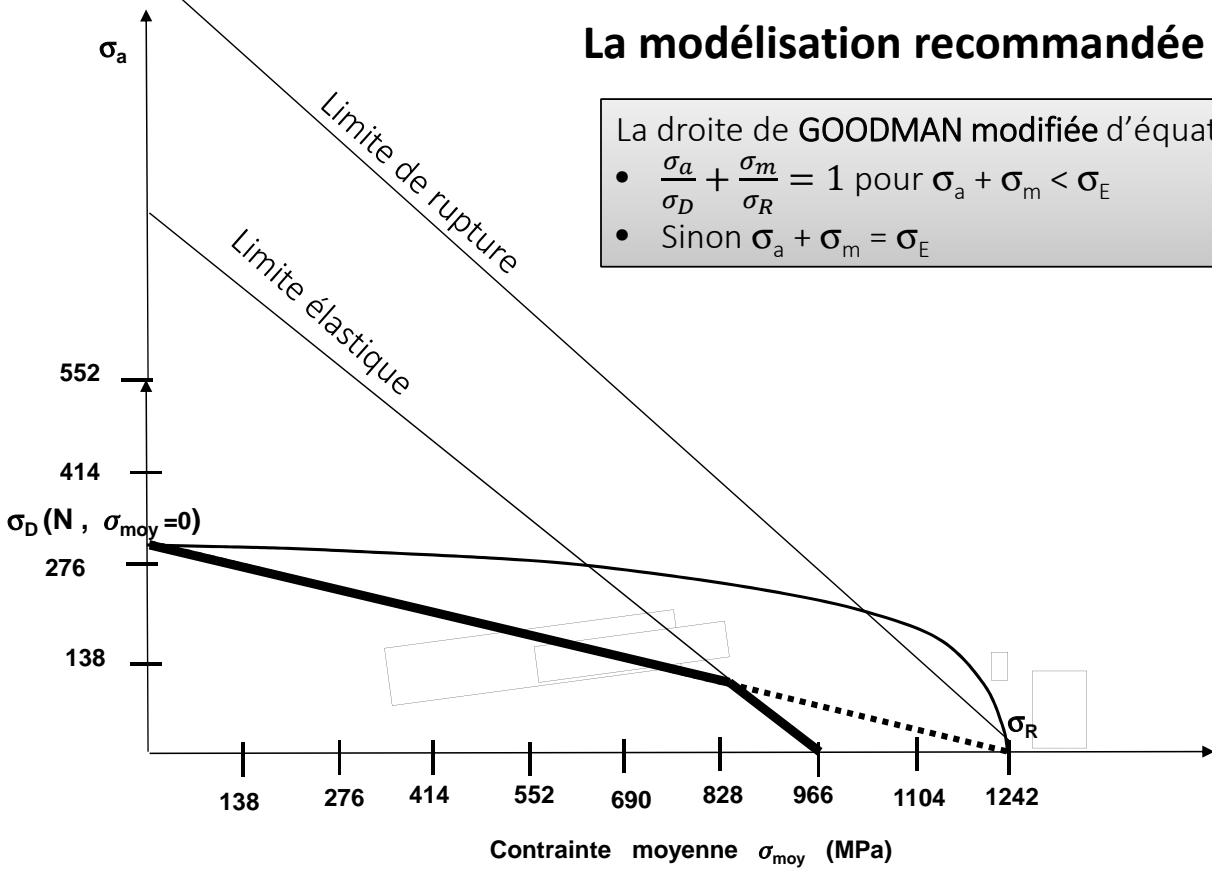
### CONCLUSION :

En accord avec l'expérience, la meilleure forme de diagramme de Haigh est celle du diagramme de Goodman modifiée par la limite élastique

\*ductilité : capacité à résister plus ou moins à l'étirement.



**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Endurance d'une pièce pour  $\sigma_m \neq 0$**



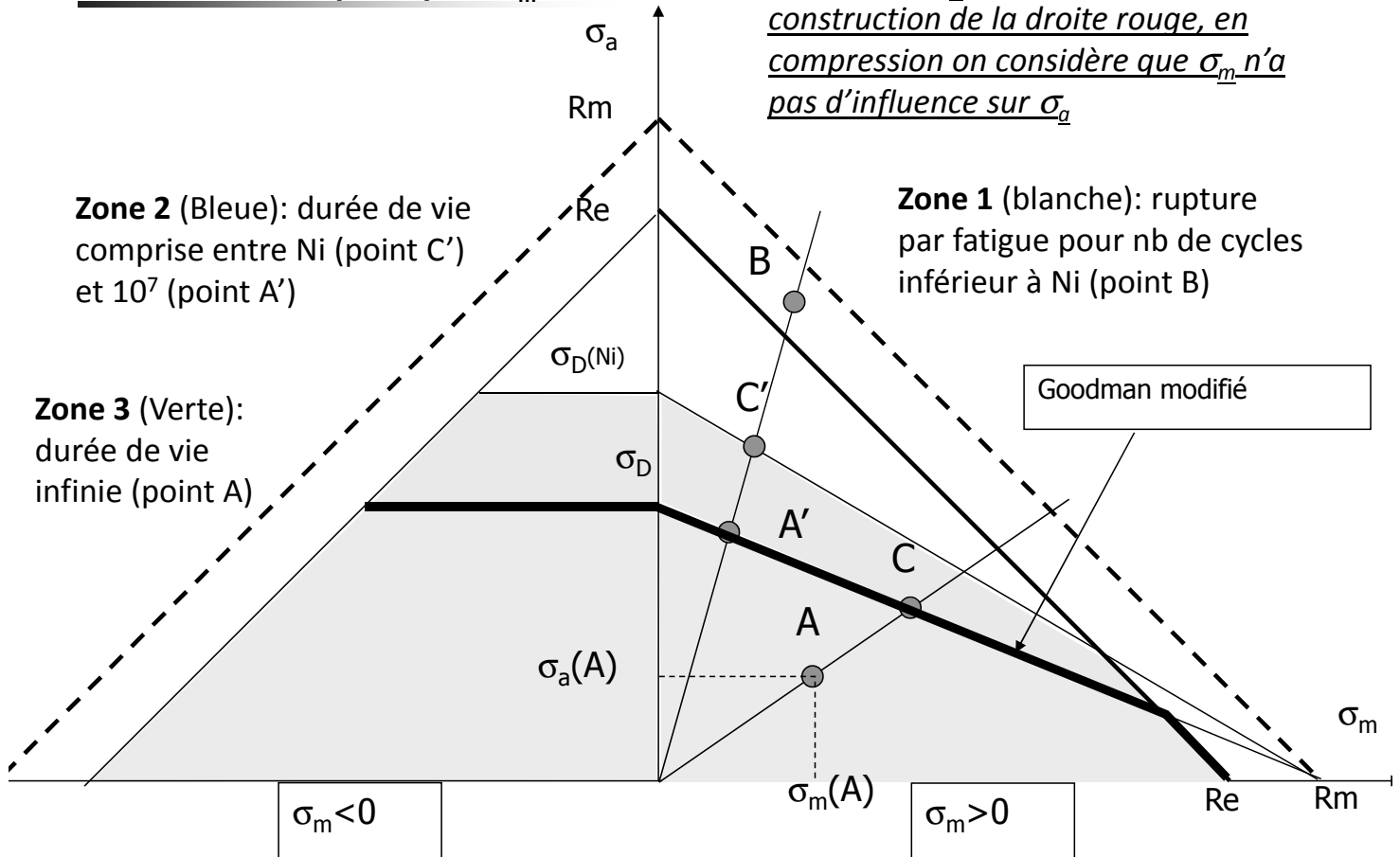
**La modélisation recommandée :**

La droite de GOODMAN modifiée d'équation :

- $\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \frac{\sigma_m}{\sigma_R} = 1$  pour  $\sigma_a + \sigma_m < \sigma_E$
- Sinon  $\sigma_a + \sigma_m = \sigma_E$

**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Endurance d'une pièce pour  $\sigma_m \neq 0$**

On connaît  $\sigma_D, Re$  et  $Rm$  :  
construction de la droite rouge, en  
compression on considère que  $\sigma_m$  n'a  
pas d'influence sur  $\sigma_a$



**Zone 2 (Bleue):** durée de vie comprise entre  $N_i$  (point C') et  $10^7$  (point A')

**Zone 1 (blanche):** rupture par fatigue pour nb de cycles inférieur à  $N_i$  (point B)

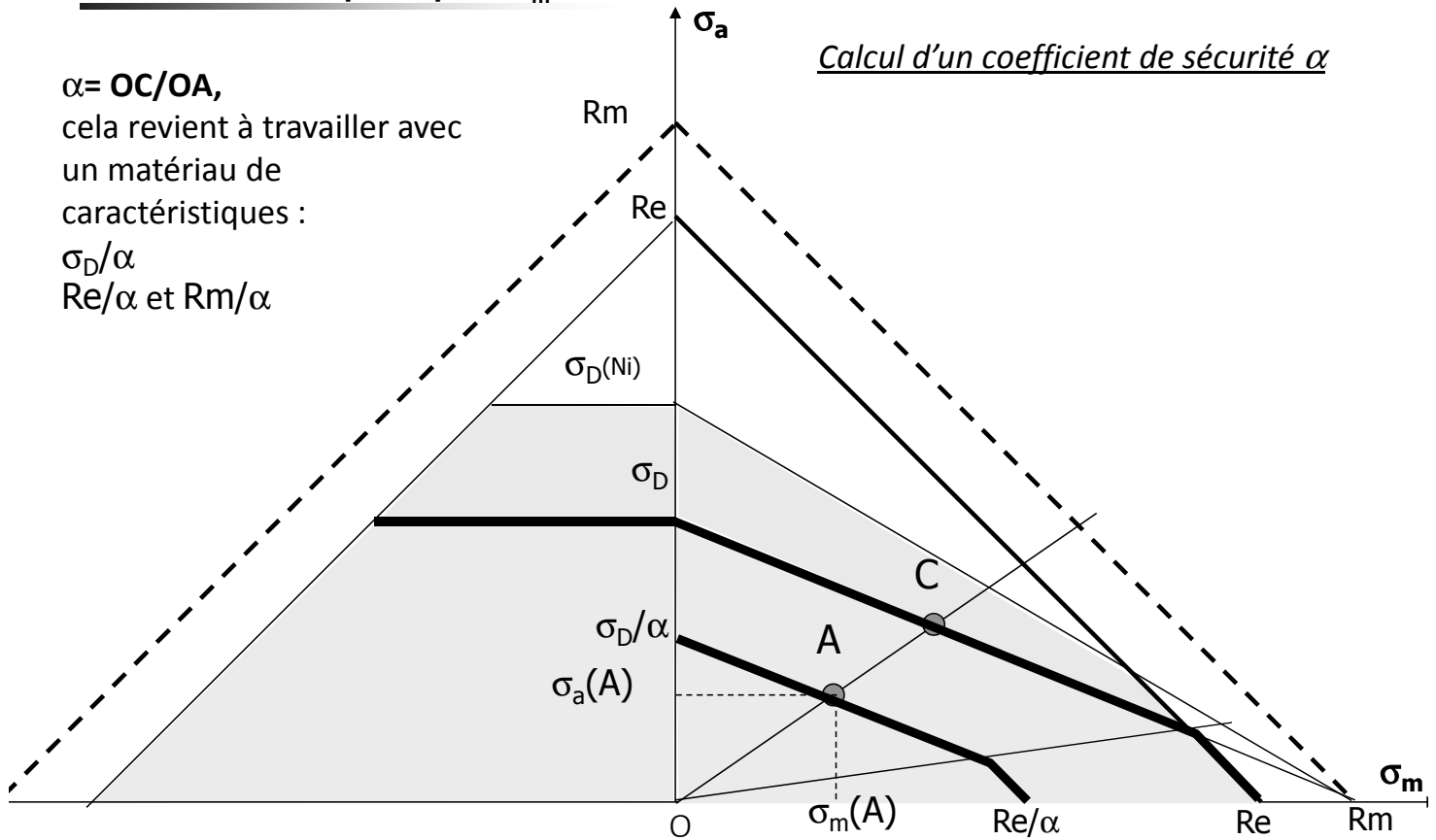
**Zone 3 (Verte):** durée de vie infinie (point A)

Goodman modifié

**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Endurance d'une pièce pour  $\sigma_m \neq 0$**

$\alpha = OC/OA$ ,  
 cela revient à travailler avec  
 un matériau de  
 caractéristiques :  
 $\sigma_D/\alpha$   
 $Re/\alpha$  et  $Rm/\alpha$

Calcul d'un coefficient de sécurité  $\alpha$



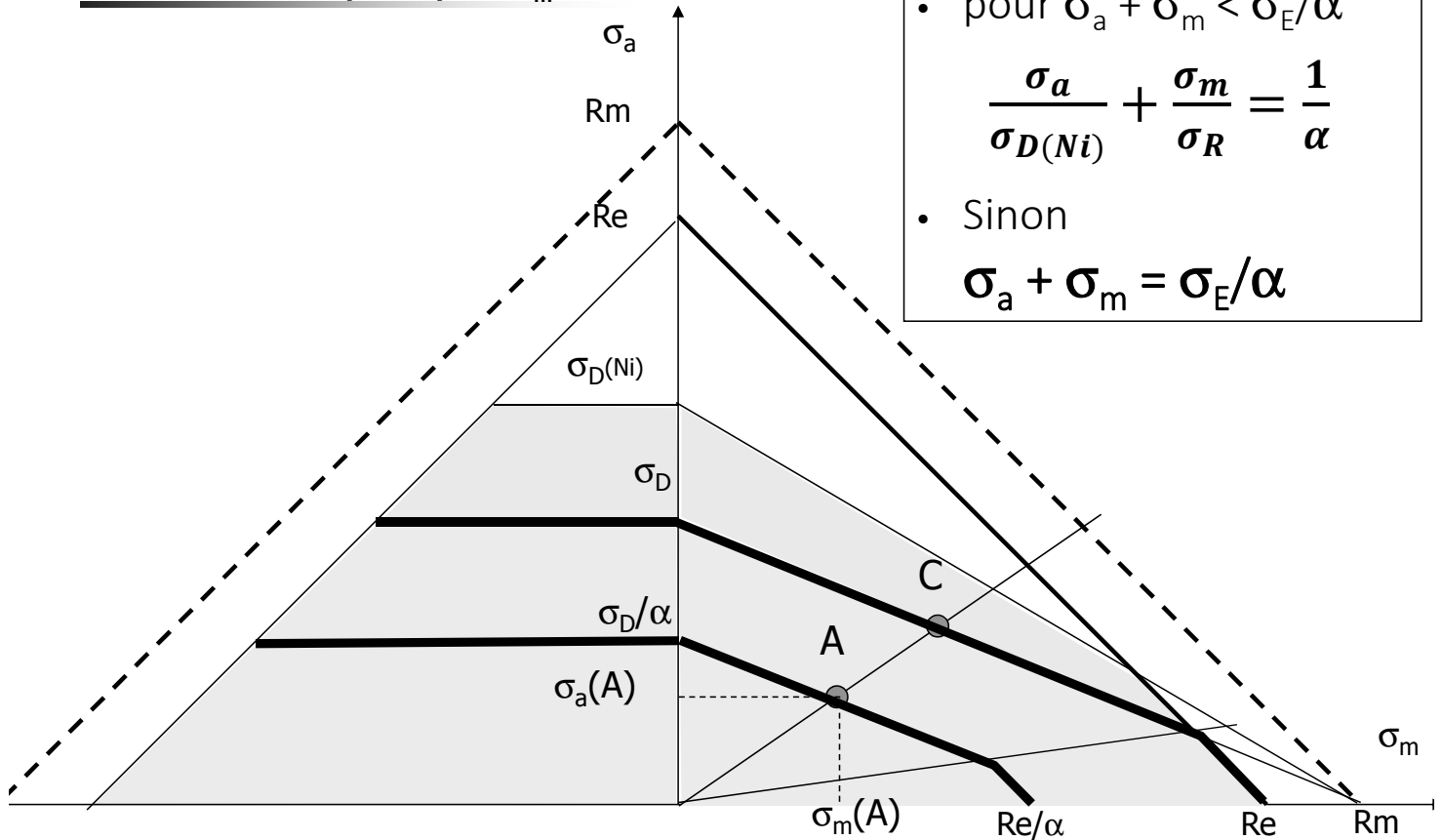
**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Endurance d'une pièce pour  $\sigma_m \neq 0$**

**Critère de Goodman modifié :**

- pour  $\sigma_a + \sigma_m < \sigma_E/\alpha$   

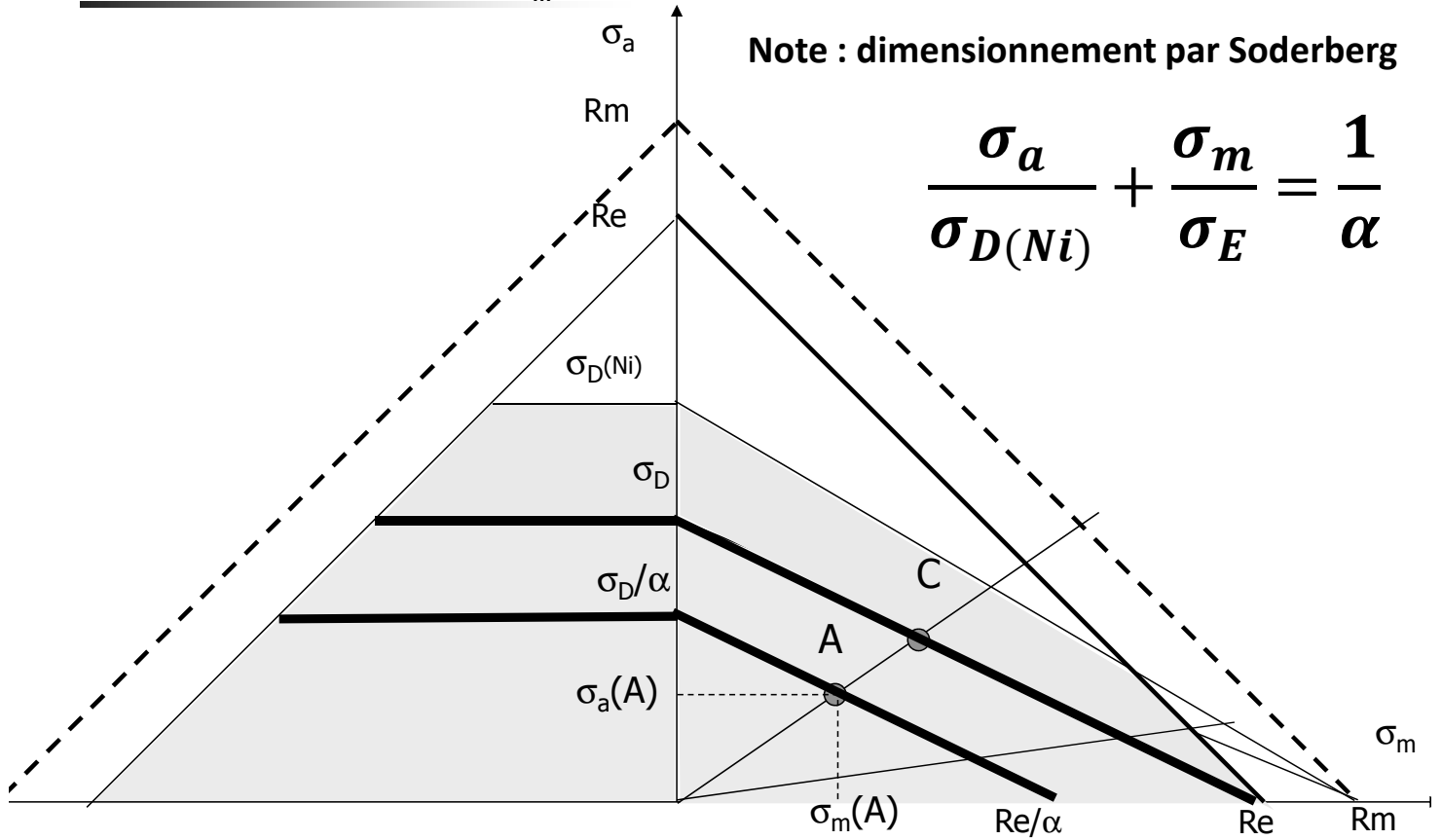
$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{D(Ni)}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_R} = \frac{1}{\alpha}$$
- Sinon  

$$\sigma_a + \sigma_m = \sigma_E/\alpha$$

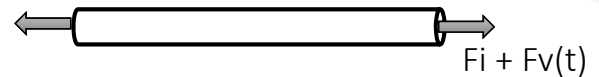


Pour un coefficient de sécurité  $\alpha$  donné

**Calcul de résistance à la fatigue**  
**Endurance d'une pièce pour  $\sigma_m \neq 0$**



**Exemple de calcul en fatigue**  
**Utilisation des facteurs de corrections de  $\sigma_D$**



Arbre en acier **étiré à froid** de **diamètre 40mm** :  $R_e=490\text{MPa}$ ,  $R_m=590\text{MPa}$ .

Soumis à une charge axiale initiale de 70 kN, et une charge variable de 0 à 100kN.

Aux extrémités une concentration de contraintes  $K_t=2.02$  pour  $r=5\text{mm}$ .

Calculer le facteur de sécurité pour une vie infinie et une **fiabilité de 90%**

Limite d'endurance du matériau:

$\sigma'_D(N)=0.5 \cdot R_m = 295\text{MPa}$  car  $R_m < 1300\text{Mpa}$

Limite d'endurance de la pièce:

$\sigma_D = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e \cdot k_f \cdot \sigma'_D$

$k_a = 0.76$

$k_b = 0.85$

$k_c = 0.897$

$k_d = 1$

$k_e = 1/K_f$  où  $K_f = q(K_t - 1) + 1$    
 $q = 0.86,$

$\rightarrow K_f = 0.86(2.02 - 1) + 1 = 1.877 \rightarrow k_e = 0.532$

$k_f = 1$  (aucun autre effet)

$\sigma_D = 0.76 \cdot 0.85 \cdot 0.897 \cdot 1 \cdot 0.532 \cdot 1 \cdot 295 = 90.9\text{ MPa}$

## Exemple de calcul en fatigue Calcul d'un coefficient de sécurité

### ■ Contraintes induites

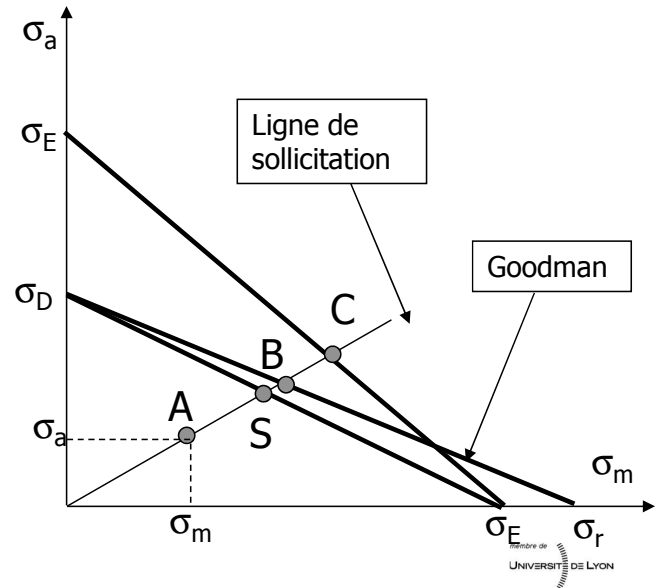
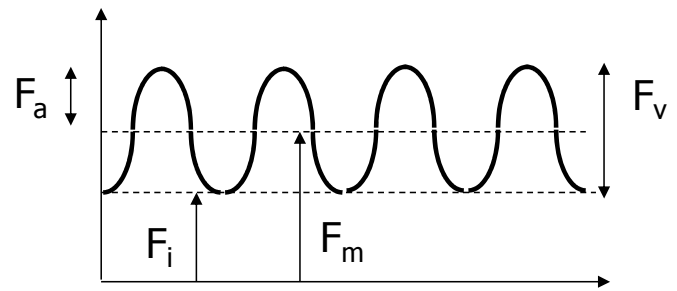
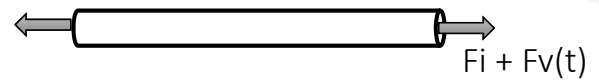
- $F_i=70\text{kN}$  ;  $F_v=100\text{kN}$   $\rightarrow F_a=F_v/2$
- $F_m=F_i+F_a=120\text{kN}$
- $A=\pi d^2/4=1.257 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
- $\rightarrow \sigma_a=F_a/A=39.8 \text{ MPa}$  ;
- $\rightarrow \sigma_m=F_m/A=95.5 \text{ MPa}$

### ■ Calcul du facteur de sécurité

- $\sigma_D=295 \text{ MPa}$  /  $90.9 \text{ MPa}$  ;  
 $\sigma_E=490 \text{ MPa}$  ;  $\sigma_R=590 \text{ MPa}$
- SODERBERG  $\alpha=OS/OA=3,03$  /  $1,58$
- GOODMAN  $\alpha=OB/OA=3,37$  /  $1,66$

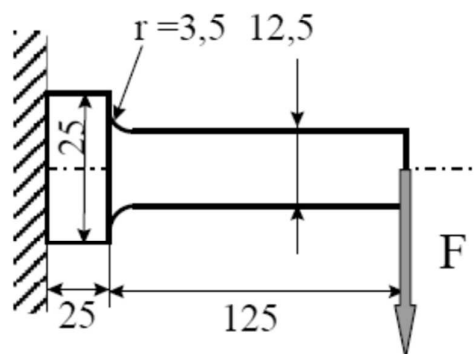
### ■ Sans tenir compte de la fatigue

$$\alpha' = \frac{\sigma_E}{\sigma_a + \sigma_m} = 3.62$$



## Application

Une poutre de section circulaire (figure suivante, dimensions en mm) en acier trempé revenu est encastree à l'une de ses et est soumise à une charge  $F$  qui varie sinusoidalement entre  $3F_0$  et  $-F_0$ . On cherche à déterminer l'effort  $F_0$  assurant une durée de vie infinie au système.

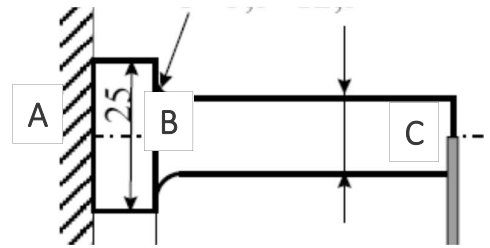
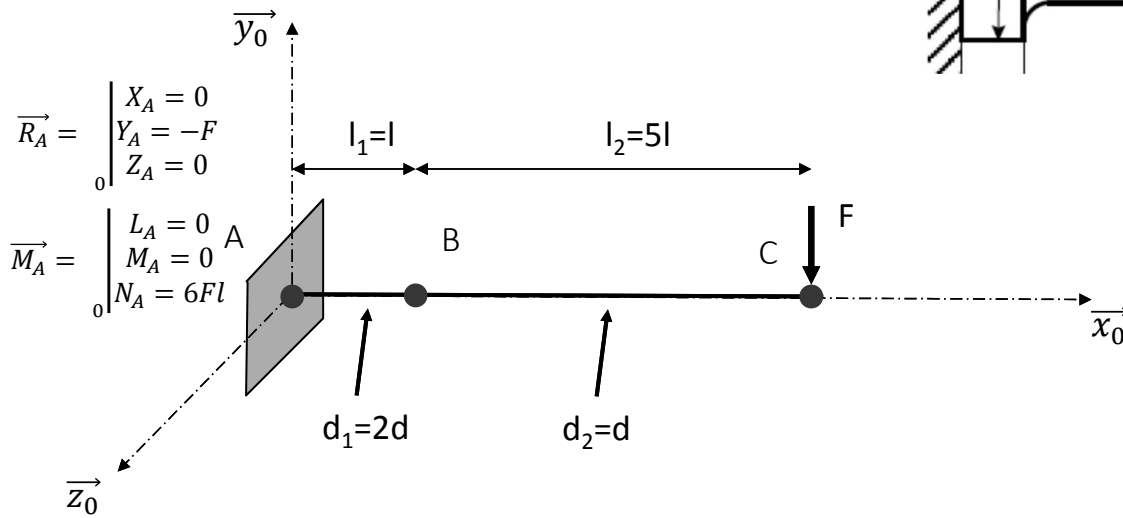


- 1- En négligeant dans un premier temps l'effort tranchant déterminer le point le plus sollicité et calculer les contraintes en ce point. On négligera dans cette première étape les concentrations de contraintes et le rayon de raccordement  $r$ ,
- 2- Toujours en négligeant l'effort tranchant, déterminer la valeur de  $F_0$  qui assure une durée de vie infinie,

Données :  $\sigma_r = 560 \text{ MPa}$   $\sigma_E = 480 \text{ MPa}$  -  $\sigma_D = 280 \text{ MPa}$

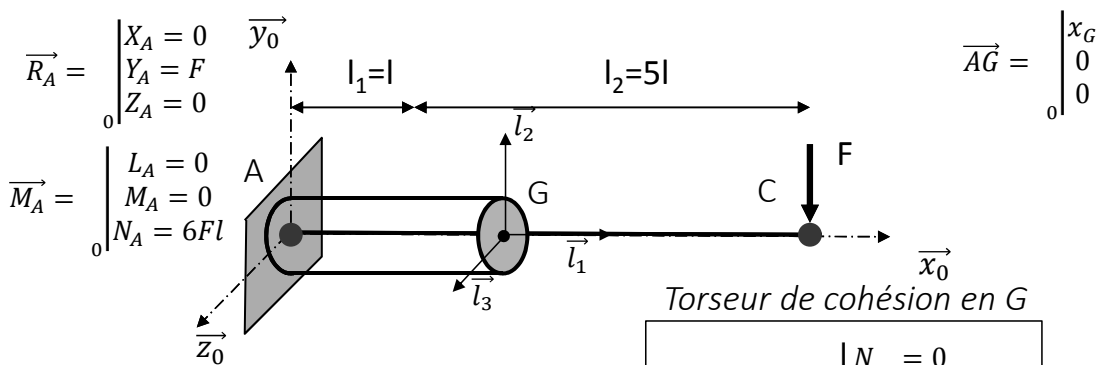
## Application

- Schéma de calcul : efforts à l'encastrement



## Application

- Torseur de cohésion - Contraintes



$$\sum \vec{F}_{ext/G} = \vec{0} = \begin{cases} X_A + N_1 = 0 \\ Y_A + T_2 = 0 \\ Z_A + T_3 = 0 \end{cases}$$

$$\sum \vec{M}_{ext/G}(G) = \vec{0} = \vec{M}_A + \vec{GA} \wedge \vec{R}_A + \vec{M}_D(G)$$

Torseur de cohésion en G

$$\vec{R}_{D/G} = \begin{cases} N = 0 \\ T_2 = -F \\ T_3 = 0 \end{cases}$$

$$\vec{M}_{D/G}(G) = \begin{cases} M_1 = 0 \\ M_2 = 0 \\ M_3 = F(x_G - 6l) \end{cases}$$

$$\sigma_{11} = \frac{N}{S(xG)} + \frac{M_2}{I_{22}(xG)} x_3 - \frac{M_3}{I_{33}(xG)} x_2 = -\frac{F(x_G - 6l)}{I_{33}(xG)} x_2$$

$$\sigma_{12} = \frac{T_2}{S(xG)} - \frac{M_1}{I_{11}(xG)} x_3 = \frac{-F}{S(xG)}$$

$$\sigma_{13} = \frac{T_3}{S(xG)} + \frac{M_1}{I_{11}(xG)} x_2 = 0$$

Contraintes section G

## Application

- Section critique

$$\sigma_{11} = -\frac{F(x_G - 6l)}{I_{33}(x_G)} x_2 \longrightarrow \text{Max en périphérie, } I_{33}/x_G \text{ max} \rightarrow A1 \text{ ou } B1$$

$$\sigma_{12} = \frac{-F}{S(x_G)} \longrightarrow \text{Max section B+}$$

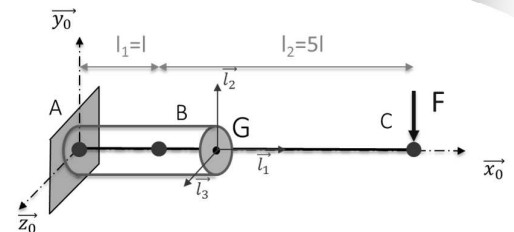
$$\sigma_{13} = 0$$

## Application

- Section critique

$$\overrightarrow{AA_1} = \begin{vmatrix} 0 \\ d_1/2 = d \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB_1^+} = \begin{vmatrix} l \\ d_1/2 = d/2 \\ 0 \end{vmatrix}$$



$$\overrightarrow{R_{D/G}} = \begin{vmatrix} N_1 = 0 \\ T_2 = -F \\ T_3 = 0 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{R_{D/G}} = \begin{vmatrix} N_1 = 0 \\ T_2 = -F \\ T_3 = 0 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_D(A)}_{\overline{G}} = \begin{vmatrix} M_1 = 0 \\ M_2 = 0 \\ M_3 = -6F \cdot l \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_D(B)}_{\overline{G}} = \begin{vmatrix} M_1 = 0 \\ M_2 = 0 \\ M_3 = -5F \cdot l \end{vmatrix}$$

$$S_1 = \pi d^2 \quad I_{33,1} = \frac{\pi d^4}{4}$$

$$S_2 = \frac{\pi d^2}{4} \quad I_{33,2} = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$\sigma_{11} = \frac{24F \cdot l}{\pi d^3}$$

$$\sigma_{12} = \frac{-F}{\pi d^2}$$

$$\sigma_{13} = 0$$

$$\sigma_{11} = \frac{160F \cdot l}{\pi d^3}$$

$$\sigma_{12} = \frac{-4F}{\pi d^2}$$

$$\sigma_{13} = 0$$

Dimensionnement à faire en B+

## Application

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \frac{160F.l}{\pi d^3} \\ \sigma_{12} &= \frac{-4F}{\pi d^2} \\ \sigma_{13} &= 0\end{aligned}$$

- Charge variable  $F = F_0(1 + 2 \sin(\omega t))$

→ contraintes variables

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \frac{160.l.F_0(1 + 2 \sin(\omega t))}{\pi d^3} \\ \sigma_{12} = \tau &= \frac{-4F_0(1 + 2 \sin(\omega t))}{\pi d^2}\end{aligned}$$

$$\sigma_a = \frac{160.l.2.F_0}{\pi d^3} \quad \sigma_m = \frac{160.l.F_0}{\pi d^3} \quad \tau_a = \frac{-8F_0}{\pi d^2} \quad \tau_m = \frac{-4F_0}{\pi d^2}$$

- A.N

$$\sigma_a = 1,3.F_0 \quad \sigma_m = 0,65.F_0 \quad \tau_a = -0,016.F_0 \quad \tau_m = -0,008.F_0$$

## Application

Données :  $\sigma_r = 560 \text{ MPa}$   $\sigma_E = 480 \text{ MPa}$  -  $\sigma_D = 280 \text{ MPa}$

$$\alpha_{secu} = 1$$

- Critère de résistance à la fatigue

$$\sigma_a = 1,3.F_0 \quad \sigma_m = 0,65.F_0 \quad \tau_a = -0,016.F_0 \quad \tau_m = -0,008.F_0$$

### 1- Cisaillement ( $\tau$ ) et coefficient de sur-contrainte négligés

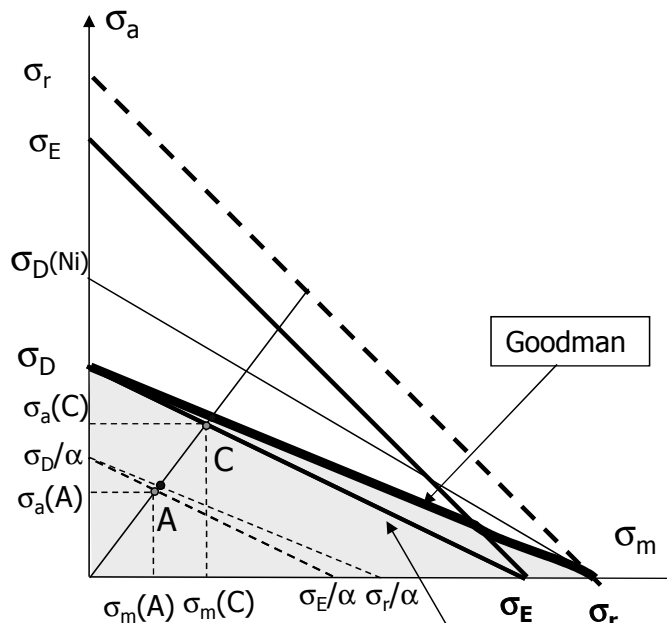
#### Soderberg

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \frac{\sigma_m}{\sigma_E} \leq \frac{1}{\alpha_{secu}}$$

$$\frac{1,3.F_0}{\sigma_D} + \frac{0,65.F_0}{\sigma_E} \leq \frac{1}{\alpha_{secu}}$$

$$F_0 \leq \frac{1}{\alpha_{secu}} \cdot \frac{1}{\frac{1,3}{\sigma_D} + \frac{0,65}{\sigma_E}}$$

$$F_0 \leq 166 \text{ N}$$



#### Goodman

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \frac{\sigma_m}{\sigma_r} \leq \frac{1}{\alpha_{secu}}$$

$$\frac{1,3.F_0}{\sigma_D} + \frac{0,65.F_0}{\sigma_r} \leq \frac{1}{\alpha_{secu}}$$

$$F_0 \leq \frac{1}{\alpha_{secu}} \cdot \frac{1}{\frac{1,3}{\sigma_D} + \frac{0,65}{\sigma_r}}$$

$$F_0 \leq 171 \text{ N}$$

## Application

- Critère de résistance à la fatigue

$$\sigma_a = 1,3 \cdot F_0 \quad \sigma_m = 0,65 \cdot F_0 \quad \tau_a = -0,016 \cdot F_0 \quad \tau_m = -0,008 \cdot F_0$$

## 2- Prise en compte du coefficient de sur-contrainte - cisaillement négligé

- → calcul de  $K_f$

$$K_f = q(K_t - 1) + 1$$

$$\sigma'_D = \frac{\sigma_D}{K_f}$$

$$\sigma'_{E,r} = \frac{\sigma_{E,r}}{K_t}$$

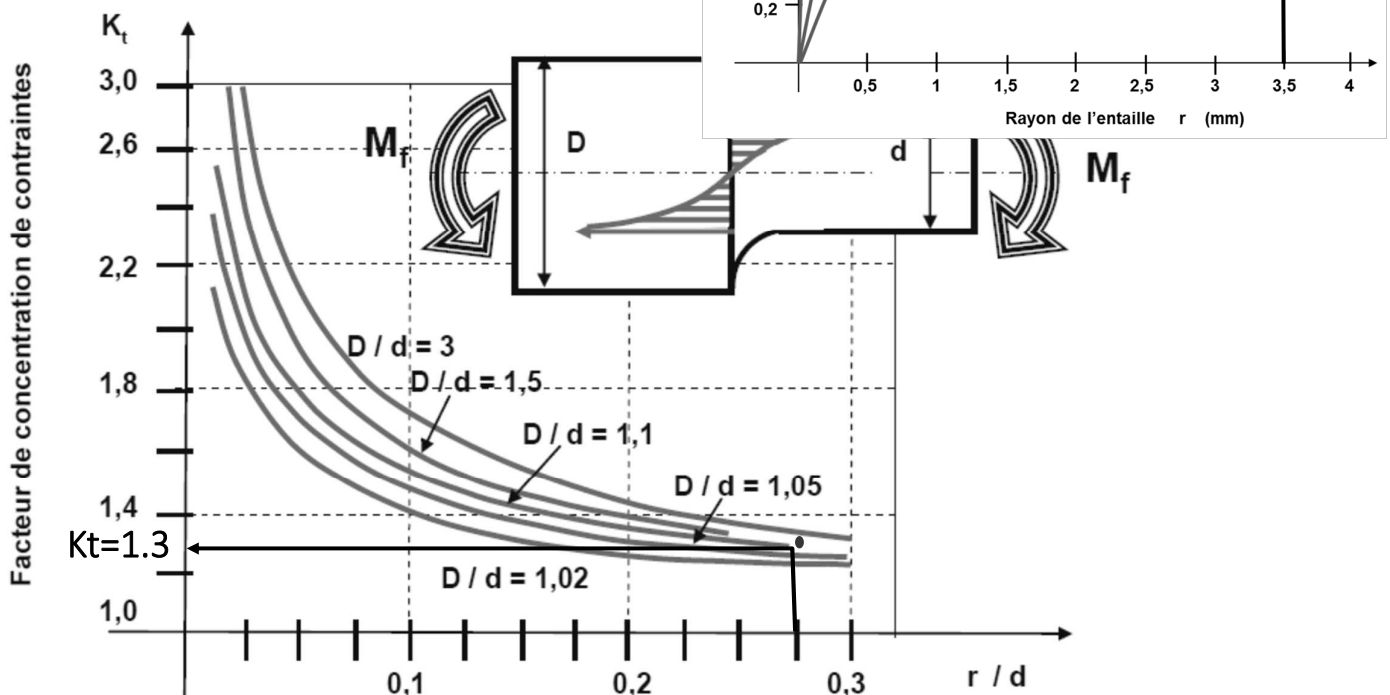
- Soderberg, Goodman

$$\frac{K_f \cdot \sigma_a}{\sigma_D} + \frac{K_t \cdot \sigma_m}{\sigma_E} \leq \frac{1}{\alpha_{secu}}$$

$$\frac{K_f \cdot \sigma_a}{\sigma_D} + \frac{K_t \cdot \sigma_m}{\sigma_r} \leq \frac{1}{\alpha_{secu}}$$

## Application

- $D/d=2, r/d=0.28$





## Application

- Critère de résistance à la fatigue

$$\sigma_a = 1,3.F_0 \quad \sigma_m = 0,65.F_0 \quad \tau_a = -0,016.F_0 \quad \tau_m = -0,008.F_0$$

### 3- Cisaillement pris en compte: état de contraintes multi-axial

→ calcul de contraintes équivalentes au sens de Von Mises

**Calcul de résistance à la  
fatigue en torsion pour  $\tau_m \neq 0$**

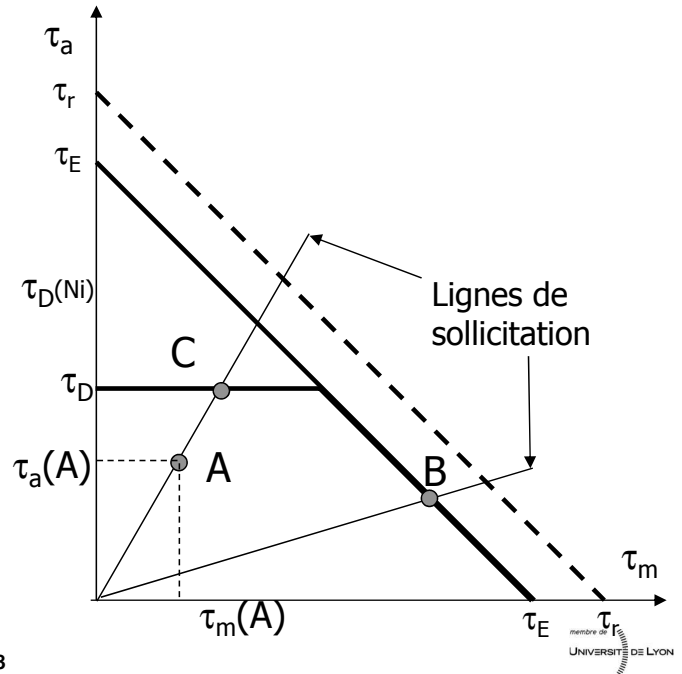
## Théorie de la limitation, Modélisation du diagramme de Haigh

### Diagramme de fatigue pour un matériau ductile en torsion pure

La résistance à la fatigue en cisaillement (torsion) est déterminée par analogie à la limite élastique à partir de l'hypothèse de l'énergie de distorsion :

$$\tau_E = \frac{\sigma_E}{\sqrt{3}} \quad \tau_D = \frac{\sigma_D}{\sqrt{3}}$$

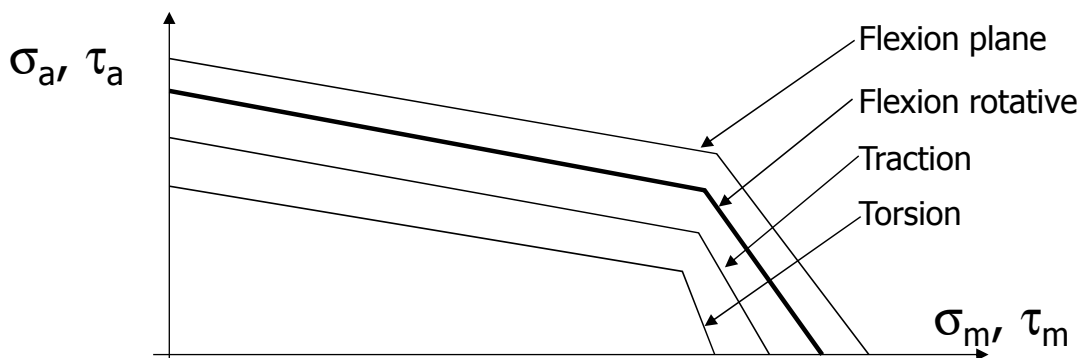
- **L'expérience** démontre que la contrainte moyenne n'a pas d'effet sur la limite d'endurance en torsion.
- Selon la pente de la ligne de sollicitation, la résistance de la pièce sera limitée par:
  - la ligne horizontale de limite de fatigue
  - la droite oblique limite élastique
- Facteur de sécurité
  - $\alpha = \tau_D / \tau_a$
  - $\alpha = \tau_E / (\tau_a + \tau_m)$



## Calcul de résistance à la fatigue

### Facteurs affectant la limite d'endurance $\sigma_D$ (pour $\sigma_m = 0$ )

### Type de sollicitations (flexion, traction, torsion, etc.)



	Résist. $\sigma_r$ daN/mm <sup>2</sup>	Flexion plane		Flexion rotative		Compression		Torsion	
		$\sigma_D$ daN/mm <sup>2</sup>	$\sigma_D/\sigma_r$	$\sigma_D$ daN/mm <sup>2</sup>	$\sigma_D/\sigma_r$	$\sigma_D$ daN/ mm <sup>2</sup>	$\sigma_D/\sigma_r$	$\sigma_D$ daN/mm <sup>2</sup>	$\sigma_D/\sigma_r$
Acier									
XC10	38	25.2	0.66	26.6	0.70	18.4	0.48	15	0.4
XC35	75	35.6	0.47	35.3	0.47			22.2	0.29
25CD4	105			49.4	0.47	48.2	0.46		

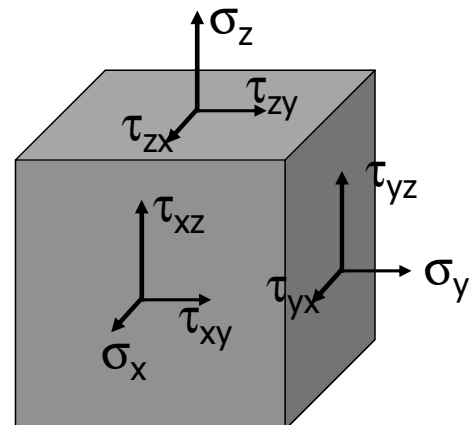
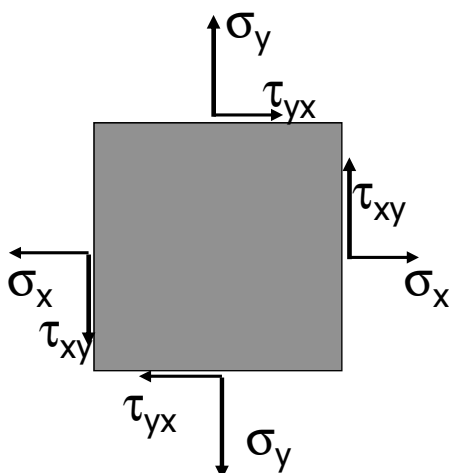
# Résistance à la fatigue pour contraintes variables combinées multi-axiales

3-70

## Résistance à la fatigue – Contraintes variables combinées multi axiales

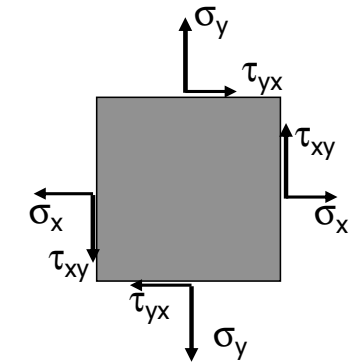
- Position du Pb – contraintes équivalentes
- Souvent les pièces de machines sont soumises à des contraintes bi-axiales ou tri-axiales variables
- Calculs de contraintes moyennes et alternées équivalentes :

$\sigma_{a\_equi}$  et  $\sigma_{m\_equi}$



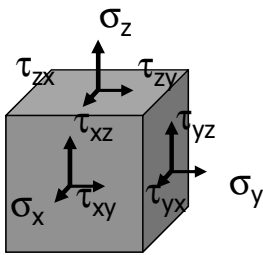
Résistance à la fatigue –  
 Contraintes variables combinées multi axiales

- Calcul des contraintes équivalentes  $\sigma_{a\_equi}$  et  $\sigma_{m\_equi}$



$$\sigma_{a\_equi} = \sqrt{\sigma_{x\_a}^2 + \sigma_{y\_a}^2 - \sigma_{x\_a} \cdot \sigma_{y\_a} + 3 \cdot \tau_{xy\_a}^2}$$

$$\sigma_{m\_equi} = \sqrt{\sigma_{x\_m}^2 + \sigma_{y\_m}^2 - \sigma_{x\_m} \cdot \sigma_{y\_m} + 3 \cdot \tau_{xy\_m}^2}$$



$$\sigma_{a\_equi} = \sqrt{\frac{(\sigma_{x\_a} - \sigma_{y\_a})^2 + (\sigma_{y\_a} - \sigma_{z\_a})^2 + (\sigma_{x\_a} - \sigma_{z\_a})^2 + 6(\tau_{xy\_a}^2 + \tau_{yz\_a}^2 + \tau_{zx\_a}^2)}{2}}$$

$$\sigma_{m\_equi} = \sqrt{\frac{(\sigma_{x\_m} - \sigma_{y\_m})^2 + (\sigma_{y\_m} - \sigma_{z\_m})^2 + (\sigma_{x\_m} - \sigma_{z\_m})^2 + 6(\tau_{xy\_m}^2 + \tau_{yz\_m}^2 + \tau_{zx\_m}^2)}{2}}$$

Résistance à la fatigue –  
 Contraintes variables combinées multi axiales

- Calcul des contraintes équivalentes  $\sigma_{a\_equi}$  et  $\sigma_{m\_equi}$  de Von Mises

$$\sigma_{m\_equi} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}$$

$$\sigma_{a\_equi} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$

→ Ensuite, utilisation des diagrammes d'endurances

## Application

- Critère de résistance à la fatigue

$$\sigma_a = 1,3.F_0 \quad \sigma_m = 0,65.F_0 \quad \tau_a = -0,016.F_0 \quad \tau_m = -0,008.F_0$$

### 3-Cisaillement pris en compte: état de contraintes multi-axial

- → calcul de contraintes équivalentes au sens de Von Mises

$$\sigma_{m\_equi} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} = 0,652.F_0$$

$$\sigma_{a\_equi} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = 1,304.F_0$$

- Application d'un des critères :

- Soderberg, Goodman  $\alpha_{secu} = 1$

$$F_0 \leq 166 N \quad F_0 \leq 171 N$$

→ Ici le cisaillement n'a aucun effet, on peut le négliger.

## Calcul dynamique à la fatigue d'un arbre de transmission

Méthode permettant de calculer un arbre à la fatigue quelque soit le type de sollicitation

- Calcul des contraintes
- Calcul des contraintes équivalentes
- Application du critère de Goodman modifié

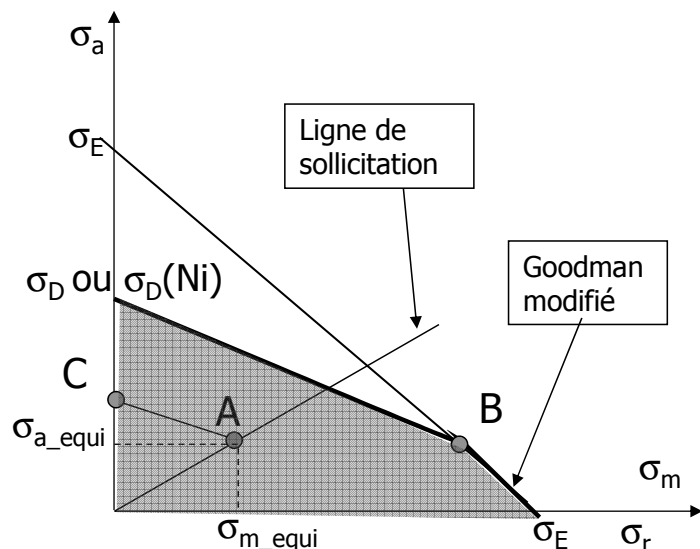
### Critère de Goodman modifié :

- pour  $\sigma_{a\_equi} + \sigma_{m\_equi} < \sigma_E/\alpha$

$$\frac{\sigma_{a\_equi}}{\sigma_{D(Ni)}} + \frac{\sigma_{m\_equi}}{\sigma_R} = \frac{1}{\alpha}$$

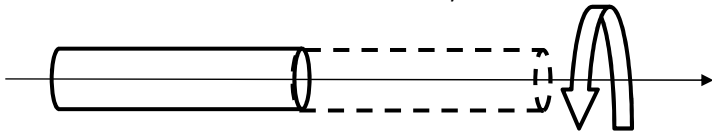
- Sinon

$$\sigma_{a\_equi} + \sigma_{m\_equi} = \sigma_E/\alpha$$



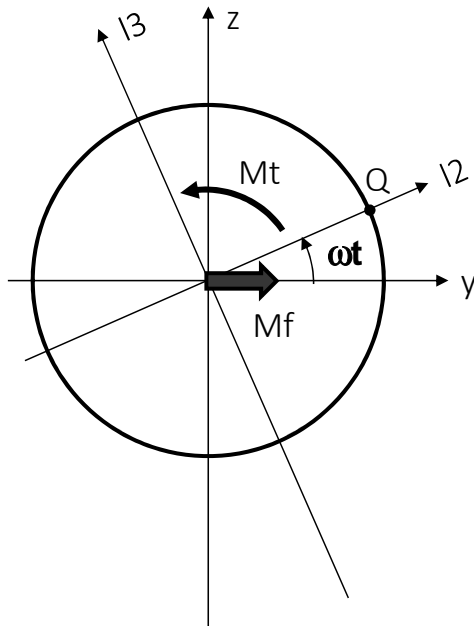
## Exemple – Calcul dynamique à la fatigue d'un arbre de transmission

Arbre en rotation en flexion / torsion



$$\begin{bmatrix} 0 & M_t \\ 0 & M_f \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{Rg}$$

Torseur de cohésion constant dans le repère global



$$\begin{bmatrix} 0 & M_1 = M_t \\ 0 & M_2 = M_f \cdot \cos(\omega t) \\ 0 & M_3 = M_f \cdot \sin(\omega t) \end{bmatrix}_{RL}$$

Torseur de cohésion variable dans le repère local

Contraintes en Q

$$\sigma_{11} = -\frac{M_f \sin(\omega t) d}{I_{33}} \frac{d}{2} = \frac{M_f d}{I_{33}} \frac{d}{2} \sin(\omega t) = \sigma_a \cdot \sin(\omega t)$$

$$\sigma_{12} = 0$$

$$\sigma_{13} = \frac{M_t d}{I_{11}} \frac{d}{2} = \tau_m$$

## Exemple – Calcul dynamique à la fatigue d'un arbre de transmission

- Calcul des contraintes équivalentes  $\sigma_a = \frac{M_f d}{I_{33}} \frac{d}{2}$   $\tau_m = \frac{M_t d}{I_{11}} \frac{d}{2}$

$$\sigma_{m\_equi} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} = \sqrt{3} \cdot \tau_m \quad \sigma_{a\_equi} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sigma_a$$

- Critère de résistance dynamique

$$\frac{\sigma_{m\_equi}}{\sigma_r} + \frac{\sigma_{a\_equi}}{\sigma_D} = \frac{1}{\alpha_{secu}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3} \cdot 16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3 \cdot \sigma_r} + \frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot d^3 \cdot \sigma_D} = \frac{1}{\alpha_{secu}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{\alpha_{secu} \sqrt{3} \cdot 16 \cdot M_t}{\pi \sigma_r} + \frac{32 \cdot M_f}{\pi \sigma_D}}$$

## Uniaxial

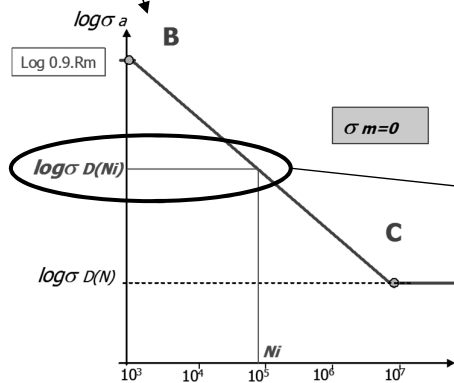
$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \cdot \sin(\omega t)$$

$$\sigma_m = 0$$

$$\sigma_m \neq 0$$

Utilisation directe  
Du diagramme de wöhler  
- loi de Wolher  
- loi de Basquin

Utilisation du diagramme de Haigh  
- Droite de Soderberg  
- Droite de Goodman  
- Goodman modifié

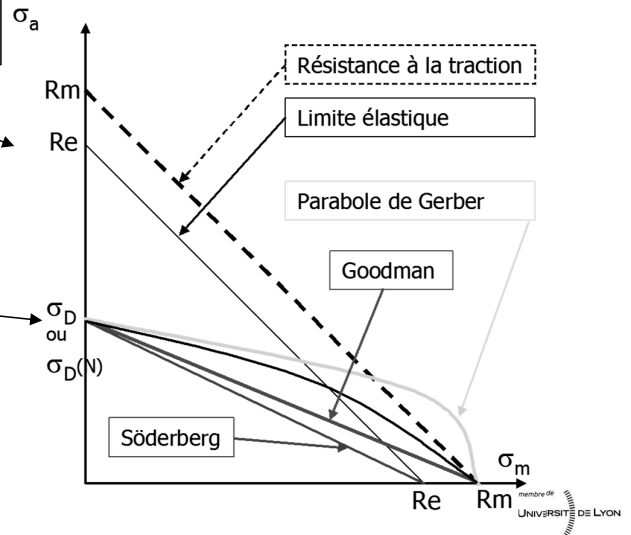


## Multi axial

$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \cdot \sin(\omega t)$$

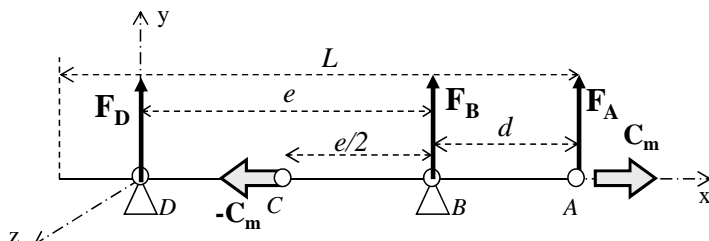
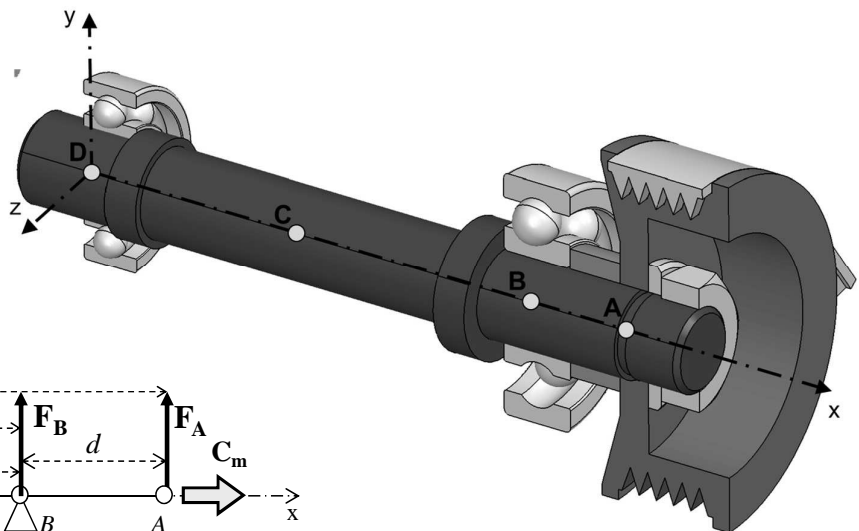
$$\tau = \tau_m + \tau_a \cdot \sin(\omega t)$$

$$\sigma_{equi} = \sigma_{m\_equi} + \sigma_{a\_equi} \cdot \sin(\omega t)$$



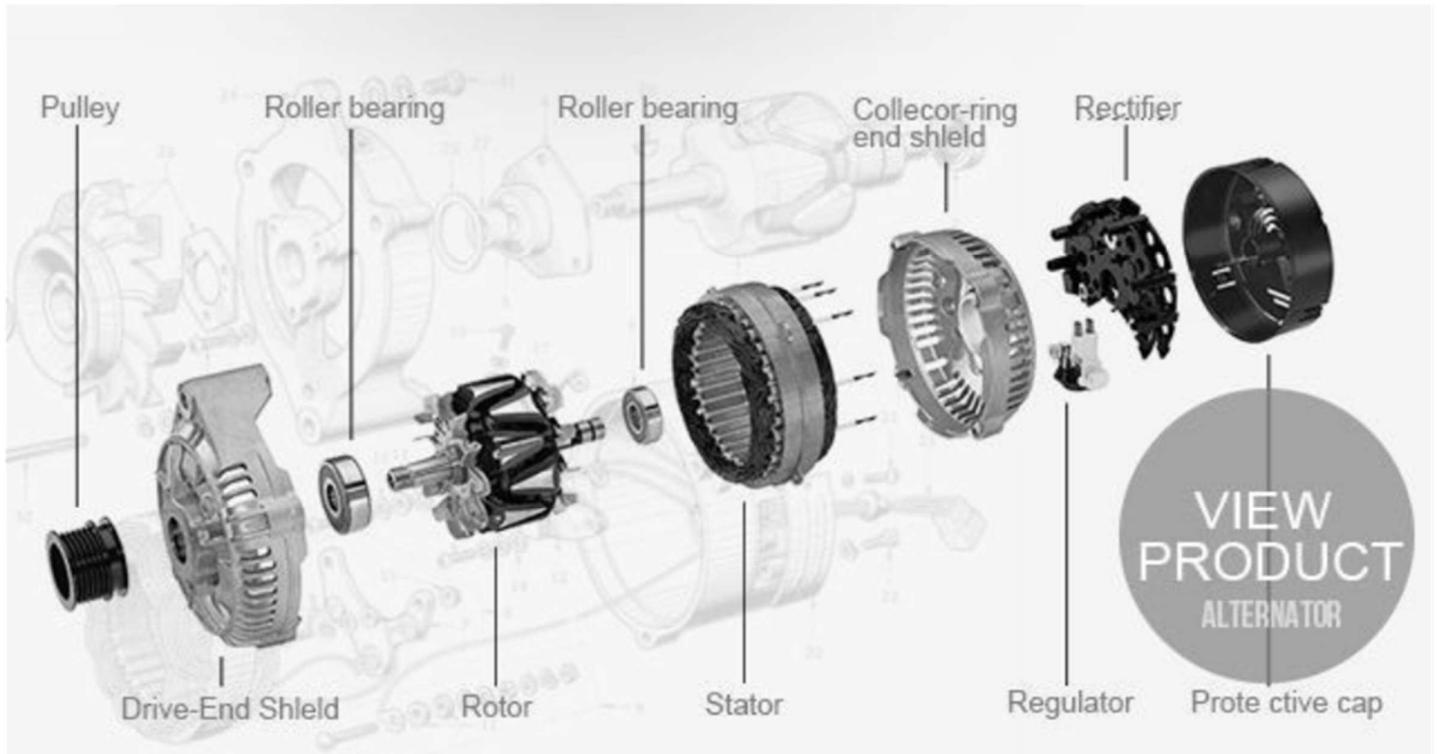
## Exemple: Arbre d'alternateur-démarrateur

- Schématisation
- Centres roulements
- Centre poulie
- Centre bobinage



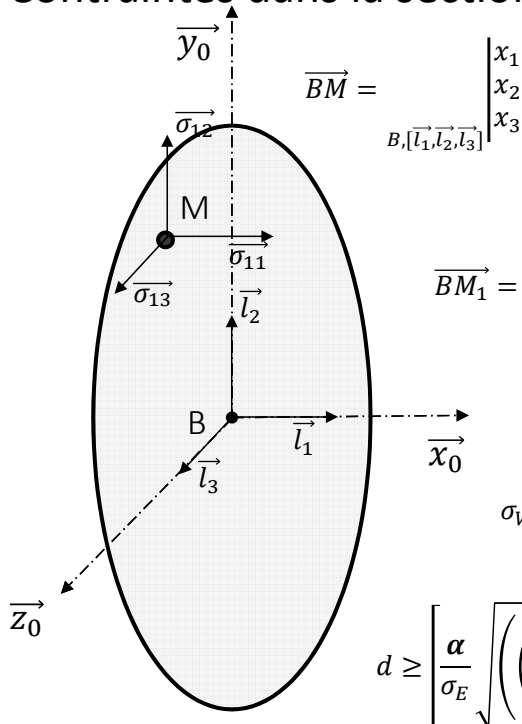
$L$	$e$	$d$	$F_A$	$C_m$
150 mm	100 mm	30 mm	-4000 N	80 N.m
$\sigma_r$	$\sigma_D$	$\sigma_E$		
700 MPa	300 MPa	600 MPa		

# Exemple: Arbre d'alternateur-démarrateur



## Exemple: Arbre d'alternateur-démarrateur, état de contraintes statique

- Contraintes dans la section B+



$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{N}{S} + \frac{M_2}{I_{22}} x_3 - \frac{M_3}{I_{33}} x_2 = \frac{50 * 64}{\pi d^4} x_2 \\ \sigma_{12} &= \frac{T_2}{S} - \frac{M_1}{I_{11}} x_3 = \frac{-2000}{\pi d^2} - \frac{80 * 32}{\pi d^4} x_3 \\ \sigma_{13} &= \frac{T_3}{S} + \frac{M_1}{I_{11}} x_2 = \frac{80 * 32}{\pi d^4} x_2 \end{aligned}$$

$$\vec{BM}_1 = \begin{vmatrix} 0 \\ d/2 \\ 0 \end{vmatrix}_{B, [\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3]}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{50 * 64 d}{\pi d^4 * 2} = \frac{50 * 32}{\pi d^3} \\ \sigma_{12} &= \frac{-2000}{\pi d^2} \\ \sigma_{13} &= \frac{80 * 16}{\pi d^3} \end{aligned}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_{11}^2 + 3(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2)}$$

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_{11} \\ \tau = \sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2} \end{cases}$$

$$d \geq \left[ \frac{\alpha}{\sigma_E} \sqrt{\left( \left( \frac{M_{2,3} * 32}{\pi} \right)^2 + 3 \left( \frac{M_1 * 16}{\pi} \right)^2 \right)} \right]^{\frac{1}{3}}$$

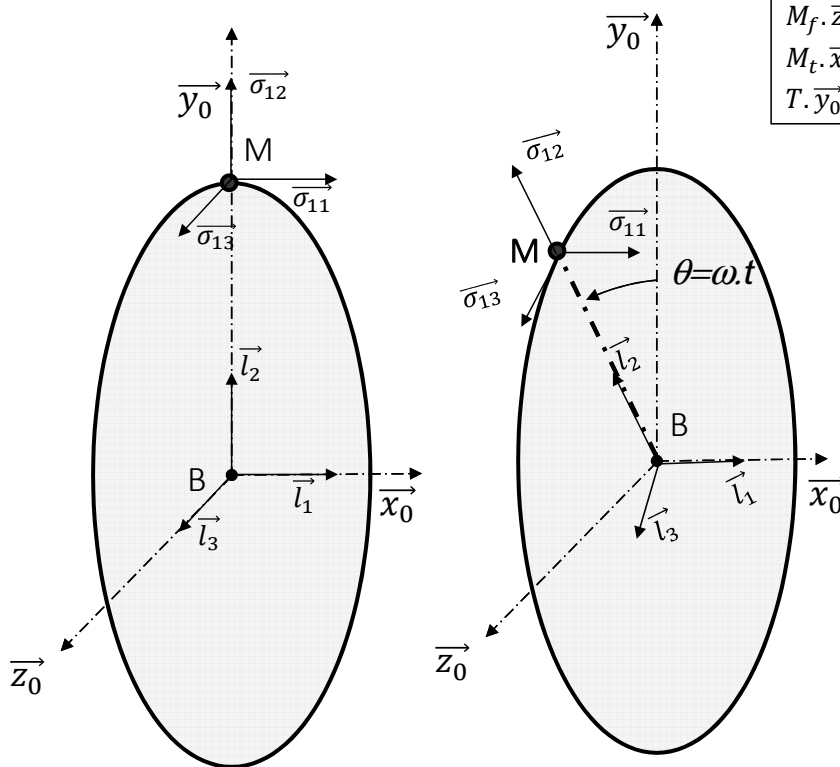
$\alpha=1 \rightarrow d=11,3 \text{ mm}$   
 $\alpha=2 \rightarrow d= 14,3 \text{ mm}$

Calculs réalisés dans le CM de rappel



## Exemple: Arbre d'alternateur, l'arbre tourne → le chargement?

- Le chargement est constant dans le repère 0, mais **variable** dans le repère local



$$M_f \cdot \vec{z}_0 = -50 \cdot (\vec{z}_0) = -50 \cdot (\cos(\omega t) \vec{l}_3 + \sin(\omega t) \vec{l}_2)$$

$$M_t \cdot \vec{x}_0 = 80 \cdot (\vec{x}_0) = 80 \cdot (\vec{l}_1)$$

$$T \cdot \vec{y}_0 = -2000 \cdot \vec{y}_0 = -2000 \cdot (\cos(\omega t) \vec{l}_2 - \sin(\omega t) \vec{l}_3)$$

$$\sigma_{11} = \frac{-50 \sin(\omega t)}{I_{22}} x_3 - \frac{-50 \cdot \cos(\omega t)}{I_{33}} x_2$$

$$\sigma_{12} = \frac{-2000 \cdot \cos(\omega t)}{S} - \frac{80}{I_{11}} x_3$$

$$\sigma_{13} = \frac{2000 \cdot \sin(\omega t)}{S} + \frac{80}{I_{11}} x_2$$

$$\vec{BM} = \begin{vmatrix} 0 \\ d/2 \\ 0 \end{vmatrix}_{B, [\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3]}$$

$$\sigma_{11} = \frac{50 \cdot d}{\pi d^4 / 64 \cdot 2} \cos(\omega t)$$

$$\sigma_{12} = \frac{-2000}{\pi d^2 / 4} \cos(\omega t)$$

$$\sigma_{13} = \frac{2000}{\pi d^2 / 4} \sin(\omega t) + \frac{80 \cdot d}{\pi d^4 / 32 \cdot 2}$$

## Exemple: Arbre d'alternateur, dynamique → fatigue

- Arbre tournant → contraintes variables?
  - Oui pour la flexion → alternée

$$\sigma_{11} = \sigma_f = \frac{50 \cdot 64 d}{\pi d^4} \frac{1}{2} \cos(\omega t) = \frac{50 \cdot 32}{\pi d^3} \cos(\omega t) = \sigma_a \cos(\omega t)$$

- Oui pour le cisaillement dû à l'effort tranchant → alternée

$$\sigma_{12} = \frac{-2000 \cdot \cos(\omega t)}{\pi d^2 / 4} = \tau_a \cos(\omega t)$$

- Non pour la torsion → contrainte moyenne

$$\sigma_{13} = \frac{2000 \cdot \sin(\omega t)}{\pi d^2 / 4} + \frac{80 \cdot 16}{\pi d^3 / 32} = \tau_a \sin(\omega t) + \tau_m$$

- état de contraintes multi axial
  - calcul de contrainte alternée et moyenne équivalente
  - critère de résistance

## Exemple: Arbre d'alternateur-démarrateur, dynamique → fatigue

- Contraintes  $\sigma_{m\_equi}$  et  $\sigma_{a\_equi}$ ,

$$\sigma_{m\_equi} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} = \sqrt{3} \cdot \tau_m \quad \sigma_{a\_equi} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sigma_a$$

- La contrainte due à l'effort tranchant est négligée (terme en  $d^2$ ) « gênant »

- critère de résistance à la fatigue:

$$\frac{\sigma_{m\_equi}}{\sigma_r} + \frac{\sigma_{a\_equi}}{\sigma_D} = \frac{1}{\alpha_{secu}}$$

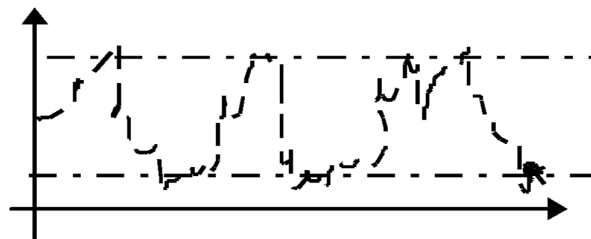
$$\frac{\sqrt{3} \cdot 16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3 \cdot \sigma_r} + \frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot d^3 \cdot \sigma_D} = \frac{1}{\alpha_{secu}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{\alpha_{secu} \sqrt{3} \cdot 16 \cdot M_t}{\pi \cdot \sigma_r} + \frac{32 \cdot M_f}{\sigma_D}}$$

$$\begin{aligned} \alpha=1 &\rightarrow d=11,3 \text{ mm} \\ \alpha=2 &\rightarrow d=14,3 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha=1 &\rightarrow d=13,9 \text{ mm} \\ \alpha=2 &\rightarrow d=17,6 \text{ mm} \end{aligned}$$

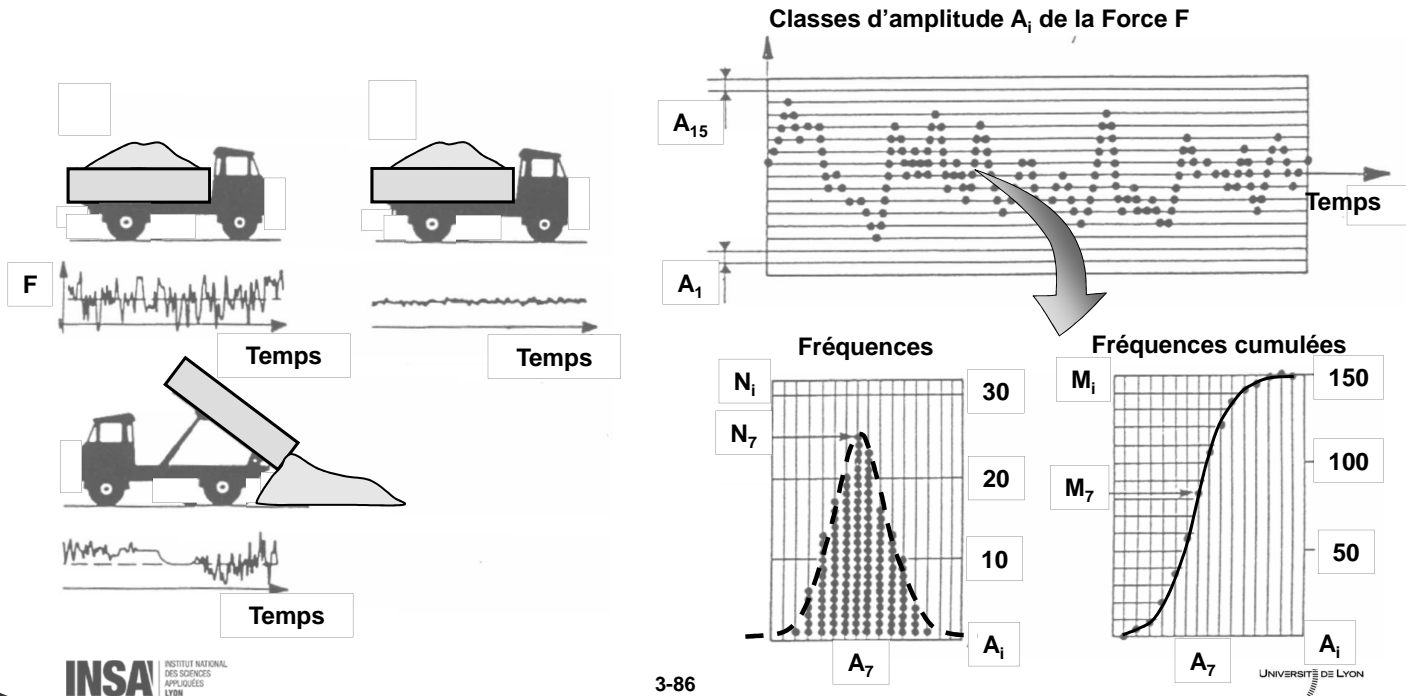
Sollicitations aléatoires



**Spectre de charge – contraintes**

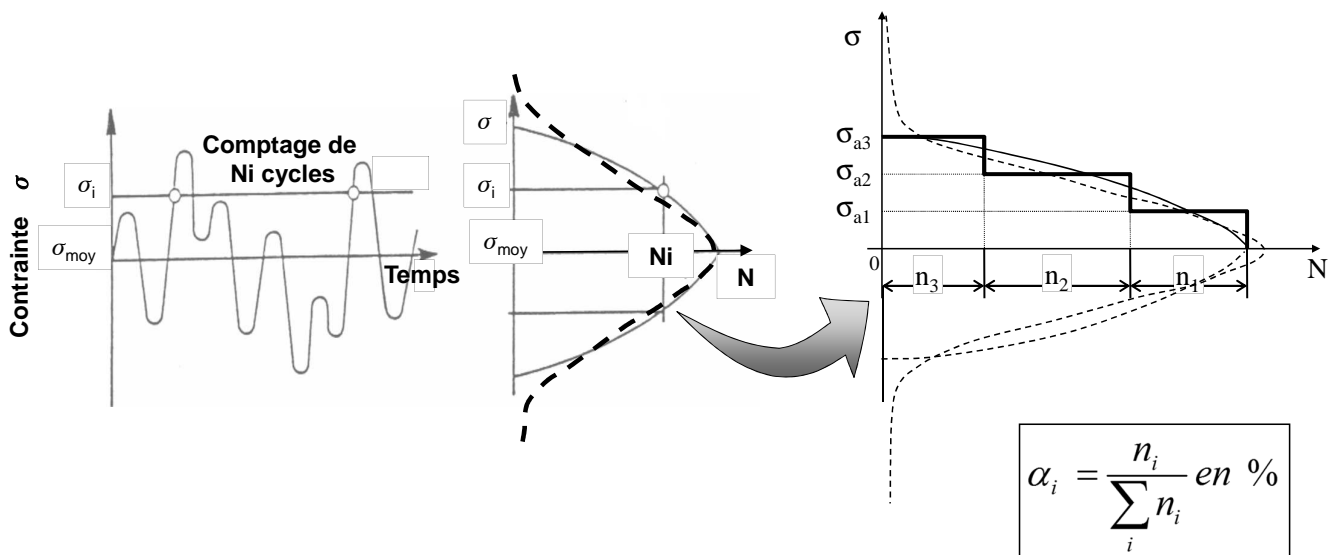
## Cas des cycles à contraintes variables Endommagement cumulatif

- Position du Pb
  - Une pièce dans sa vie subit des sollicitations alternées dont les amplitudes varient au cours du temps



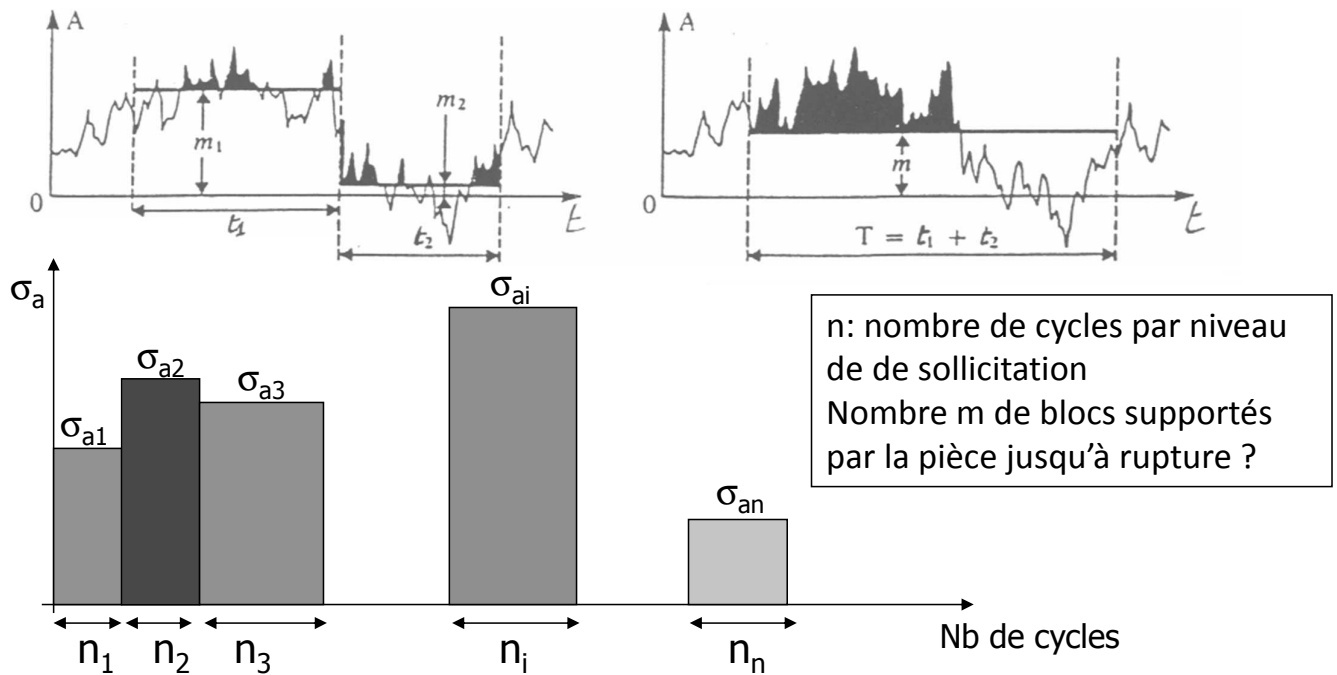
## Cas des cycles à contraintes variables Endommagement cumulatif

- Spectre des contraintes



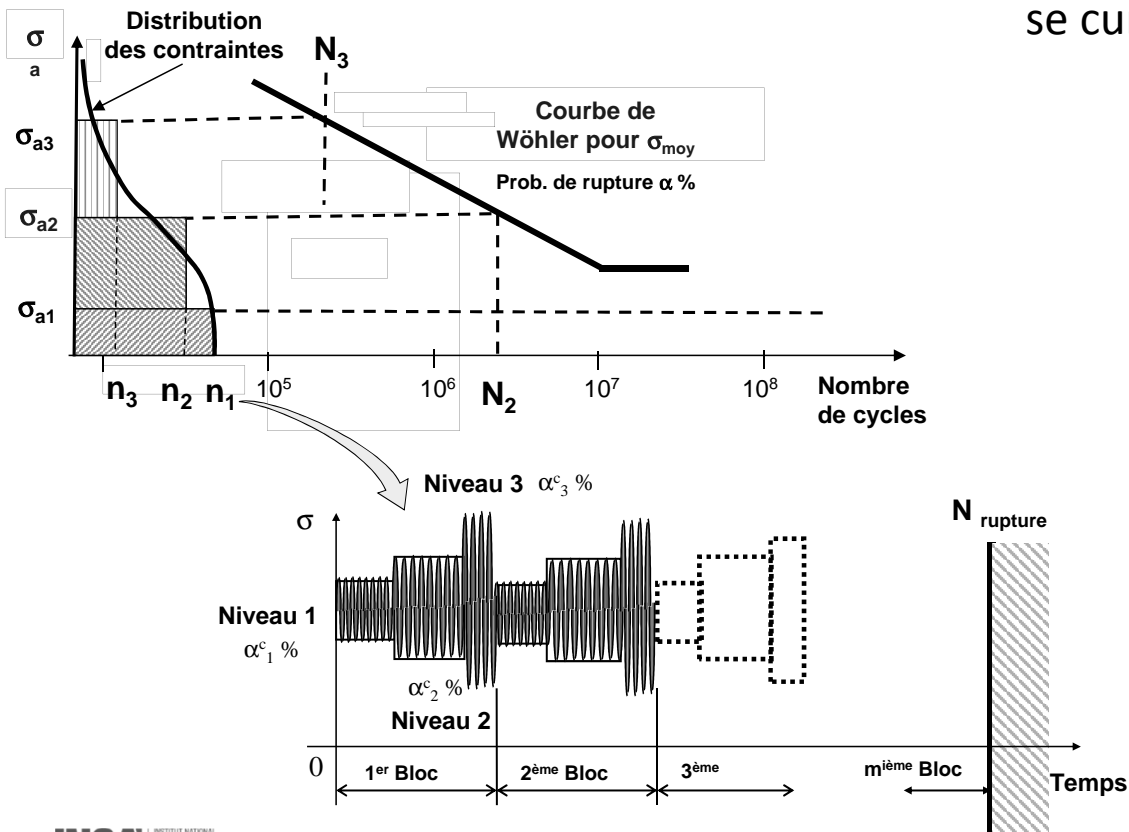
## Cas des cycles à contraintes variables Endommagement cumulatif

- Méthode: classification des sollicitations par niveau
- Évaluation pour chaque niveau du taux d'endommagement partiel



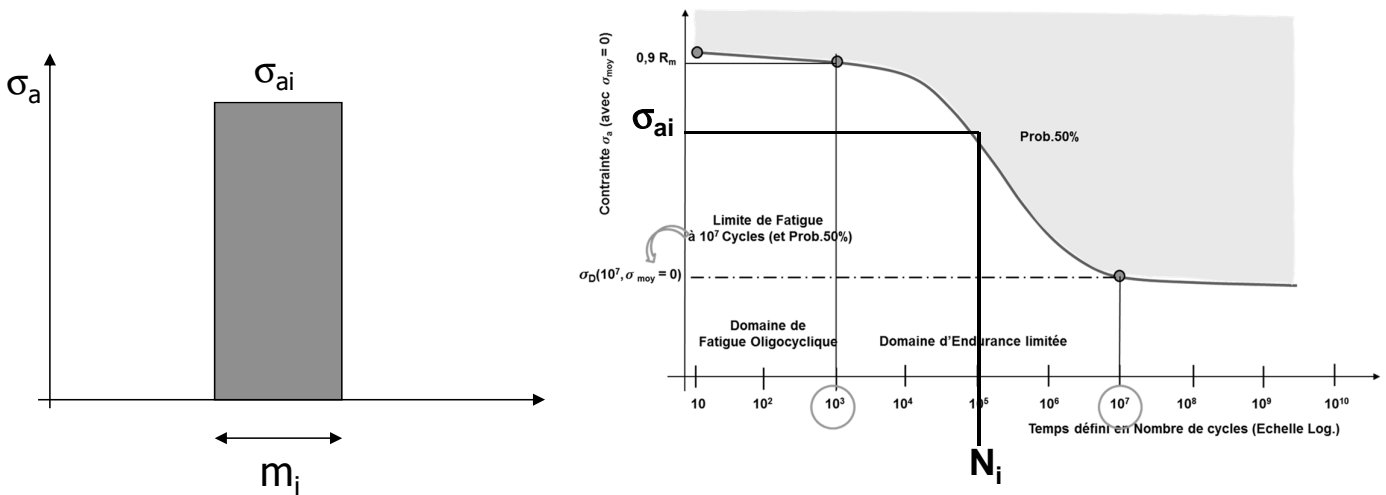
## Cas des cycles à contraintes variables Endommagement cumulatif

- Calcul par la théorie de **MINER** : on suppose que les dommages se cumulent



## Cas des cycles à contraintes variables Endommagement cumulatif

- Calcul par la théorie de MINER
  - Pour chaque cycle d'application d'une contrainte alternée (complètement renversée)  $\sigma_{ai}$  un dommage  $1/N_i$  est accumulé,
  - $N_i$  vie de la pièce tel que  $\sigma_D(N_i) = \sigma_{ai}$ .
  - Pour  $m_i$  applications de  $\sigma_{ai}$  le dommage  $d_i$  est  $m_i/N_i$ .

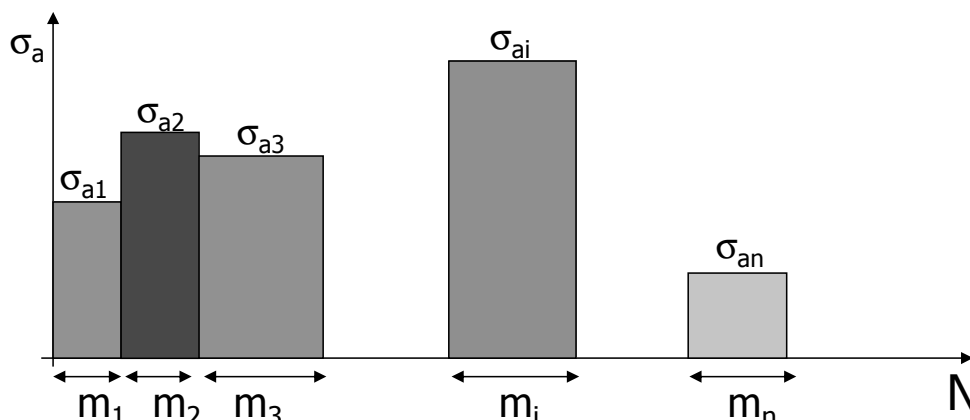


## Cas des cycles à contraintes variables Endommagement cumulatif

- Calcul par la théorie de MINER
  - Pour un spectre des contraintes  $\sigma_{a1}, \sigma_{a2}, \dots, \sigma_{aj}$  appliquées respectivement  $m_1, m_2, m_3, \dots, m_j$  fois, le cumul des dommages est :

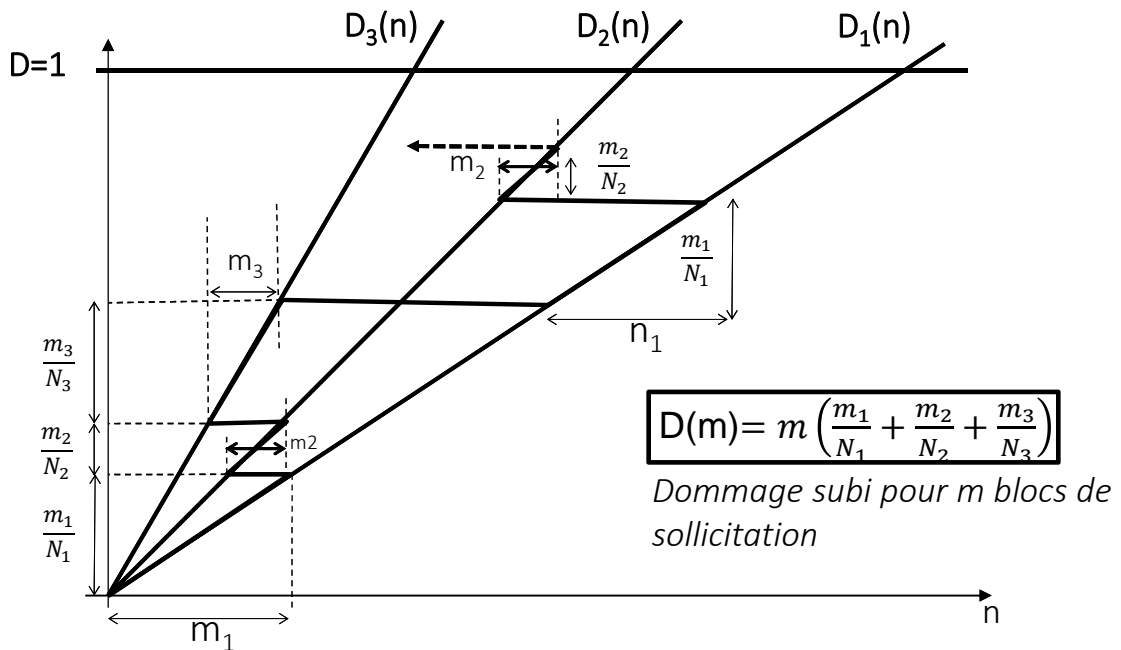
$$D = \sum \frac{m_i}{N_i}$$

- La rupture se produit lorsque le dommage est égal à 1



- Principe du cumul des dommages linéaires,  $D_i = m_i/N_i$ ,

Exemple pour trois niveaux  $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$   $N_1 > N_2 > N_3$



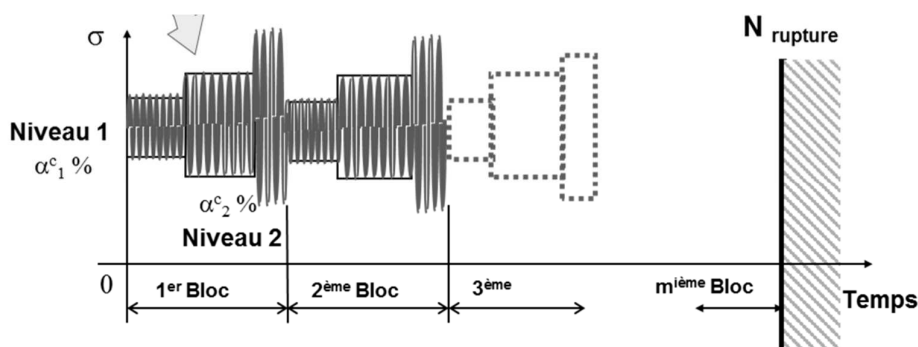
Cas des cycles à contraintes variables  
Endommagement cumulatif

- Il y a rupture probable au bout de  $m_r$  blocs tel que  $D(m_r) = 1$

$$D(m_r) = m_r \cdot \sum \frac{m_i}{N_i} = 1 \implies m_r = \frac{1}{\sum \frac{m_i}{N_i}}$$

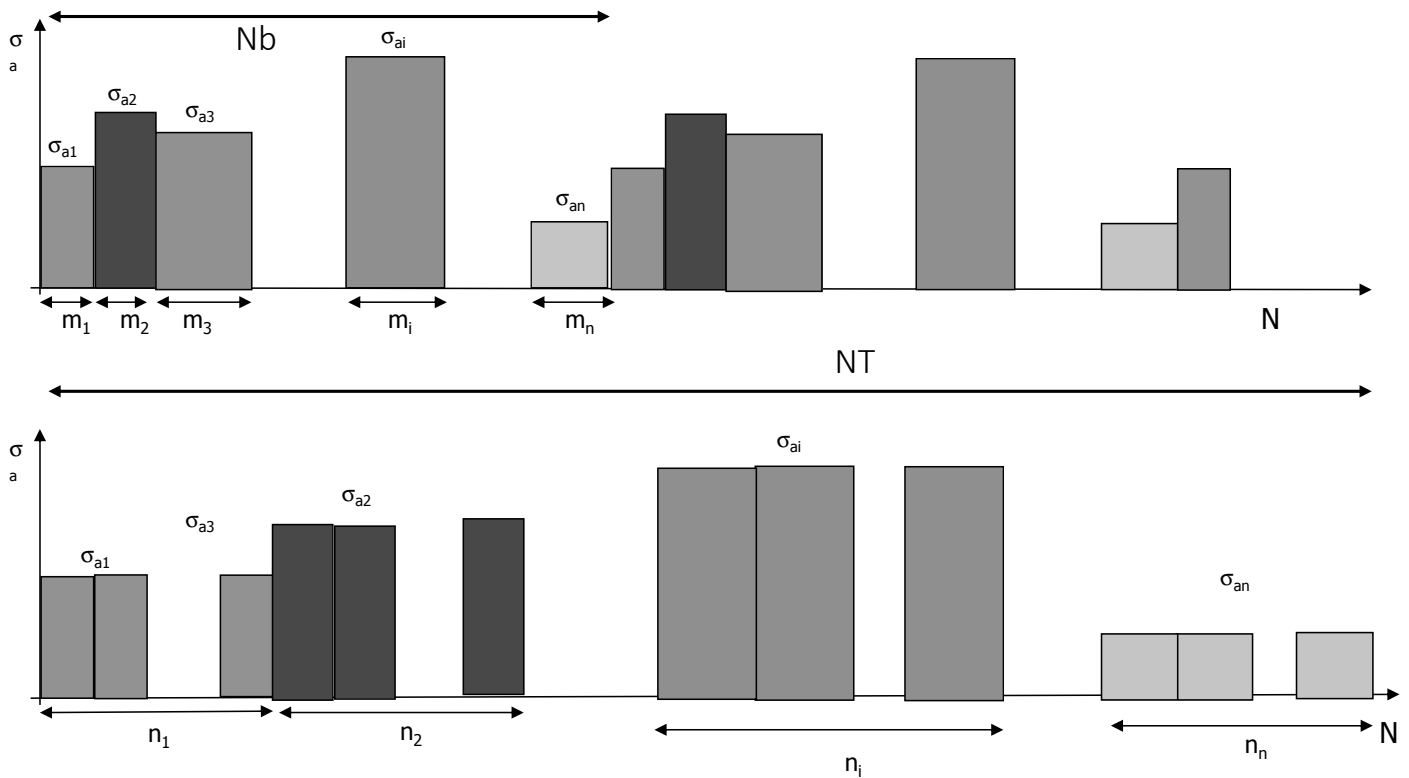
- Cela représente un nombre totale de cycles

$$N = m_r \cdot \sum m_i = \frac{\sum m_i}{\sum \frac{m_i}{N_i}} = \frac{1}{\sum \frac{\alpha_i}{N_i}} \quad \text{avec} \quad \alpha_i = \frac{m_i}{\sum m_i}$$

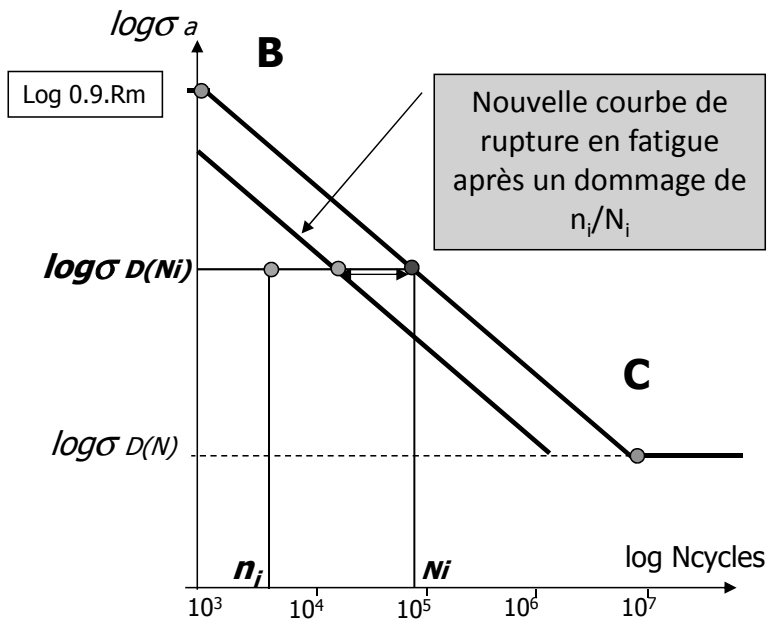


$$\alpha_i = \frac{m_i}{N_b} = \frac{n_i}{N_T}$$

• Sollicitations par bloc / Sollicitations Globales



• Calcul par la théorie de MINER



Pour chaque niveau de contrainte, le nombre de cycles à la rupture est calculé;

$$N_i = 1000 \left[ \frac{0.9R_m}{\sigma_D(N_i)} \right]^4 \log \left[ \frac{0.9R_m}{\sigma_D(N)} \right]$$

Le nombre total de cycle à la rupture est:

$$N_r = \frac{k}{\sum_i \frac{\alpha_i}{N_i}}$$

k facteur de pondération  $\leq 1$

- Abaissement de la résistance à la rupture après application d'une charge alternée
- Pas de prise en compte de l'ordre d'application des contraintes (s'il y en a un)

## Cas des cycles à contraintes variables

### Endommagement cumulatif

- **Exemple de Calcul par la théorie de MINER**

Une pièce d'acier  $\sigma_r = 555 \text{ MPa}$  et  $\sigma_D = 75 \text{ Mpa}$  supporte les sollicitations suivantes :

$n_1 = 40000$  cycles à  $\sigma_1 = 200 \text{ Mpa}$  puis  $n_2 = 100000$  cycles à  $\sigma_2 = 140 \text{ Mpa}$ .

Combien de cycles pourra-t-elle supporter à  $\sigma_3 = 50 \text{ Mpa}$ ?

## Cas des cycles à contraintes variables

### Endommagement cumulatif

- **Exemple de Calcul par la théorie de MINER**

Une pièce d'acier  $\sigma_r = 555 \text{ MPa}$  et  $\sigma_D = 75 \text{ Mpa}$  supporte les sollicitations suivantes :

$n_1 = 40000$  cycles à  $\sigma_1 = 200 \text{ Mpa}$  puis  $n_2 = 100000$  cycles à  $\sigma_2 = 140 \text{ Mpa}$ .

Combien de cycles pourra-t-elle supporter à  $\sigma_3 = 50 \text{ Mpa}$ ?

**La contrainte  $\sigma_3$  n'a pas d'influence sur la durée de vie de la pièce car  $\sigma_3 < \sigma_D$ . Il faut donc vérifier que la pièce résiste aux deux premiers niveaux de chargement (dommage < 1).**



## Cas des cycles à contraintes variables Endommagement cumulatif

### • Exemple de Calcul par la théorie de MINER

Une pièce d'acier  $\sigma_r = 555\text{MPa}$  et  $\sigma_D = 75\text{ Mpa}$  supporte les sollicitations suivantes :

$n_1 = 40000$  cycles à  $\sigma_1 = 200\text{ Mpa}$  puis  $n_2 = 100000$  cycles à  $\sigma_2 = 140\text{ Mpa}$ .

Combien de cycles pourra-t-elle supporter à  $\sigma_3 = 50\text{ Mpa}$ ?

La contrainte  $\sigma_3$  n'a pas d'influence sur la durée de vie de la pièce car  $\sigma_3 < \sigma_D$ . Il faut donc vérifier que la pièce résiste aux deux premiers niveaux de chargement (dommage  $< 1$ ).

$N_1 = 85284$  cycles

$N_2 = 482282$  cycles

$N_3 =$  vie infinie

$$N_i = 1000 \left[ \frac{0.9 * 555}{\sigma_D(N_i)} \right]^4 \log \left[ \frac{0.9 * 555}{75} \right]$$

Durée de vie pour chaque niveau seul

$$\sum_{i=1}^2 \frac{n_i}{N_i} = \frac{40000}{85284} + \frac{100000}{482282} = 0.67 < 1$$

La théorie de Miner prédit donc une durée de vie infinie pour l'application de  $\sigma_3$  après les 2 premiers niveaux de sollicitations

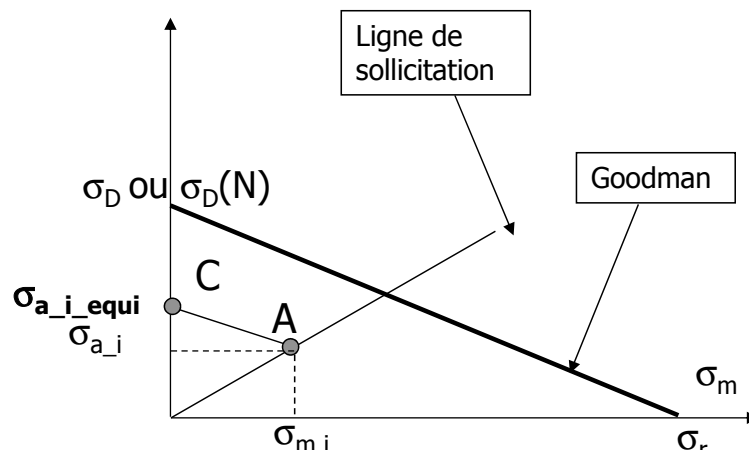
## Cas des cycles à contraintes variables Endommagement cumulatif lorsque $\sigma_m \neq 0$

- Calcul de  $N_i$  pour ( $\sigma_{ai}$  et  $\sigma_{mi}$ )
- Pour trouver  $N_i$  (nombre de cycle entraînant la rupture à ce niveau de contrainte) on doit obtenir une contrainte alternée équivalente  $\sigma_{a_i\_equi}$  pour un facteur de sécurité  $\alpha_{secur}$  à partir du diagramme de Goodman.

$$\sigma_{a_i\_equi} = \frac{\sigma_D}{\sigma_r} \sigma_{m_i} + \sigma_{a_i}$$

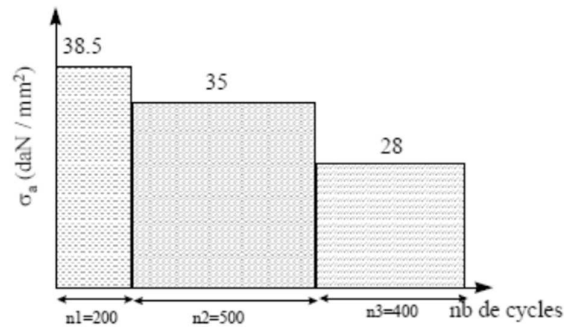
Obtenue en appliquant Thalès

$$N_i = 1000 \left[ \frac{0.9 R_m}{\sigma_{a_i\_equi}} \right]^4 \log \left[ \frac{0.9 R_m}{\sigma_D(N)} \right]$$



## Exercice d'application

Une pièce est soumise à des sollicitations à 3 niveaux comme indiqués sur la figure ci-dessous. En appliquant la théorie de Miner, déterminer la durée de vie de la pièce ainsi sollicitée.



Données : Le diagramme de Wöhler du matériau utilisé est défini par 2 points :

$$\sigma_D = 525 \text{ MPa pour } n = 10^2 \text{ cycles, } \sigma_D = 230 \text{ MPa pour } n = 6 \cdot 10^5 \text{ cycles.}$$

## Exercice d'application

- Ici, 3 niveaux et  $\sigma_m = 0$
- Loi de fatigue estimée par un modèle de Basquin à partir des deux points donnés:

$$\log \sigma_i = a + b \cdot \log N_i$$

$$\begin{cases} \log 525 = a + b \cdot \log 10^2 \\ \log 230 = a + b \cdot \log (6 \cdot 10^5) \end{cases}$$

$$b = \frac{\log 525 - \log 230}{2 - (5 + \log 6)} = -0,095$$

$$a = 2,910$$

$$N_i = 10^{\left[ \frac{\log \sigma_i - 2,91}{-0,095} \right]}$$

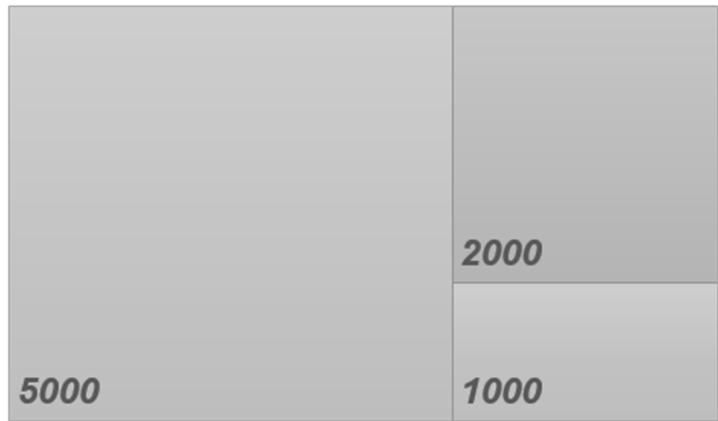
i	$\sigma_i$	$n_i$	$\alpha_i$	$N_i$
1	385	200	18%	2629
2	350	500	45%	7180
3	280	400	36%	75448

$$N_r = \frac{1}{\frac{\alpha_1}{N_1} + \frac{\alpha_2}{N_2} + \frac{\alpha_3}{N_3}} = 7285 \text{ cycles}$$

## Rappel : application aux roulements sous charge variable

Un arbre fait  $5 \cdot 10^6$  tours sous  $P_1 = 1000$  N,  $20 \cdot 10^6$  sous  $P_2 = 5000$  N et  $10 \cdot 10^6$  tours sous  $P_3 = 2000$  N. La durée totale est  $35 \cdot 10^6$  tours

Sous le chargement 1, la durée de vie est  $L_1$ . Les  $5 \cdot 10^6$  tours correspondent à une fraction de cette durée de vie  $a_1 = 5/L_1$ . Idem pour 2 et 3 :  $a_i = n_i/L_i$



$$\sum \frac{n_i}{L_i} = \frac{\sum n_i}{L} = 1 \quad \text{et} \quad L_i = \left( \frac{C}{P_i} \right)^n \quad \text{d'où} \quad L = \left( \frac{C}{P_{\text{moy}}} \right)^n$$

La durée de vie globale est la somme des durée de vie élémentaires      La durée de vie élémentaire dépend de la charge  $P_i$

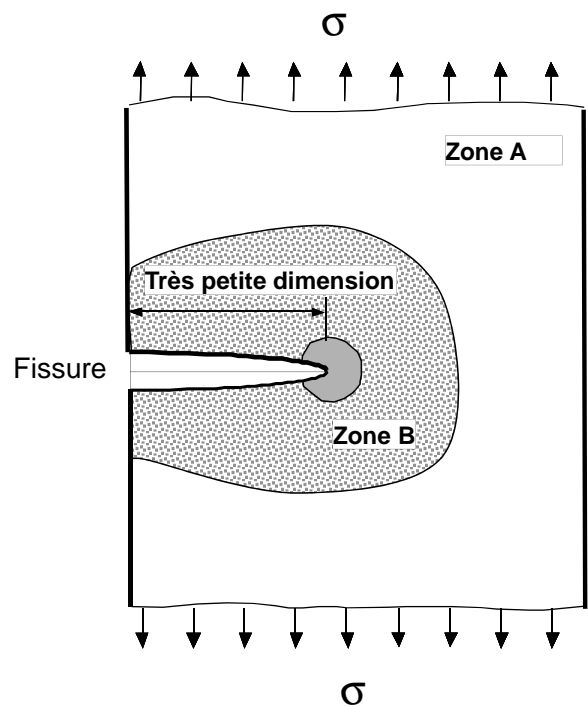
$$P_{\text{moy}} = \left( \frac{\sum P_i^n \times n_i}{L} \right)^{\frac{1}{n}}$$

# 1<sup>er</sup> modèle du mécanisme de rupture

# Première approche de la mécanique de la rupture

## Introduction - Fissures

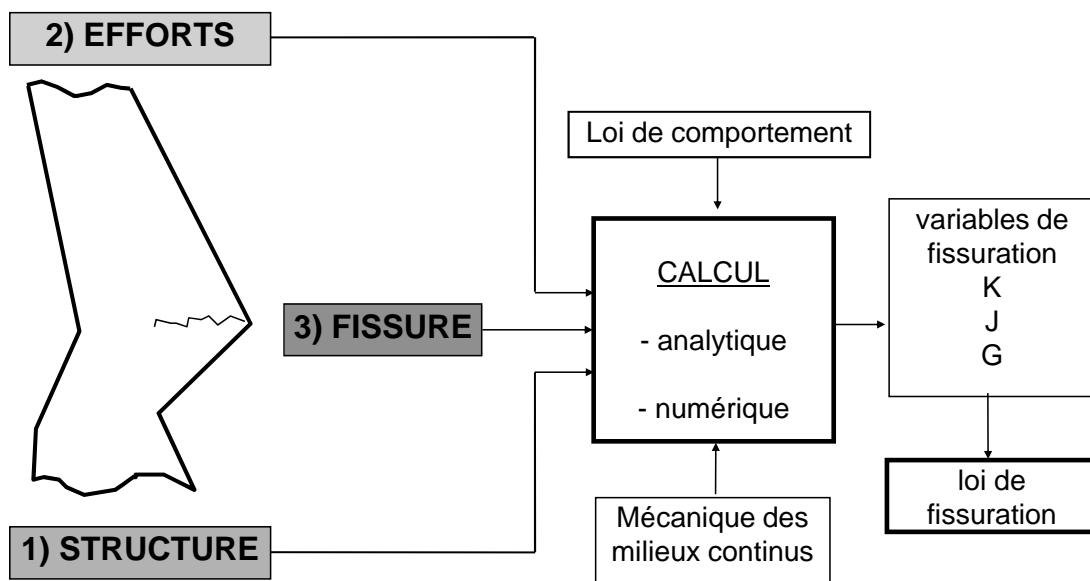
- Position du problème
- Au lieu de considérer globalement le volume du matériau, on s'intéresse maintenant aux **aspects locaux des défauts**
- Un milieu continu comporte toujours des défauts ou des fissures  $\Rightarrow$  **Prévision des dimensions critiques des défauts pour éviter des ruptures catastrophiques.**
- On distingue :
  - **Zone A** : Milieu continu avec un problème singulier de la fissure,
  - **Zone B** : Fond de fissure avec échange d'énergie entre les deux zones.



# Première approche de la mécanique de la rupture

## Introduction - Fissures

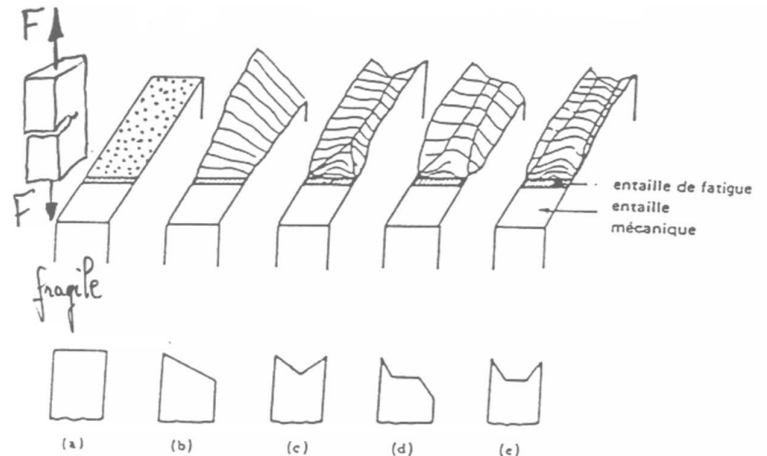
- Principe de calcul



# Première approche de la mécanique de la rupture

## Différents types de Fissures

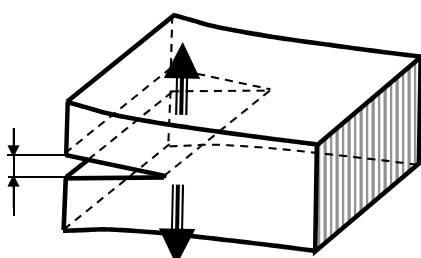
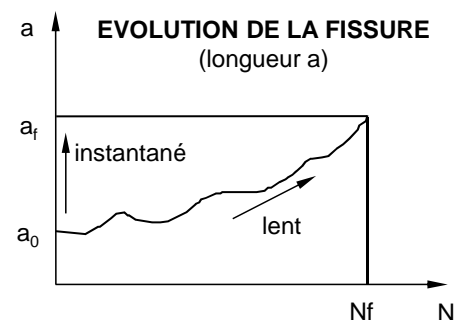
- On observe deux types de fissures :
  - les fissures surfaciques en 3D
  - les fissures linéiques en 2D
- Décomposition des deux surfaces de rupture en deux formes simples:
  - rupture inclinée (ductile),
  - rupture plate (fragile)



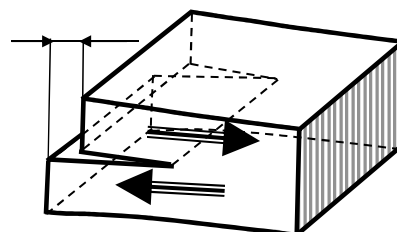
# Première approche de la mécanique de la rupture

## Modes de Propagation des Fissures

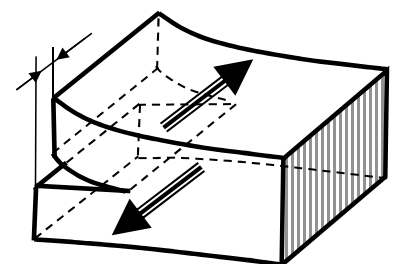
- 3 modes de propagation simples
- **Mode I** (par ouverture). Les surfaces de fissure se déplacent perpendiculairement l'une à l'autre,
- **Mode II** (glissement droit). Les surfaces de fissure se déplacent dans le même plan et perpendiculairement au fond de fissure,
- **Mode III** (glissement vis). Les surfaces de fissure se déplacent dans le même plan et parallèlement au fond de fissure.



Mode I



Mode II

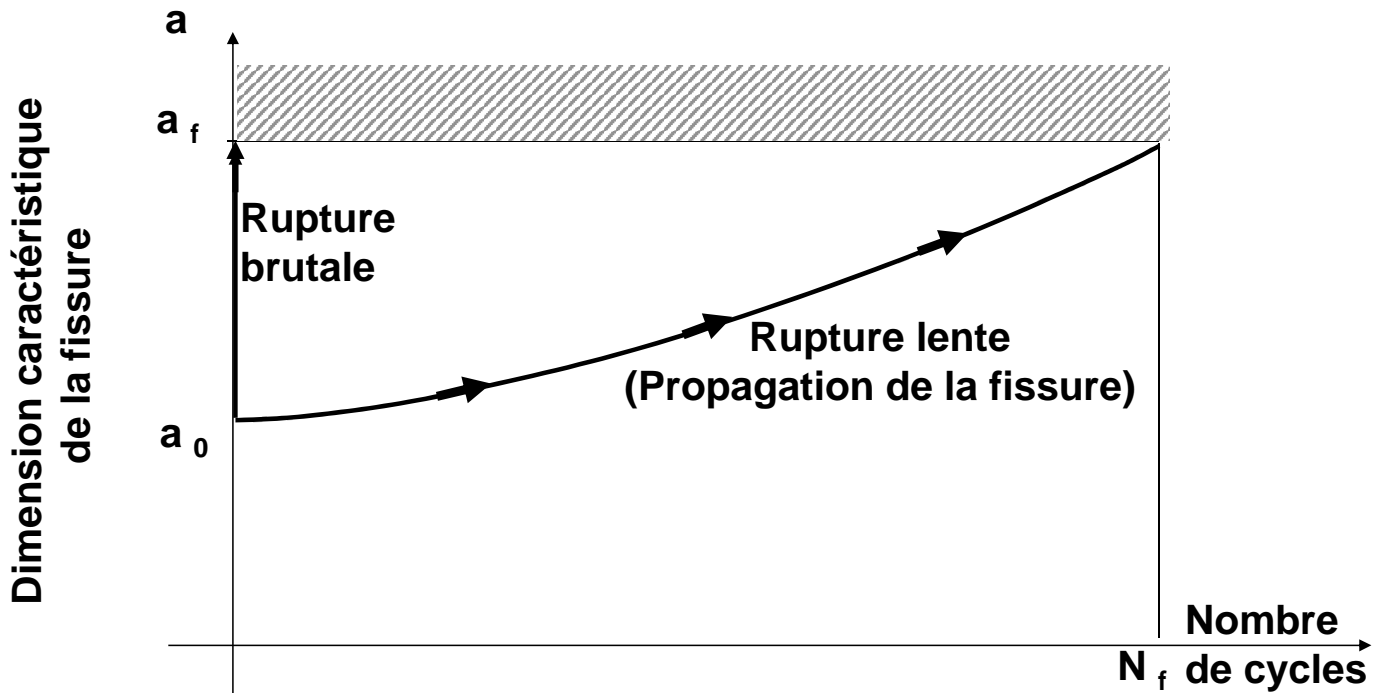


Mode III

# Première approche de la mécanique de la rupture

## types de rupture

- rupture brutale ou par propagation

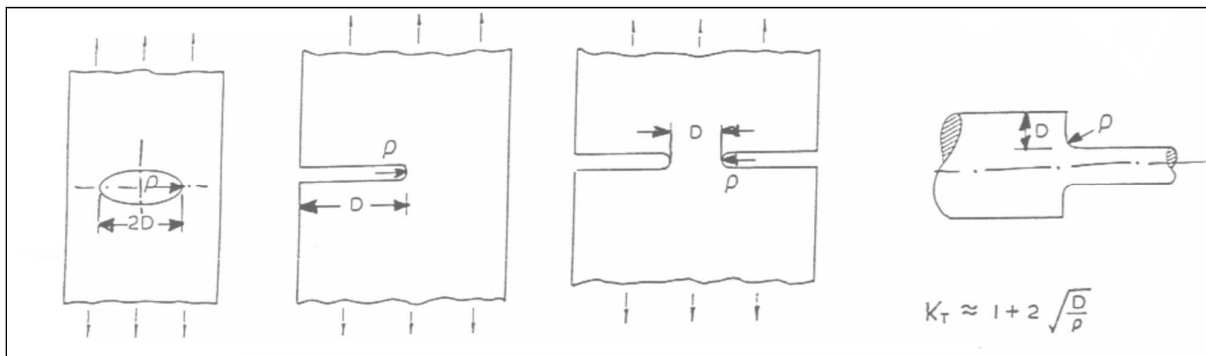


# Première approche de la mécanique de la rupture

## Variables de fissuration

### • Géométrie macroscopique

- Facteur de concentration de contraintes  $K_t$
- Tables de valeurs de  $K_t$
- $\sigma_{\max} = K_t * \sigma_0$ .
- Pour les Géométries simples, on peut considérer une formule simplifiée (de Inglis )



# Première approche de la mécanique de la rupture

## Variables de fissuration

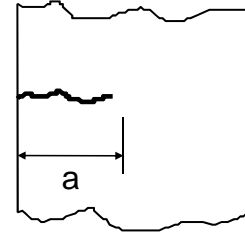
### • Géométrie microscopique

- le rayon  $\rho$  tend vers '0' et D prend la valeur de a,
- avec  $K_t$ ,  $\sigma_{max}$  tend vers l'infini. On utilise donc une autre approche en effectuant la recherche d'une limite.

$$\frac{\sigma_{max}}{2} * \sqrt{\pi * \rho} \text{ avec } \rho \longrightarrow 0$$

- Si  $\rho$  tend vers 0, alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} D = a \\ \sigma_{max} = 2 * \sqrt{\frac{a}{\rho}} * \sigma_{nom} \\ \frac{\sigma_{max}}{2} * \sqrt{\pi * \rho} = \sigma_{nom} * \sqrt{\pi * a} \end{array} \right.$$



# Première approche de la mécanique de la rupture

## Facteur d'intensité de contraintes $K_I$

### • Facteur d'intensité de contrainte $K \rightarrow (K_I, K_{II}, K_{III})$

- Les conditions de propagation et d'accroissement d'une fissure sont contrôlées par l'amplitude de ce facteur

$$K = \sigma * \sqrt{\pi * a}$$

Unité : \* MN m<sup>-3/2</sup>  
\* Kg mm<sup>-3/2</sup>  
\* Mpa\*m<sup>1/2</sup>

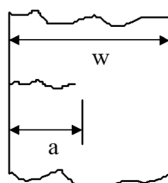
- Avec la théorie de l'élasticité, on obtient les expressions de K (**K est fonction de la géométrie du solide, de la fissure, et du chargement**)

$$K_I = \sigma * \sqrt{\frac{r}{2 * \pi}} * f\left(\frac{a}{w}\right)$$

ou

$$K_I = \alpha * \sigma * \sqrt{\pi * a}$$

- Le coefficient  $\alpha$  est défini dans des tables pour les cas simples, par exemple :



a/w	f(a/w)
0 (W → ∞)	1.12
0.2	1.37
0.4	2.11
0.5	2.83

# Première approche de la mécanique de la rupture

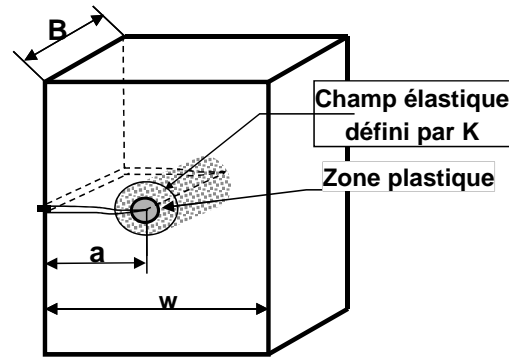
## Facteur d'intensité de contraintes critique $K_{IC}$

- **Facteur d'intensité de contrainte critique  $K_{IC}$** 
  - Donnée du matériau: sur une éprouvette, pour une contrainte  $\sigma$  donnée, et une taille de fissure  $2a$  à priori connue, on teste la valeur du  $K$  à partir de laquelle la fissure se propage.
- Limitation de la mécanique de la rupture à l'analyse linéaire élastique:
  - Rayon de la zone plastique  $< a/50$   
(a largeur de la fissure)

$$r_p = \frac{1}{6\pi} \cdot \left( \frac{K_{IC}}{\sigma_E} \right)^2 \quad \text{en déformation planes}$$

- Déformations planes

$$B \geq 2,5 \left( K_{IC} / \sigma_E \right)^2$$



3-112

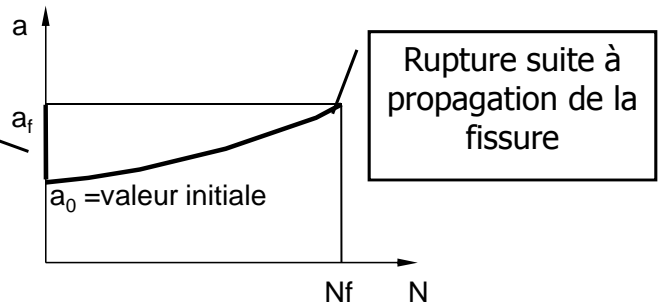
UNIVERSITÉ DE LYON

# Première approche de la mécanique de la rupture

## Calcul de résistance

- Position du Problème

Rupture brutale

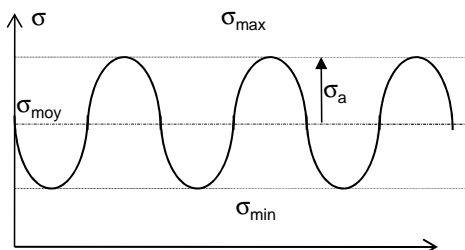


- Rupture brutale

$$K_{\text{calculé}} \geq K_{IC}$$

- Rupture en fatigue, propagation de la fissure

$$K_{\text{calculé}} \leq K_{IC} \Rightarrow \alpha \cdot \sigma_{\text{calculé}} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \leq K_{IC}$$



$$\Delta\sigma = \sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}} = 2 \cdot \sigma_a$$

La vitesse de fissuration est influencée :

$$K_{\text{mini}} = \alpha \cdot \sigma_{\text{mini}} \cdot (\pi \cdot a)^{1/2}$$

$$K_{\text{max}} = \alpha \cdot \sigma_{\text{max}} \cdot (\pi \cdot a)^{1/2}$$

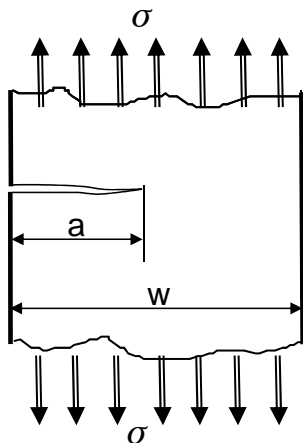
$$\Delta K = \alpha \cdot \Delta\sigma \cdot (\pi \cdot a)^{1/2}$$



# Première approche de la mécanique de la rupture

## Facteur d'intensité de contraintes $K_I$ : exemples

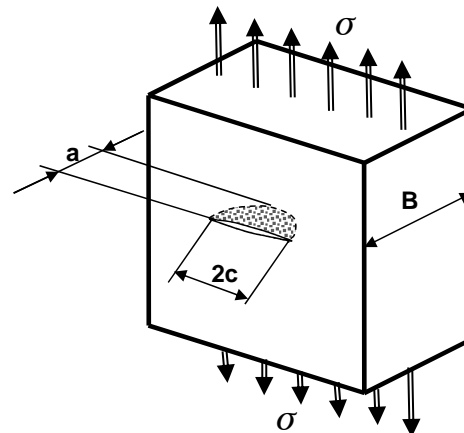
Fissure sur toute la largeur B d'une barre



$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \cdot f(a/w)$$

a/w	f(a/w)
0 (w ≈ ∞)	1.12
0.2	1.37
0.4	2.11
0.5	2.83

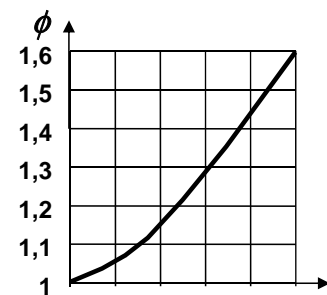
Fissure en demi-lune dans un élément en traction



$$K_I = \frac{1,12 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi a}}{\phi}$$

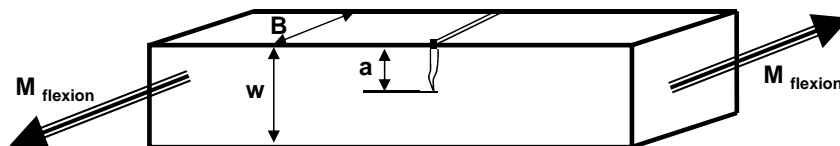
$$\phi = \int_0^{\pi/2} \left[ 1 - \left\{ \frac{c^2 - a^2}{c^2} \cdot \sin^2 \theta \right\} \right]^{1/2} d\theta$$

Si  $c \gg a$  et  $B \gg a$   
 $\Rightarrow K_I = 1,12 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi a}$



# Première approche de la mécanique de la rupture

## Facteur d'intensité de contraintes $K_I$ : exemples



$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \cdot f(a/w)$$

avec  $\sigma = \frac{6M}{B w^2}$

a/w	f(a/w)
0,1	1,02
0,2	1,06
0,3	1,16
0,4	1,32
0,5	1,62
0,6	2,10

# Première approche de la mécanique de la rupture

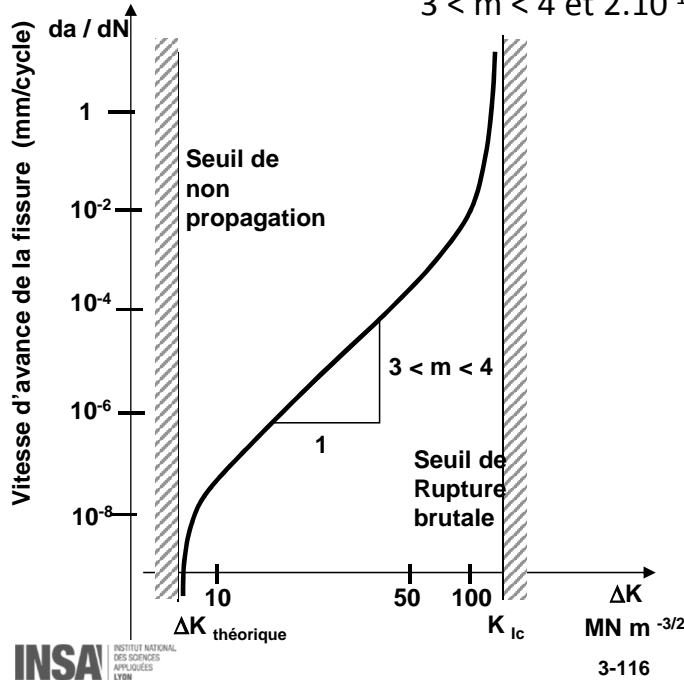
## Calcul de résistance

- Rupture en fatigue, propagation de la fissure (suite)
  - les fissures se propagent en avançant à chaque cycle de chargement suivant une loi :

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K)^m$$

où C et m sont des constantes du matériau :

$$3 < m < 4 \text{ et } 2 \cdot 10^{-19} < c < 2 \cdot 10^{-1}$$



**Il existe un seuil de non propagation de fissure  $\Delta K_{th}$**

# Première approche de la mécanique de la rupture

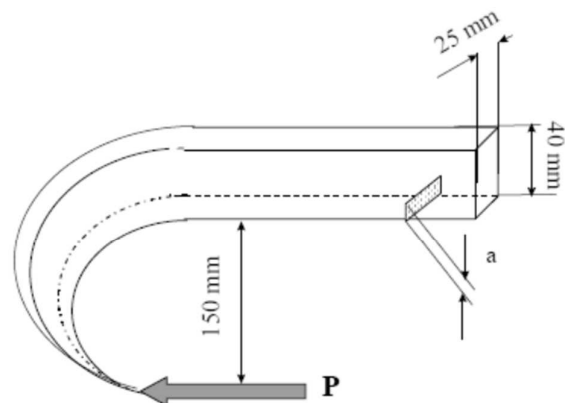
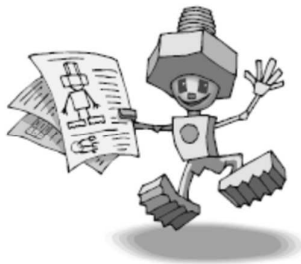
## application

Un crochet est réalisé à partir d'une barre en acier de section rectangulaire. On suppose qu'une fissure longitudinale de longueur  $a$  existe. Quelle est la charge  $P$  maximale qui entraîne la rupture brutale du crochet ?

Données :  $a = 5\text{ mm}$  -  $\sigma_y = 1500\text{ MN/m}^2$   $K_{Ic} = 59\text{ MNm}^{-3/2}$

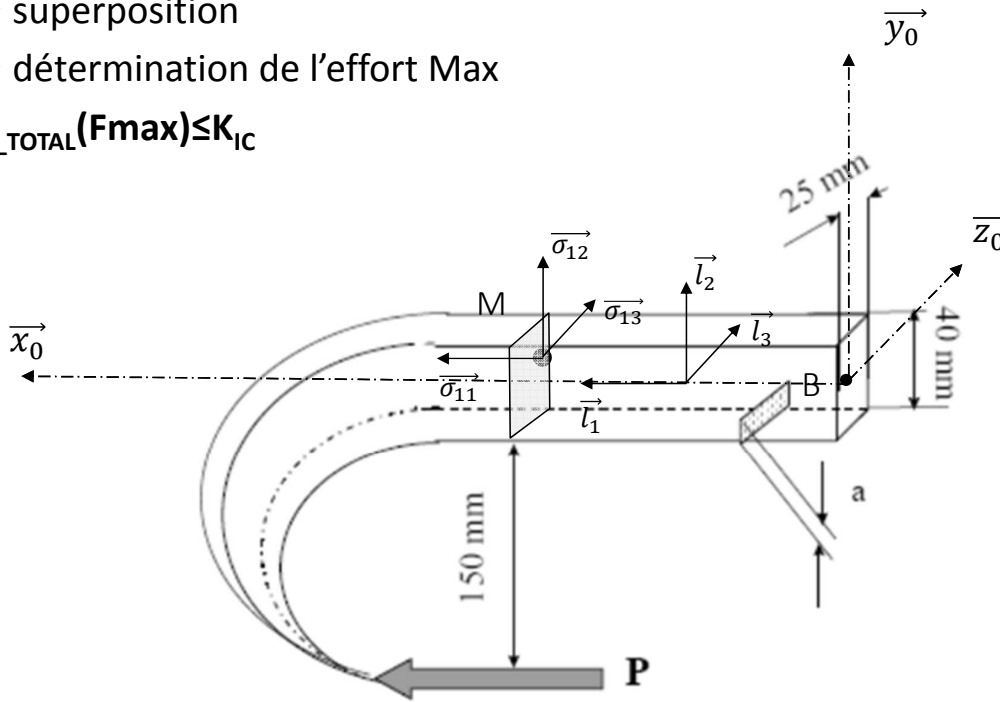
Résultat

$$P = 17100\text{ N}$$



# Première approche de la mécanique de la rupture application

- Le crochet travail en Flexion + Traction
  - calcul de  $K_{I\_flexion}$  et  $K_{I\_Traction}$
  - superposition
  - détermination de l'effort Max
  - $K_{I\_TOTAL}(F_{max}) \leq K_{IC}$

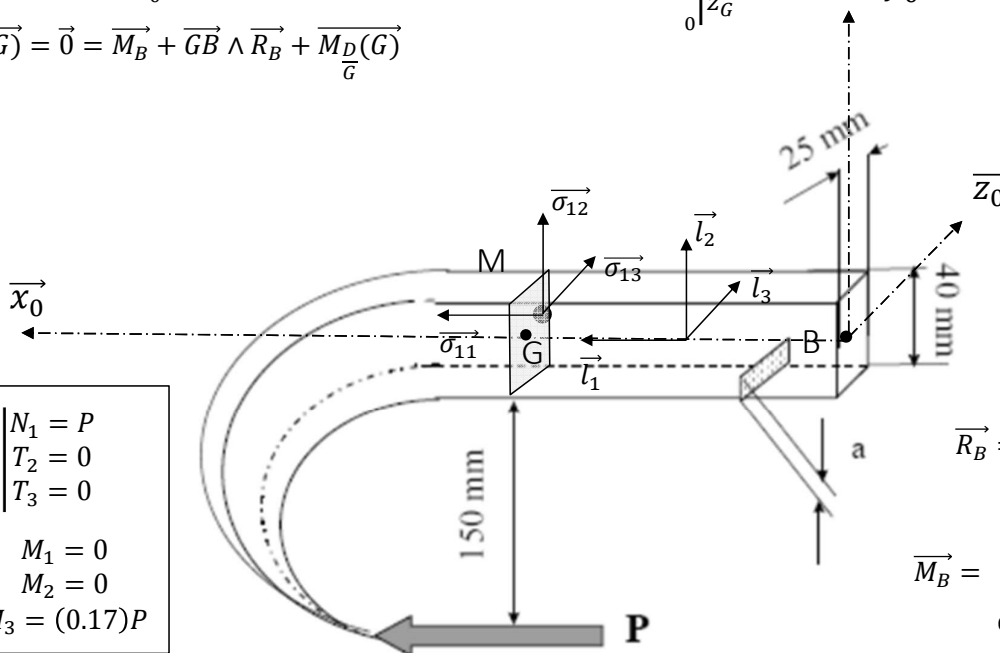


# Première approche de la mécanique de la rupture application

$$\sum \vec{F}_{ext/G} = \vec{0} = \begin{cases} X_B + N_1 = 0 \\ Y_B + T_2 = 0 \\ Z_B + T_3 = 0 \end{cases}$$

$$\sum \vec{M}_{ext/G}(G) = \vec{0} = \vec{M}_B + \vec{GB} \wedge \vec{R}_B + \vec{M}_D(G)$$

$$\vec{BG} = \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{pmatrix}$$



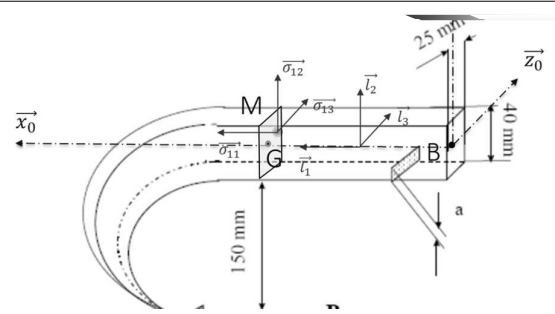
$$\vec{R}_{D/G} = \begin{cases} N_1 = P \\ T_2 = 0 \\ T_3 = 0 \end{cases}$$

$$\vec{M}_D(G) = \begin{cases} M_1 = 0 \\ M_2 = 0 \\ M_3 = (0.17)P \end{cases}$$

$$\vec{R}_B = \begin{cases} X_B = -P \\ Y_B = 0 \\ Z_B = 0 \end{cases}$$

$$\vec{M}_B = \begin{cases} L_B = 0 \\ M_B = 0 \\ N_B = -(0.17)P \end{cases}$$

# Première approche de la mécanique de la rupture application



$$\vec{R}_{D/G} = \begin{pmatrix} N_1 = P \\ T_2 = 0 \\ T_3 = 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

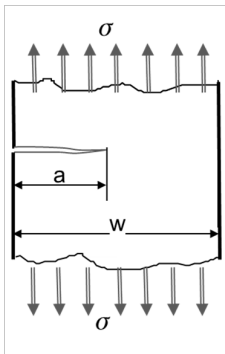
$$\vec{M}_D(G) = \begin{pmatrix} M_1 = 0 \\ M_2 = 0 \\ M_3 = (0.17)P \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BM} = \begin{pmatrix} x_M \\ -h/2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{11} = \frac{N}{S} + \frac{M_2}{I_{22}}x_3 - \frac{M_3}{I_{33}}x_2 = \frac{P}{bh} - \frac{0,17 \cdot P \cdot 12(-h)}{bh^3} \cdot \frac{(-h)}{2} = 1000 \cdot P + 18000 \cdot P = \sigma_T + \sigma_f$$

$$\sigma_{12} = 0$$

$$\sigma_{13} = 0$$



$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot f(a/w)$$

a/w	f(a/w)
0 (w ≈ ∞)	1.12
0.2	1.37
0.4	2.11
0.5	2.83

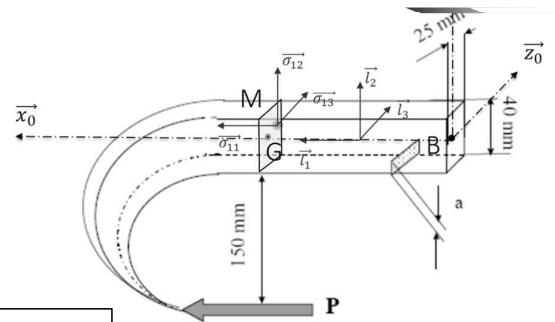
$$\frac{a}{w} = \frac{5}{40} = 0.125$$

a/w	f(a/w)
0,1	1,02
0,2	1,06
0,3	1,16
0,4	1,32
0,5	1,62
0,6	2,10

$$f_T(0.125) = 1.27$$

$$f_f(0.125) = 1.03$$

# Première approche de la mécanique de la rupture application



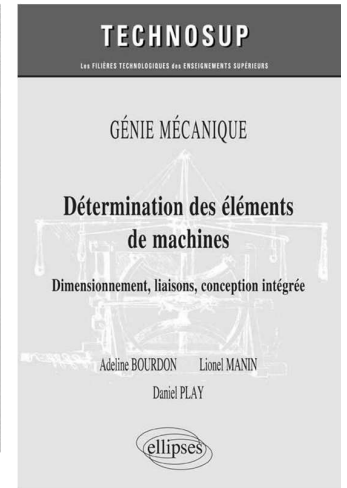
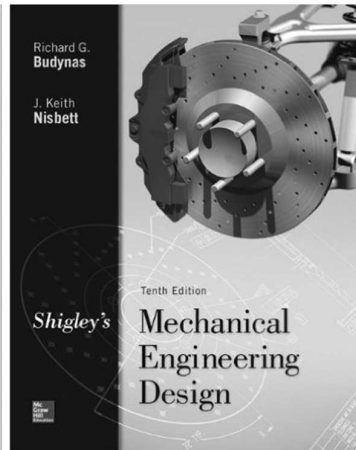
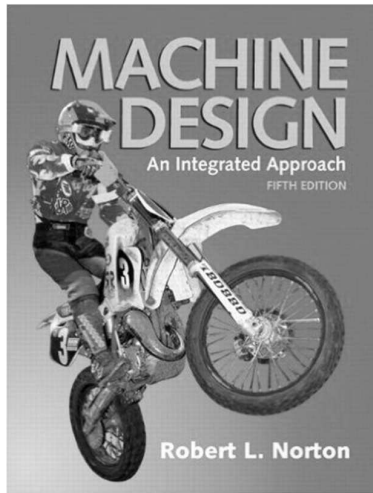
$$\sigma_{11} = 1000 \cdot P + 18000 \cdot P = \sigma_T + \sigma_f$$

$$K_{I\_Total} = K_{I\_Traction} + K_{I\_flexion} = \sigma_T \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot 1,27 + \sigma_f \sqrt{\pi \cdot a} \cdot 1,03$$

$$K_{I\_Total} = 1000 \cdot P \sqrt{\pi \cdot 0,005} \cdot 1,27 + 18000 \cdot P \sqrt{\pi \cdot 0,005} \cdot 1,03 \leq K_{IC} = 59 \text{ MN} \cdot \text{m}^{-3/2}$$

$$P \leq \frac{59}{1000 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,005} \cdot 1,27 + 18000 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,005} \cdot 1,03} = 0,0238 \text{ MN} = 23800 \text{ N}$$

# Références....



## 4. Ressorts...

caractéristiques, dimensionnement

### Dimensionnement des ressorts hélicoïdaux

*Le calcul d'un ressort se base sur des relations issues de :*

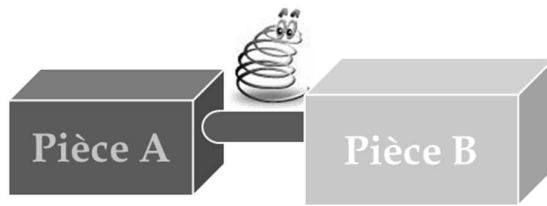
- *la résistance des matériaux (en fatigue souvent)*
- *la dynamique*
- *la pratique*

*Toutefois ces relations sont insuffisantes : souvent plusieurs ressorts conviennent pour l'application désirée. Une itération de conception basée sur des considérations technologiques et fonctionnelles s'avère indispensable.*

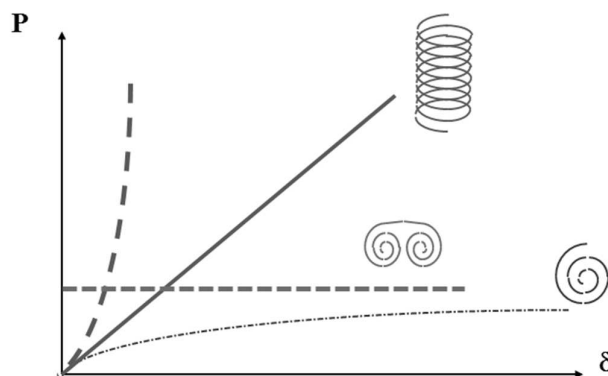


## Fonctions types des ressorts

- Assembler 2 pièces tout en permettant un déplacement (déformation) relatif « contrôlé »



- La relation « effort – déplacement » dépend de la géométrie du ressort



## Les différents types de ressorts

- Classement en fonction des sollicitations extérieures

### Compression

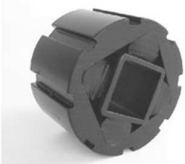
Spires



Rondelles

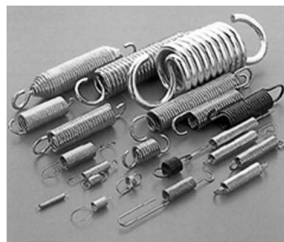


Blocs élastiques



### Traction

Spires



### Torsion

Spires



Spirale



Barre de torsion

Blocs élastiques

### Flexion

À Lames





# Les différents types de ressorts

## ➤ Classement en fonction des sollicitations du matériaux

### Torsion

Spires



Spires



Barre de torsion

Blocs élastiques

### Flexion

Spires



À Lames



Spirale

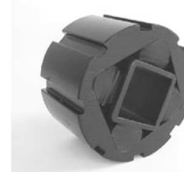


### Compression

Rondelles

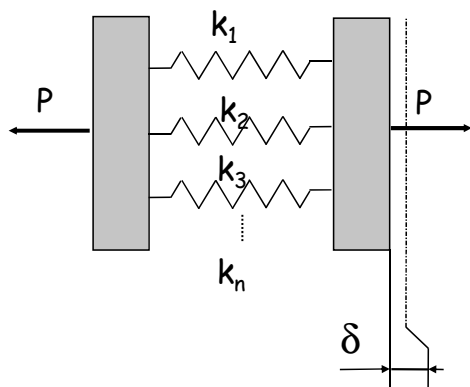


Blocs élastiques



## Groupement et association de ressorts

### • Montage en parallèle



✓ Le déplacement relatif  $\delta$  est le même pour chaque ressort

✓ L'effort  $P_i$  transmis par le ressort  $i$  est :

$$P_i = K_i \cdot \delta$$

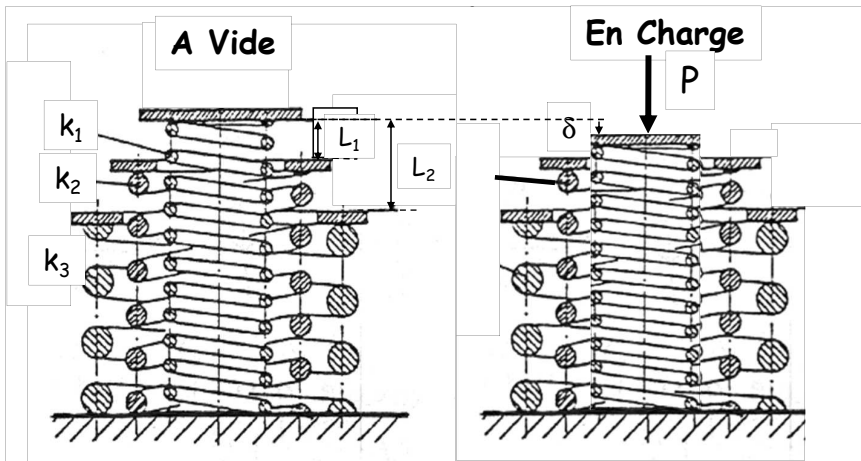
✓ La rigidité équivalente est

$$K = \sum_i K_i$$



**Un élément nettement plus rigide que les autres, détermine la rigidité de l'ensemble, et transmet la plus grande partie de la charge**

## Groupement et association de ressorts



$$\delta < L_1$$

$$\rightarrow \begin{aligned} K_{eq} &= K_1 \\ P_1 &= K_1 \cdot L_1 \end{aligned}$$

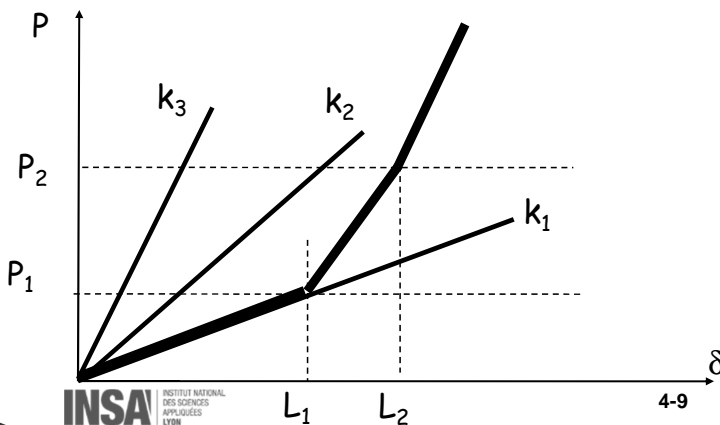
$$L_1 < \delta < L_2$$

$$K_{eq} = K_1 + K_2$$

$$\begin{aligned} \rightarrow P_2 &= P_1 + K_{eq}(L_2 - L_1) \\ &= K_1 \cdot L_1 + (K_1 + K_2) \cdot (L_2 - L_1) \\ &= K_1 \cdot L_2 + K_2(L_2 - L_1) \end{aligned}$$

$$L_2 < \delta$$

$$K_{eq} = K_1 + K_2 + K_3$$

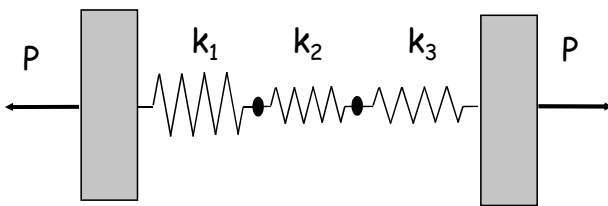


INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES LYON

membre de UNIVERSITE DE LYON

## Groupement et association de ressorts

### • Montage série



- ✓ L'effort transmis par chaque ressort est le même :

$$P_i = P$$

- ✓ Le déplacement relatif est différent :

$$P_i = k_i \cdot \delta_i$$

- ✓ La rigidité équivalente est : 
$$K_{equi} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{K_i}}$$



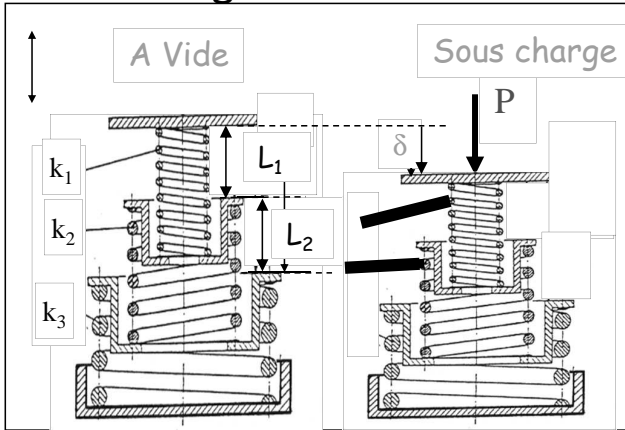
Un élément nettement plus souple que les autres, détermine la souplesse de l'ensemble

INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES LYON

membre de UNIVERSITE DE LYON

## Groupement et association de ressorts

- Montage série

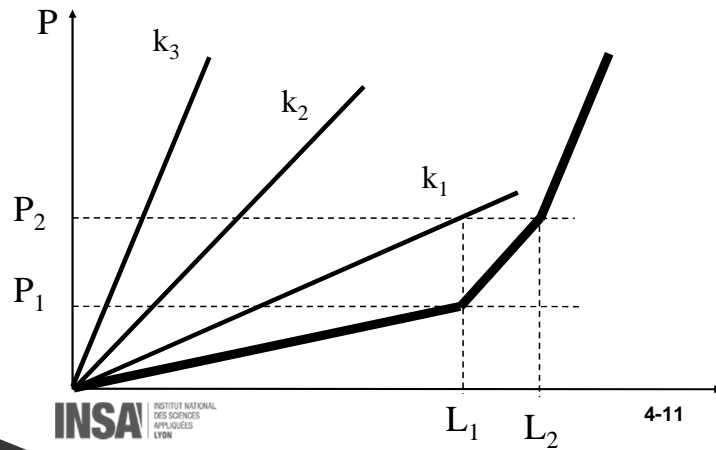


$$\delta < L_1: K_{eq1} = \frac{1}{\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3}}$$

$$P_1 = K_{eq1} \cdot L_1$$

$$L_1 < \delta < L_2: K_{eq2} = \frac{1}{\frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3}}$$

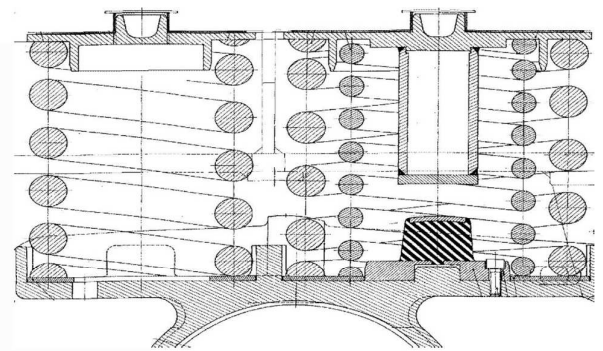
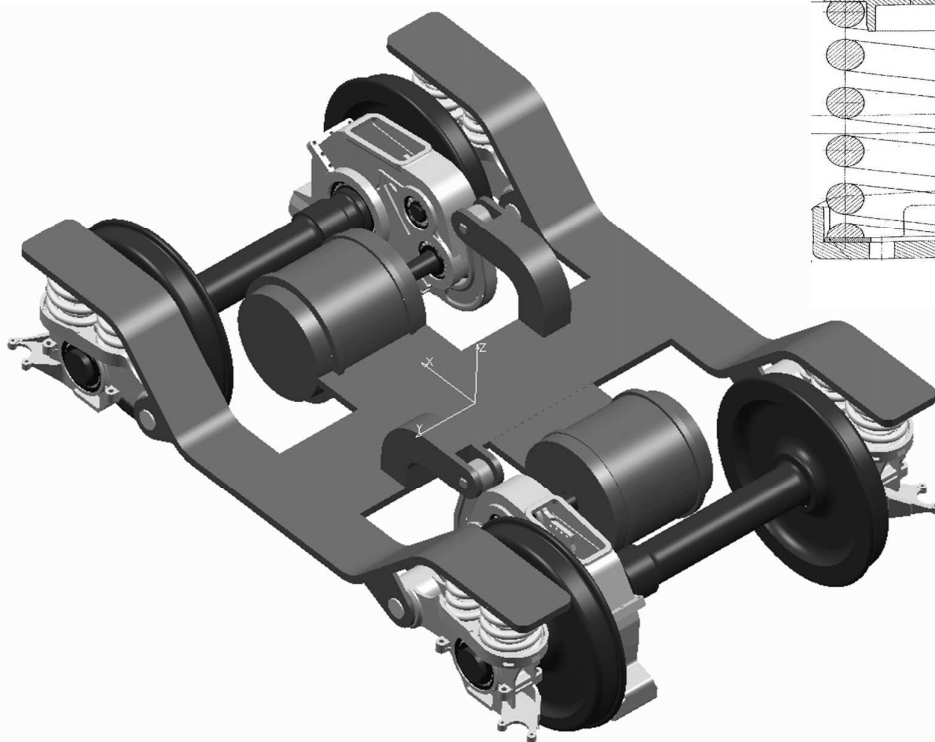
$$P_2 = P_1 + K_{eq2} \cdot (L_2 - L_1)$$



$$L_2 < \delta: K_{eq} = K_3$$

## Groupement et association de ressorts

- Exemple: Bogie Ferroviaire (Alstom)



Suspension châssis - Essieux

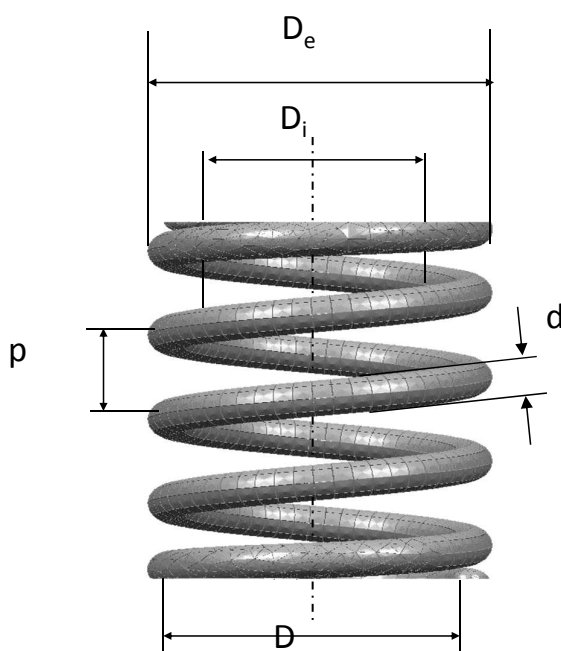
## Matériaux

Matériau	Prix	Temp.	$\sigma_e$ (Mpa)	$\sigma_r$ (Mpa)	Observations
Corde à piano C65 C70 C80	2,5	120 °C	275 275 275	700 800 900	Petits ressorts résistants
Acier chrome vanadium	3	220 °C	700	850	Endurance, résistance aux chocs
Acier silicium 45Si7 55Si7	4	250 °C	510-780 620-880	640-980 780-1080	Trempé, revenu
Acier chrome silicium 45SiCrMo6	4	250 °C	780-870	950-1050	Idem + durée de vie
Acier Inox	7 à 11	350 °C	Suivant nuances		Résiste à la corrosion
Alliages cuivre CuNi25 CuSn7P CuNi26Zn27	40		200	500 900 650	Résiste à la corrosion et aux hautes et basses températures

Pour tous les aciers, on peut adopter :  $\tau_e = 0,8 \cdot \sigma_e$  ;  $\sigma_{-1} = 0,5 \cdot \sigma_r$  ;  $\tau_{-1} = 0,8 \cdot \sigma_{-1}$   
 Le module de coulomb peut être corrigé en fonction de la température :  
 $G = G_{ref} - (\theta - 20) \cdot 2,2783$

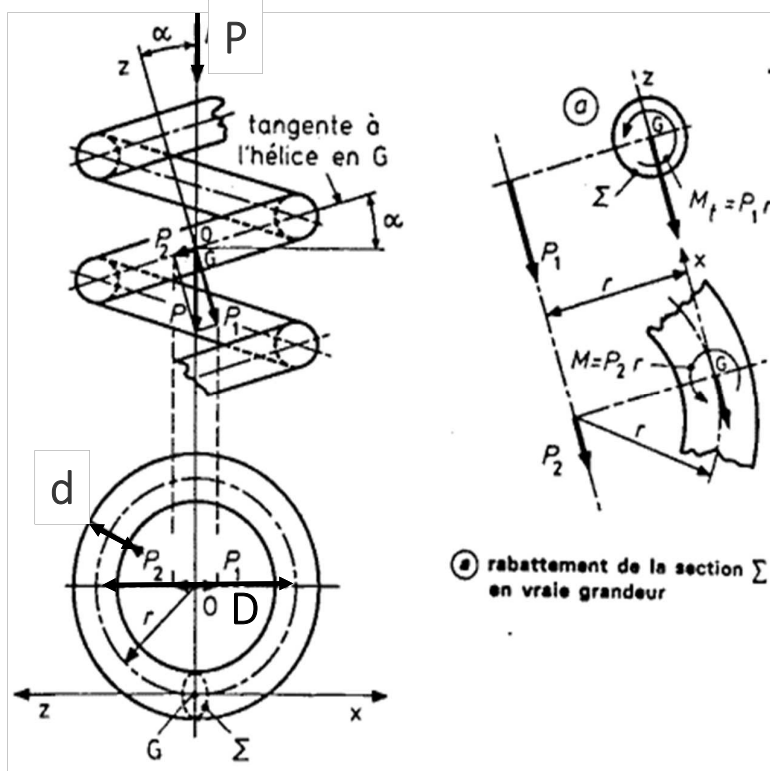
## Ressort de compression cylindrique

### • Définition géométrique



- $D_i$  : diamètre intérieur des spires
- $D_e$  : diamètre extérieur des spires
- $D$  : diamètre moyen d'enroulement,  $D = 0,5 \cdot (D_i + D_e)$
- $d$  : diamètre du fil
- $p$  : pas : distance entre 2 spires lorsque la charge appliquée est nulle. En pratique  $p = 0,3D$
- $n$  : nombre de spires utiles (=actives  $N_a$ )
- $n_T$  : nombre de spires totales
- $c = \frac{D}{d}$  : rapport d'enroulement ou indice du ressort. Les fabricants conseillent qu'il soit compris entre 8 et 10 pour faciliter la fabrication du ressort.

## Ressort de compression cylindrique: charge/contrainte



L'étude statique donne :

- Effort normal  
 $P_1 = P \cos \alpha$
- Effort tranchant  
 $P_2 = P \sin \alpha$
- Moment de flexion  
 $M_f = P_2 D/2$
- Moment de torsion  
 $M_t = P_1 D/2$

En considérant que la torsion (majoritaire pour  $\alpha$  petit\*) on obtient :

$$\tau = 8PD / \pi d^3$$

- $D$  : diamètre d'enroulement
- $d$  : diamètre de fil
- $P$  : charge axiale

## Ressort de compression cylindrique: charge/contrainte

✓ Contraintes de torsions ( $M_t$ )

$$\tau_{\max}^{M_t} = \frac{8.F.D}{\pi d^3}$$

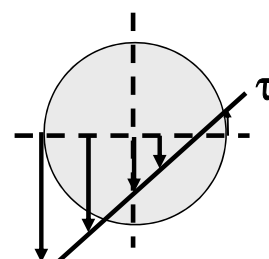
✓ Contraintes de Cisaillement ( $F$ )

$$\tau_{\max}^F = \frac{4.F}{\pi d^2}$$

✓ Contraintes résultante



$$\tau_{\max}^{M_t+F} = \frac{8.F.D}{\pi d^3} \left( 1 + 0.5 * \frac{d}{D} \right)$$



## Ressort de compression cylindrique: charge/contrainte

- Contraintes : Critère de résistance

$$\tau_{\max}(F) < \tau_u \approx \frac{\sigma_E}{\alpha \cdot \sqrt{3}}$$

Dans la pratique :

$$\tau_{\max} = k_D \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi d^3}$$

Souvent limité  
à 4/5 de  $\tau_u$

Coefficient de correction

Contrainte de torsion

### Modélisation par des poutres droites : Facteur de cisaillement

- ✓ Néglige l'effet de courbure
- ✓ Approche suffisante en statique

$$k_D = \left(1 + \frac{0.5}{c}\right)$$

### Modélisation par des poutres courbes : Facteur de Wahl

- ✓ Prise en compte de la courbure du fil
- ✓ Approche nécessaire en fatigue

$$k_D = \left(\frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0.615}{c}\right)$$

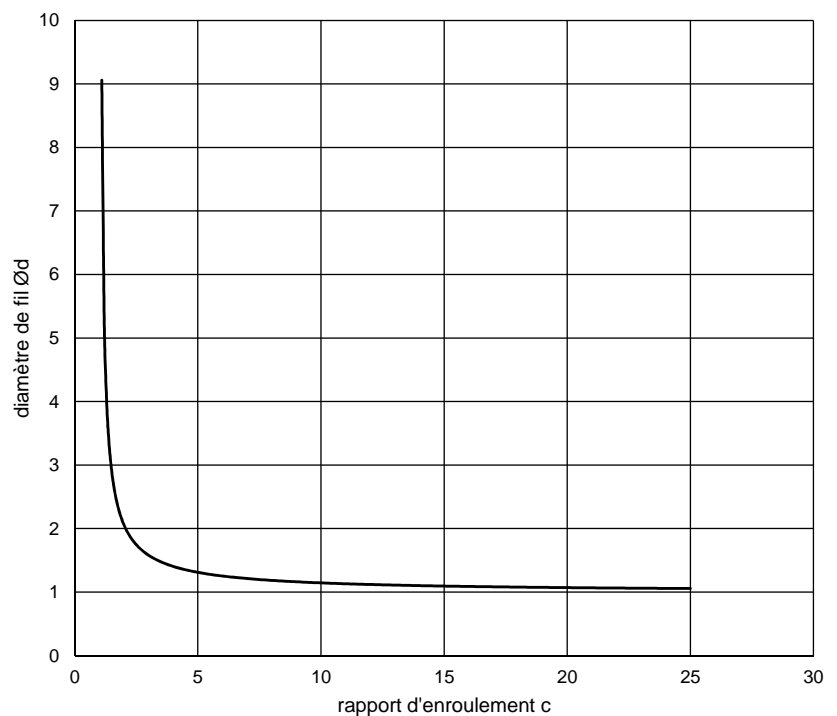
## Ressort de compression cylindrique

$$\text{Rapport d'enroulement : } c = \frac{D}{d}$$

On peut toutefois considérer un coefficient de correction  $k_D$  des contraintes qui permet de tenir compte de la répartition réelle des contraintes le long du fil. Plusieurs calculs expérimentaux de ce coefficient sont possibles. Celui choisi le plus couramment est le coefficient de Wahl

$$k_D = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0,615}{c}$$

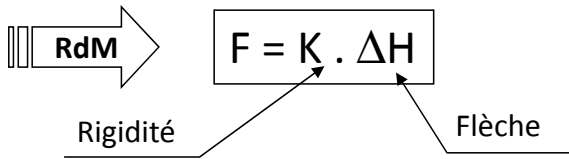
coefficient de Wahl  $k_D = 4c-1/(4c-4) + 0,615/c$



# Ressort de compression cylindrique: flèche, raideur

Relation « Efforts - Allongement »

Énergie accumulée



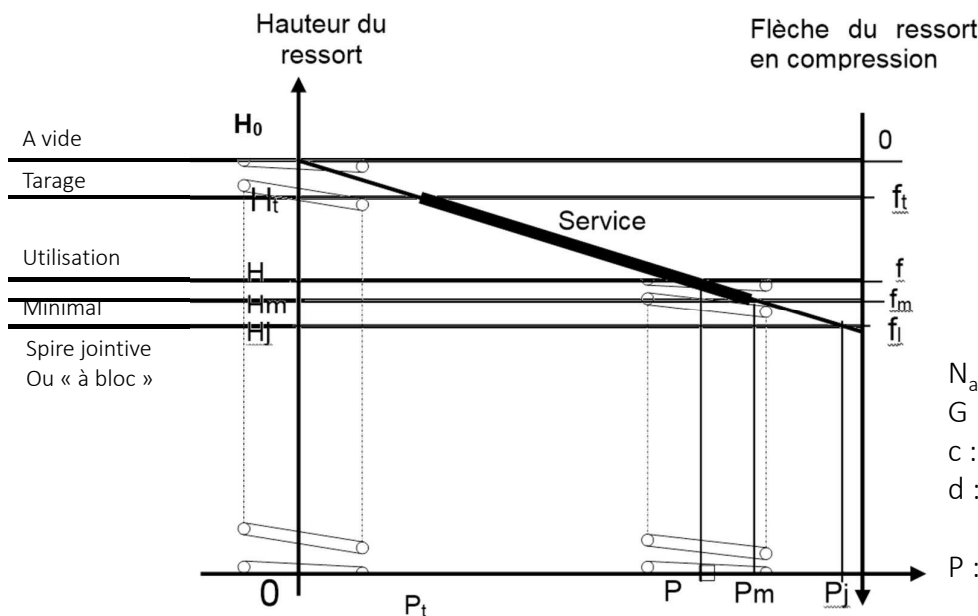
$$U = \frac{1}{2} K \cdot \Delta H^2$$

Ressort de Section circulaire

	Ressort compression	Ressort traction $F_0$ : précharge
Flèche : DH	$\Delta H = \frac{8.n.D^3}{G.d^4} \cdot F$	$\Delta H = \frac{8.n.D^3}{G.d^4} (F - F_0)$
Rigidité : K	$K = \frac{F}{\Delta H} = \frac{G.d^4}{8.n.D^3} = \frac{G.d}{8.n.m^3}$	$K = \frac{F - F_0}{\Delta H} = \frac{G.d^4}{8.n.D^3} = \frac{G.d}{8.n.m^3}$

## Caractéristiques sous charge (avec le rapport d'enroulement $c = D/d$ )

$\tau = k_D \cdot 8P \cdot c / \pi d^2$	$\Delta\tau = k_D \cdot 8\Delta P \cdot c / \pi d^2$	Raideur = $dG / 8c^3N_a$	flèche = $8P \cdot c^3N_a / Gd$
---	--	--------------------------	---------------------------------

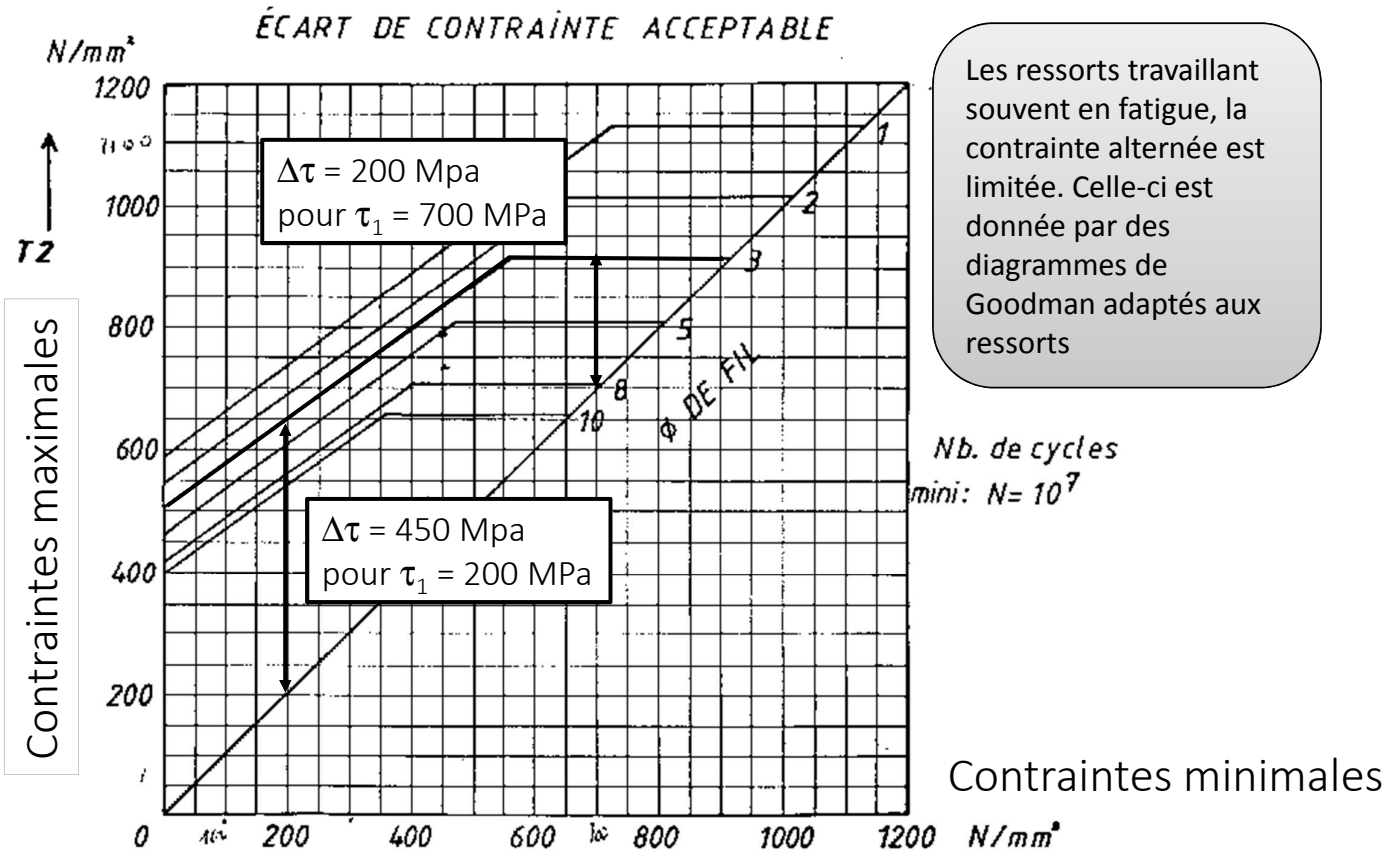


$N_a$  : nombre de spires actives  
 $G$  : module d'élasticité transversal  
 $c$  : rapport d'enroulement  
 $d$  : diamètre du fil

$P$  : charge axiale

$k_D$  : coefficient de Wahl

# Limitation de l'écart de contrainte : Diagramme de Goodman pour ressorts DIN 17 223-1 C



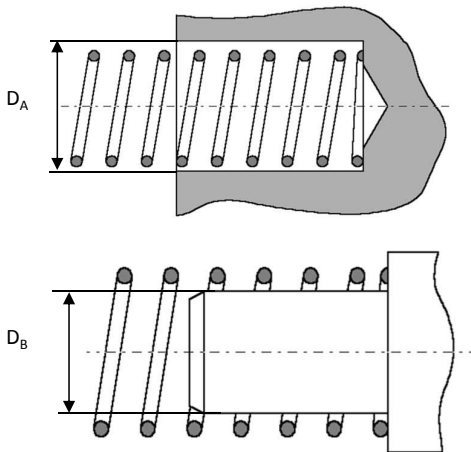
## Caractéristiques dimensionnelles - Limitations

$$D + d < D_A$$

$$D - d > D_B$$

$H > H_{\text{mini}}$   
donné par l'écart de spire minimal admissible

$H < H_{\text{flambage}}$   
selon norme DIN 2076



Écart minimal entre spire

### Contraintes de fabrication :

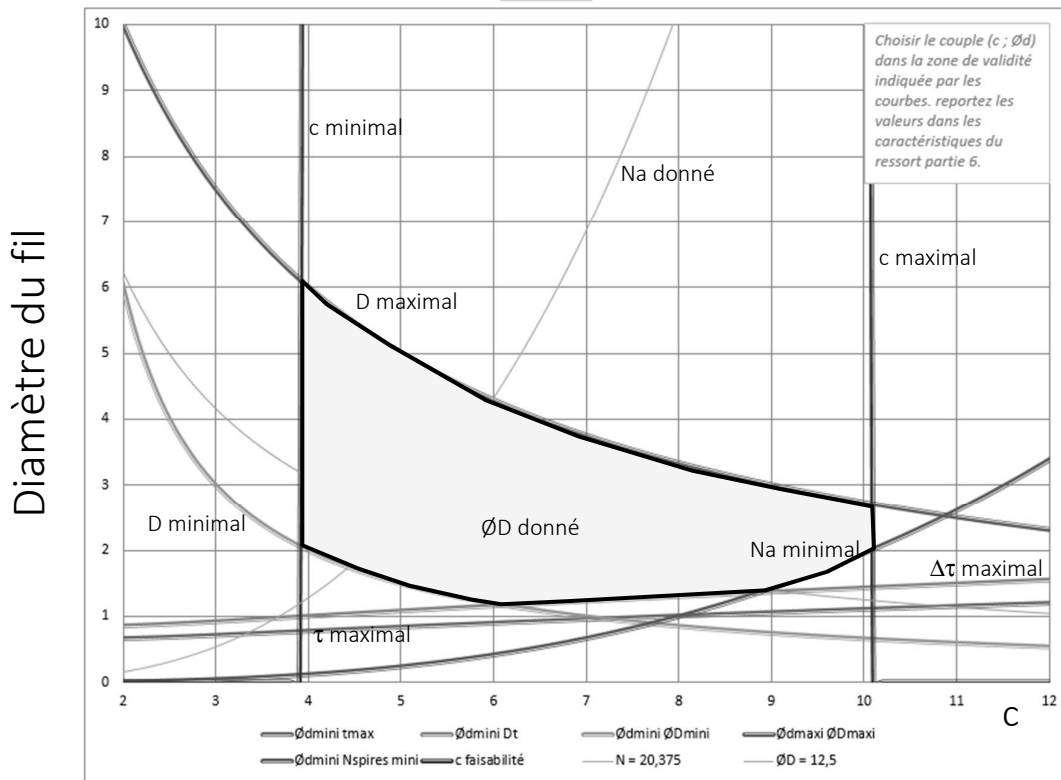
- $c$  est limité entre 4 (ressort difficile à fabriquer) et 10 (ressort trop souple).
- Le nombre de spire active  $N_a$  minimal est égal à 2 pour mieux répartir les charges.
- $\varnothing d > 1,2\text{mm}$  pour les fils grenailés

La plupart des critères dimensionnant permettent d'obtenir un ensemble de conditions entre  $\varnothing d$  et  $c$  représentable dans un graphe [ $c$  ;  $\varnothing d$ ]



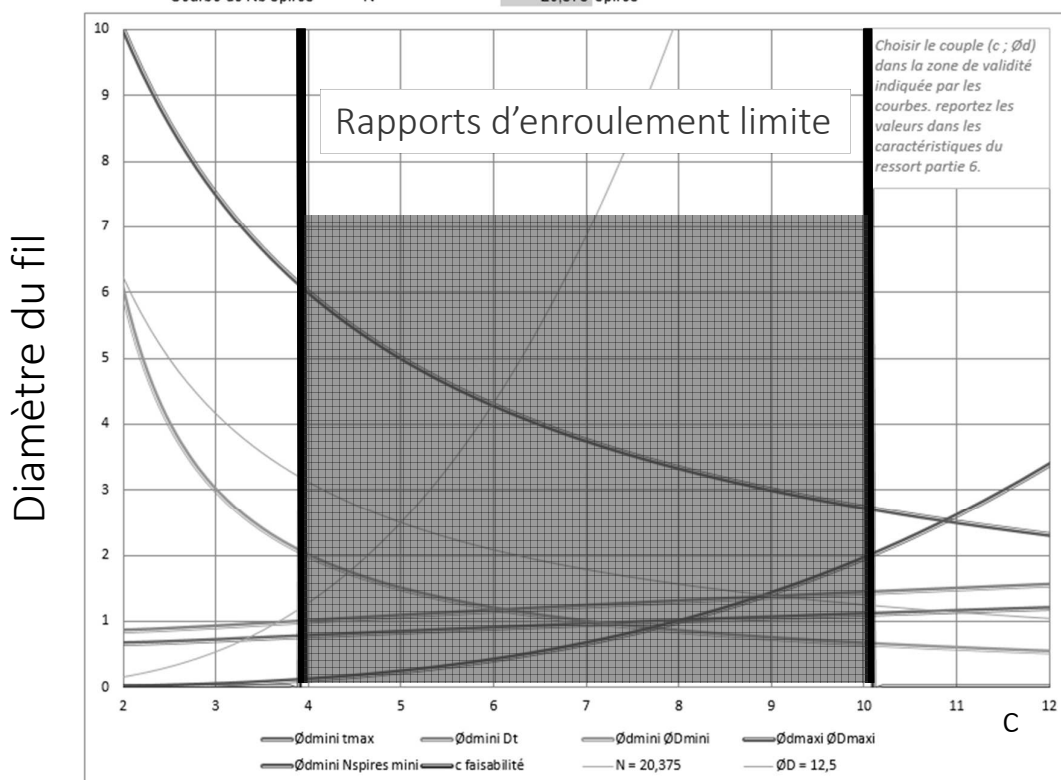
5. Diagramme de Sélection  $\phi d = f(c)$

Courbe d'enroulement  $\phi D$  12,5 mm  
 Courbe de Nb spires N 20,375 spires

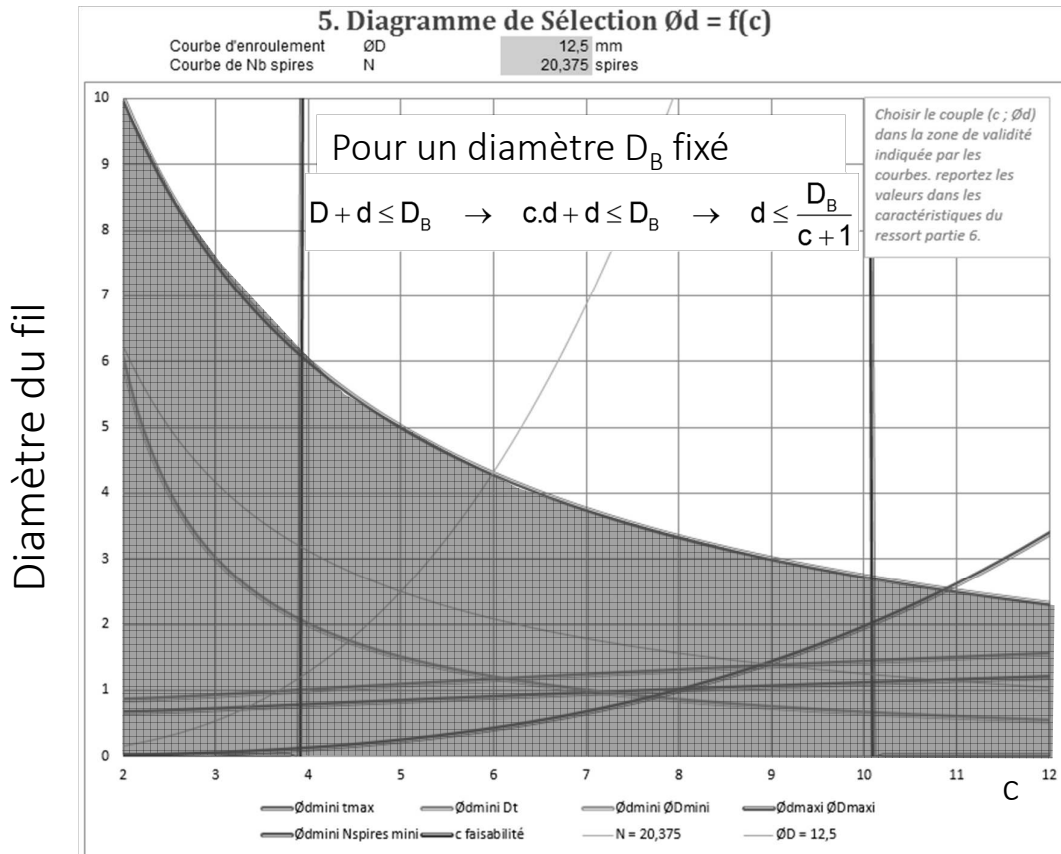


5. Diagramme de Sélection  $\phi d = f(c)$

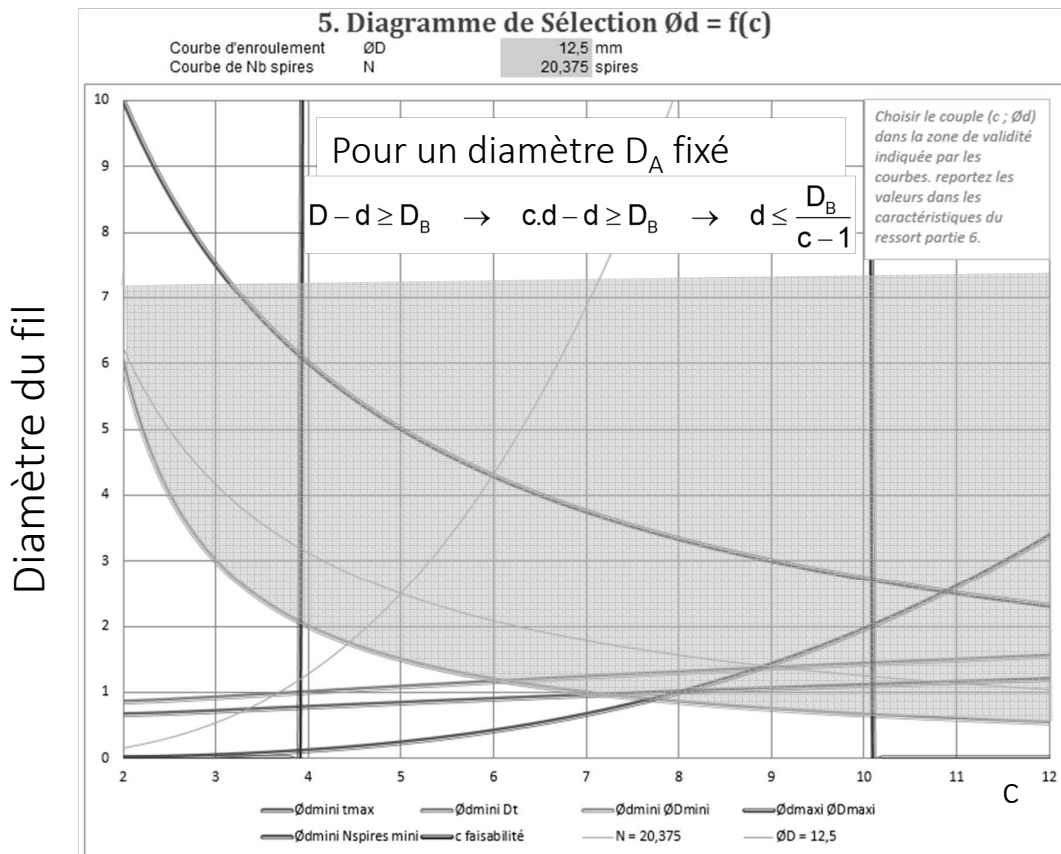
Courbe d'enroulement  $\phi D$  12,5 mm  
 Courbe de Nb spires N 20,375 spires



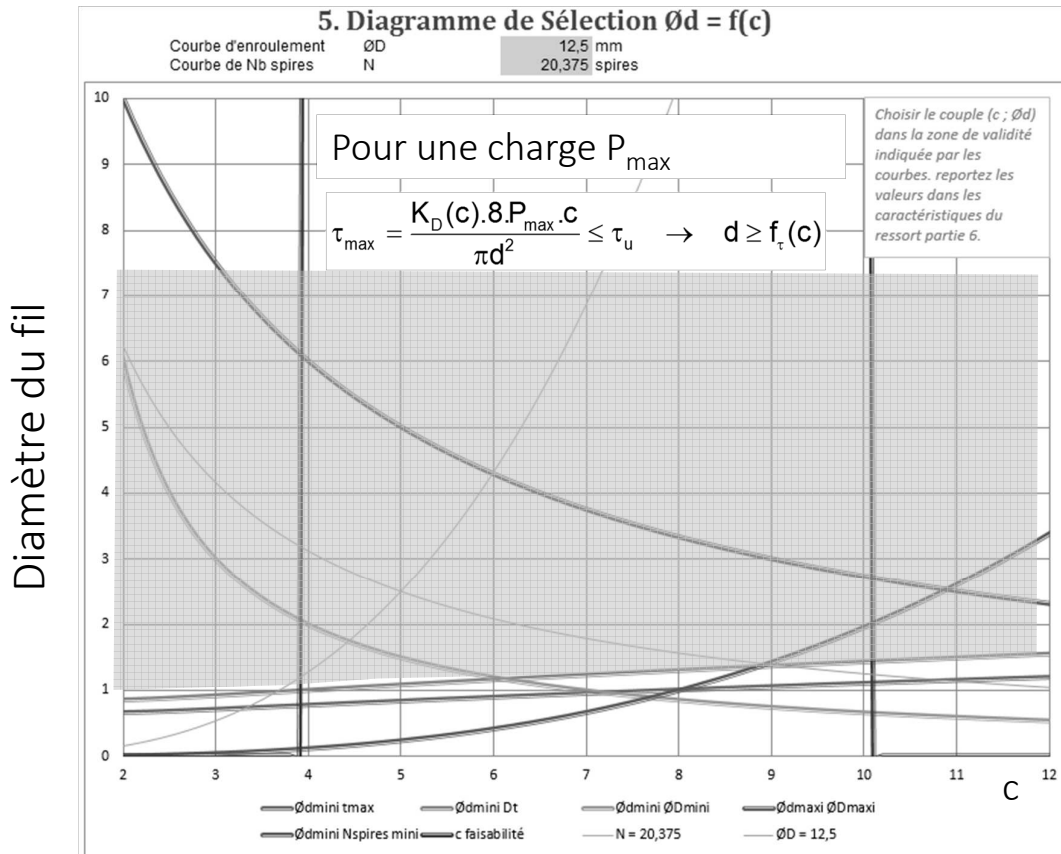
# Représentation graphique du dimensionnement



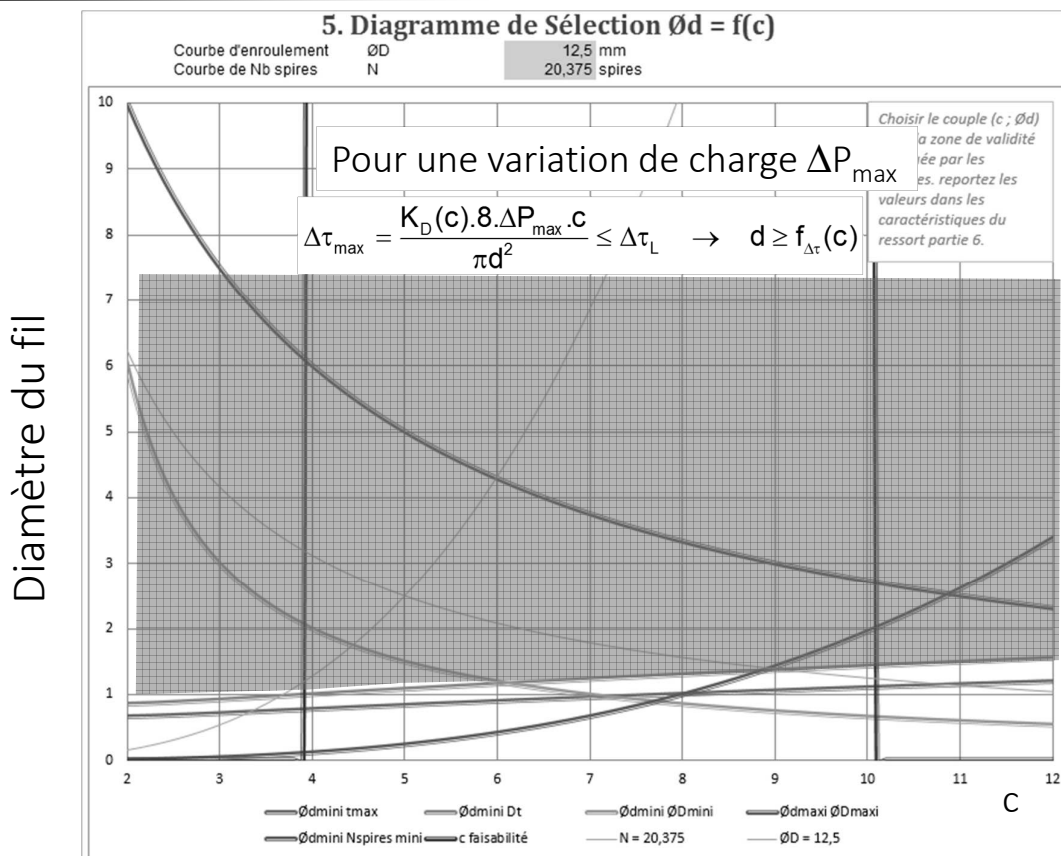
# Représentation graphique du dimensionnement



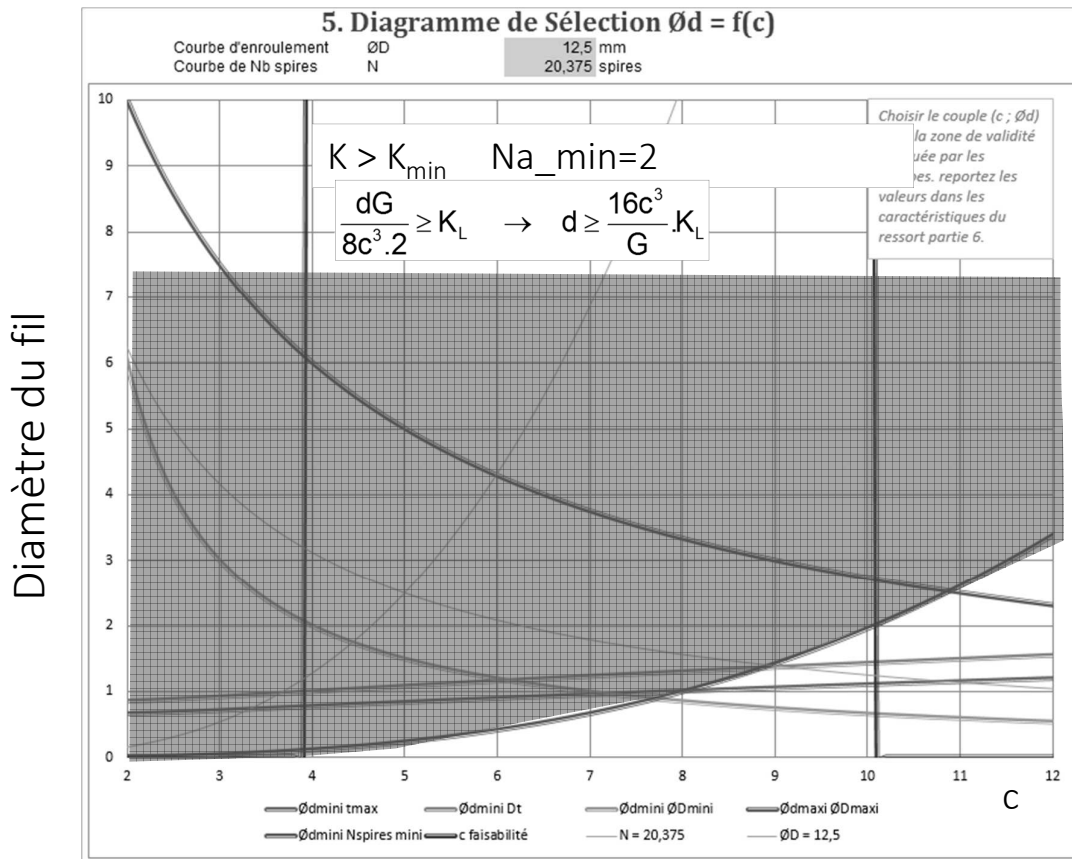
# Représentation graphique du dimensionnement



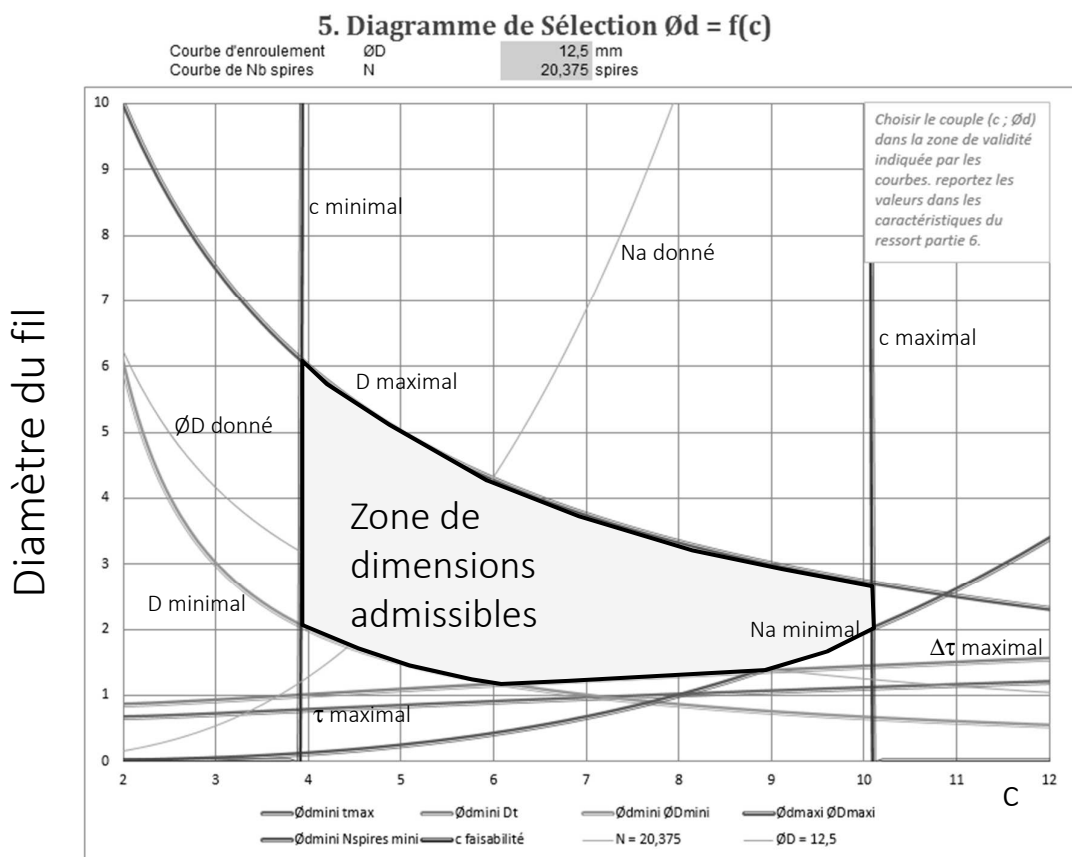
# Représentation graphique du dimensionnement



# Représentation graphique du dimensionnement



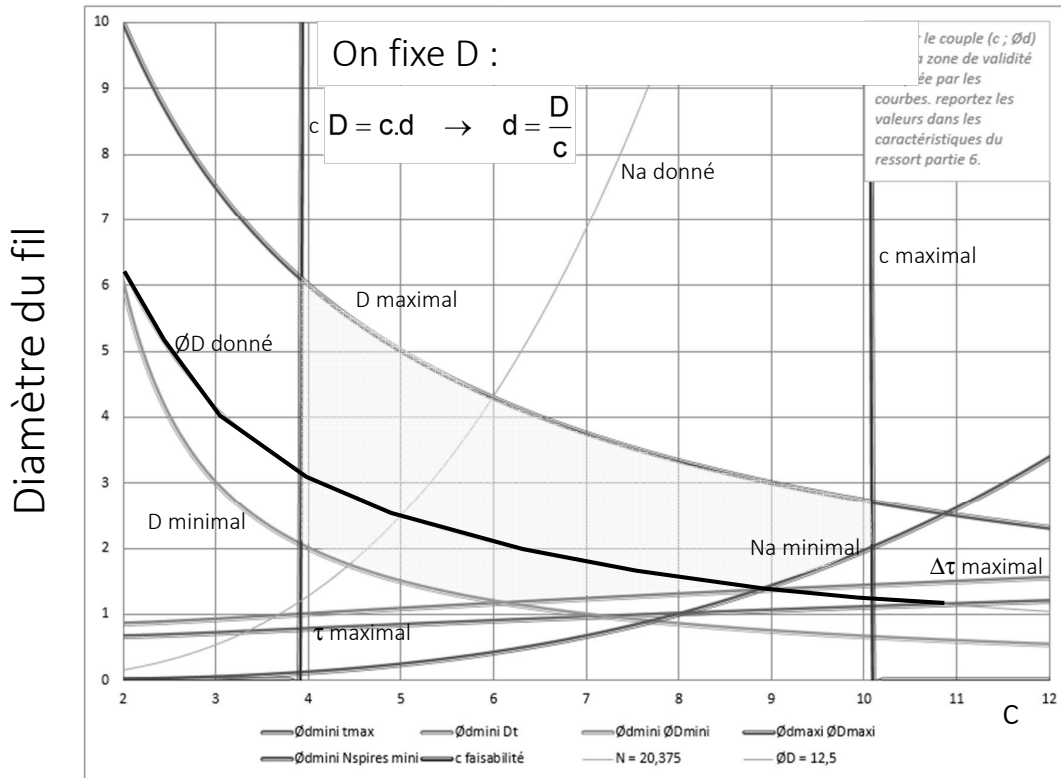
# Représentation graphique du dimensionnement



# Représentation graphique du dimensionnement

## 5. Diagramme de Sélection $\phi d = f(c)$

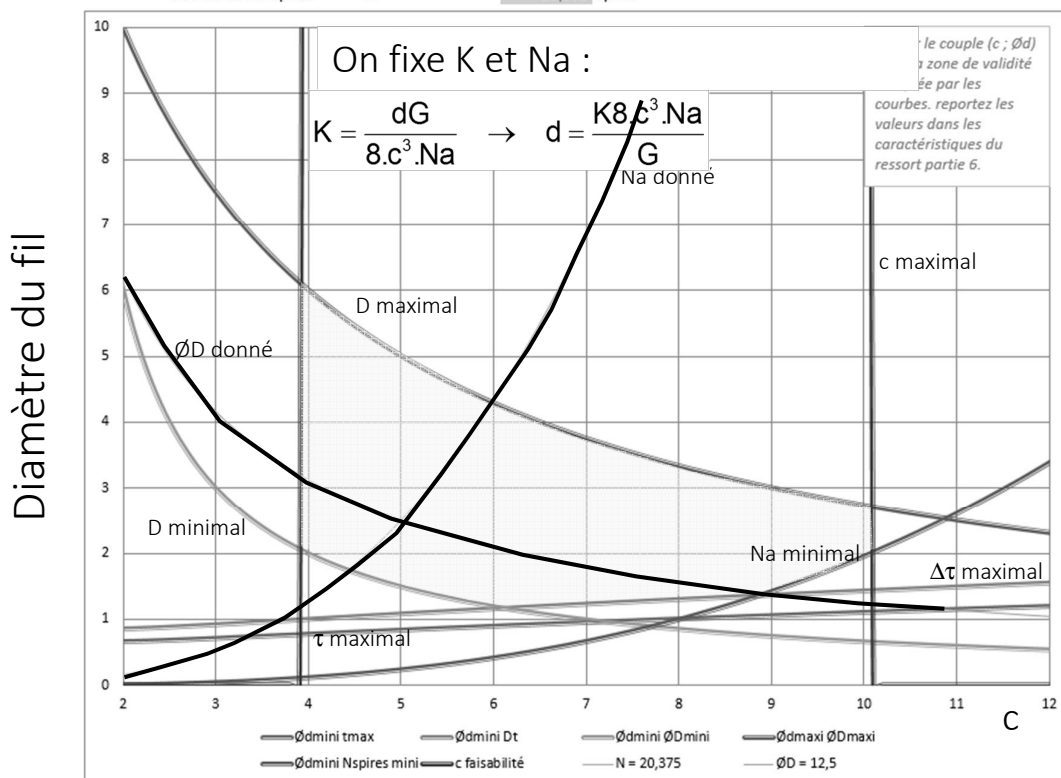
Courbe d'enroulement  $\phi D$  12,5 mm  
 Courbe de Nb spires N 20,375 spires



# Représentation graphique du dimensionnement

## 5. Diagramme de Sélection $\phi d = f(c)$

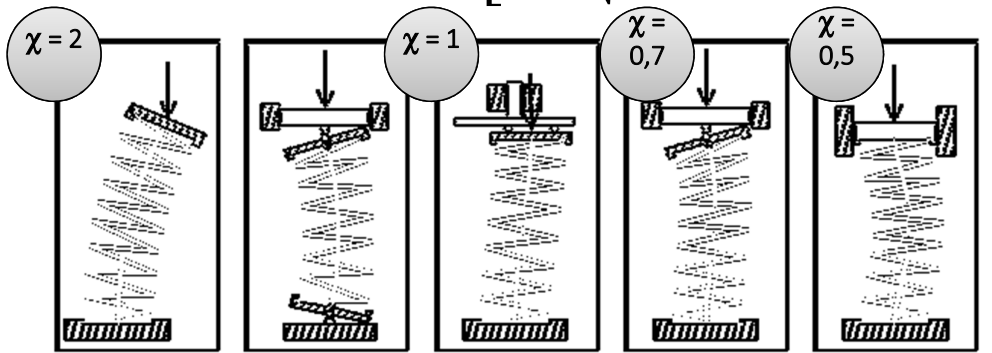
Courbe d'enroulement  $\phi D$  12,5 mm  
 Courbe de Nb spires N 20,375 spires



## Hauteur de flambage selon DIN 2076

Les équations de flambement d'Euler sont appliquées au cas du ressort, équations dépendant du matériau ( les modules d'Young E et de Coulomb G interviennent), d'un coefficient de portée  $\chi$  tenant compte de la façon dont sont appliqués les charges, et permettant de calculer la hauteur critique de flambage  $H_f$

$$H_f = H_0 - \frac{H_0}{2 \times \left(1 - \frac{G}{E}\right)} \times \left[ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{1 - \frac{G}{E}}{0,5 + \frac{G}{E}} \times \left(\frac{\pi D}{\chi H_0}\right)^2} \right]$$



## Forme des extrémités et hauteur totale

Les hauteurs fonctionnelles dépendent de la façon dont sont préparées les extrémités du ressort. On définit  $H_j$  la hauteur à spires jointives, puis la hauteur mini  $H_{mini} = H_j + e$  qui dépend de l'écart de spire minimal  $e = 1,5N_a(0,0015\frac{D^2}{d} + 0,1d)$

- *Non-rapprochées non-meulées :*

$$H_j = (Na + 2,5)d$$

$$N_{total} = Na + 1,5$$

- *Non-rapprochées, meulées :*

$$H_j = (Na + 1)d$$

$$N_{total} = Na + 1,5$$

- *Rapprochées, non-meulées :*

$$H_j = (Na + 2,5)d$$

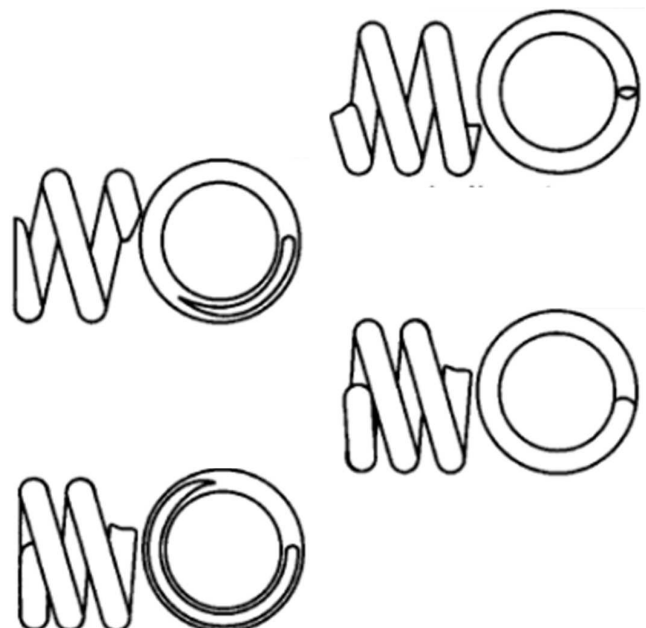
$$N_{total} = Na + 1,5$$

- *Rapprochées, meulées*

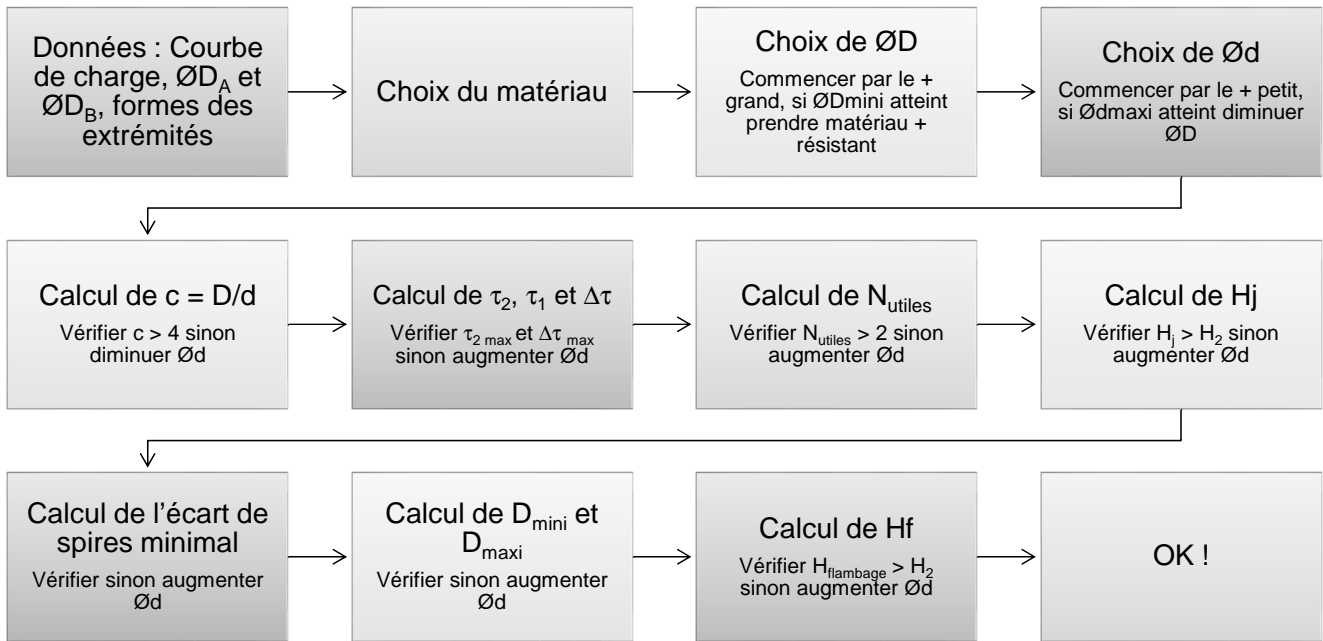
( $N_t$ , nb de spires terminales) :

$$H_j = (Na + N_t - 0,5)d$$

$$N_{total} = Na + 2N_t - 0,5$$



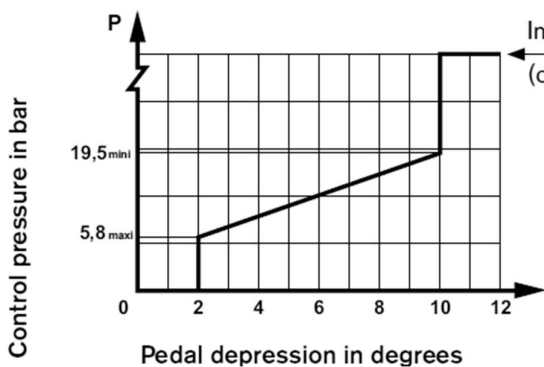
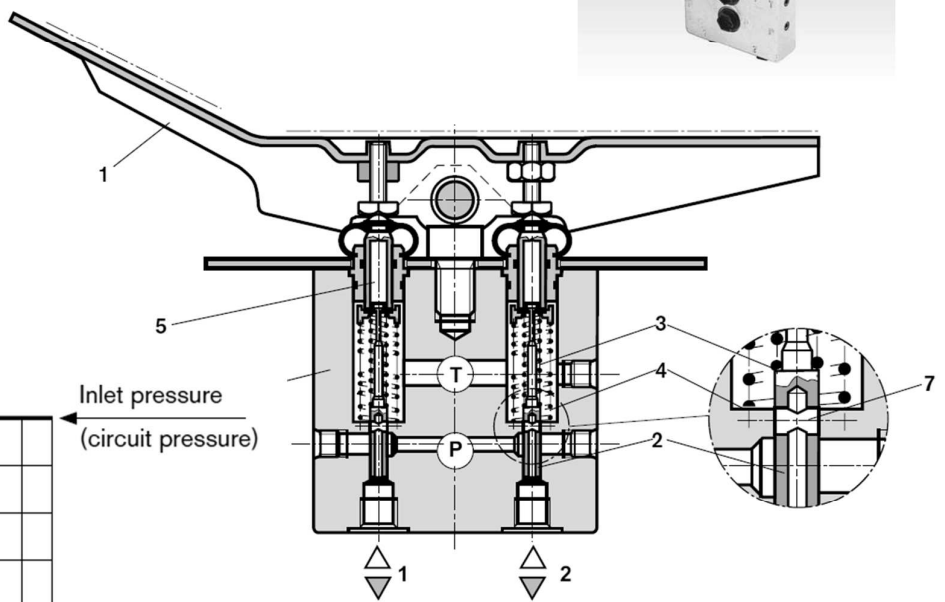
# Norme de calcul Techniques de l'Ingénieur - B5435 : organigramme



## Exemple : ressort de régulation pour pédale 2TH6R

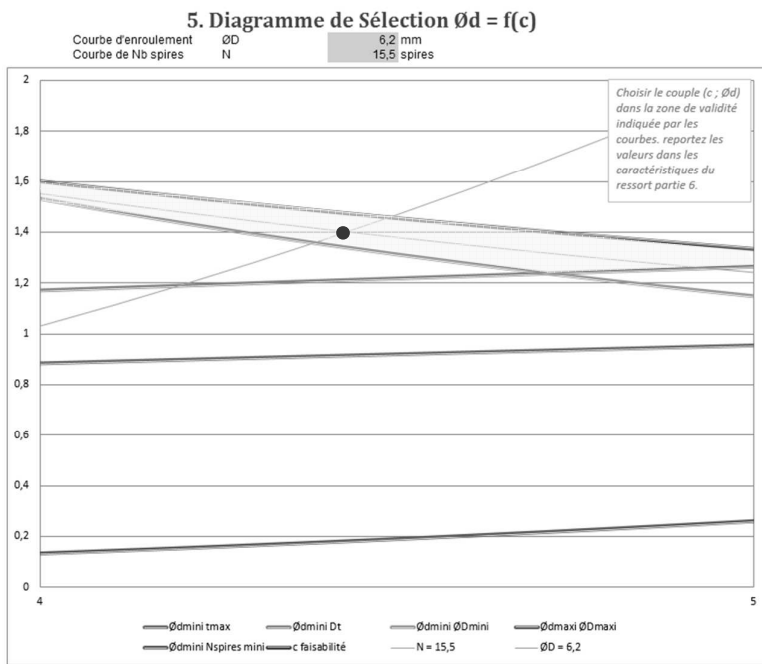
### Problématique :

La durée de vie effective est inférieure à la durée de vie espérée



Pédale de commande d'un moteur hydraulique

# Exemple : ressort de régulation



Caractéristiques		Oblig.	Facult.	Tol.
$\phi$ de fil d (mm)			1,4	
$\phi$ intérieur D1 (mm)	4,6	Mini		
$\phi$ extérieur DE (mm)	7,6			
Nb de spires terminales	2			
Nb de spires utiles	15,5			
Nb de spires totales	17,5			
Sens d'enroulement	DROITE			
Hauteur libre H0 (mm)	30,45			
Hauteur H1 (mm)	29,00			
Sous charge P1 (DaN)	1,54	Hoodler	a11 %	
Hauteur H2 (mm)	25,00			
Sous charge P2 (DaN)	5,78			a11 %
Hauteur à bloc Hb (mm)	24,5			
Sous charge à bloc Pb (DaN)	6,29			
Grenaillage	OUI			
<b>Montage</b>				
$\phi$ Mini douille D01				
$\phi$ Maxi broche C0				
<b>Conditions d'emploi</b>				
Fonction	REGULATION			
Freq. de fonctionnement (Hz)				
Milieu ambiant	HUILE			
Température permanente (Da)	80			
Température maximum (Da)	100			
Cycles mini H1-H2 avant rupture	10 <sup>7</sup>			
<b>Caractéristiques de calculs</b>				
$\phi$ moyen d'enroulement D (mm)	6,2			
Module de Coulomb G (N/mm)	8160			
Raidure P1 (DaN/mm)	1,060			+11 %
Rapport D/d	4,43			
Coefficient K	1,36			
Pente des spires (Dg/mm)	5,19			
Taux de travail T1 (tBar)	12,0			
Taux de travail T2 (tBar)	45,1			
Rapport T2/K	36,2			
Fréquence propre (Hz)				

c	42	260508	Tolérance est. 8% devient 11%		
b	54	210498	Raidure H8 oblig. devient facultative		
a	465	950387	Ajusté le 11 sur couleur		
1st					
2nd					

Recevoir	Jointives, dressées	Dimension	Nb	VISA	DATE	Formet	At
Stabilisation thermique		Verifié par	g. l. e. y. j.	2/6/2008			
Catégorie	1	DESIGNATION	2 TH6 R, RESSORT DE TARAGE				
Classe	C	REVISION	RES-CP-G-6,2-1,4-30,45-15,5-17,5-1,060				
MANNESMANN REXROTH S.A. D.S.I.		CODE ARTICLE	CONCATENER	N° DE DOCUMENT			
		A732	4	198 809 00			

Le ressort est pourtant bien dans la zone admissible

# Exemple : ressort de régulation

### 1. Petit calculs...

Cochez la donnée qui sera calculée à partir des deux autres

$\Delta P$   42,4 N     42,4 N/mm

$\Delta f$   4 mm     10,6 N/mm

Raidure  110 N/mm     10,6 N/mm

### 2. Choix du Matériau

Type CP-G 3

78000 MPa    81500 MPa    P1

480 MPa    1059,529129 MPa    P2

480 MPa    442,885463 MPa    Pj

210000 MPa    206000 MPa    Pb

### 3. Chargement, flèche et contraintes

Indiquez la précharge P1 souhaitée

15,40 N    f1    1,45 mm    t1    120 MPa

57,80 N    f2    5,45 mm    t2    451 MPa

18,45 N    fj    1,74 mm    tj    144 MPa

63,10 N    fb    5,95 mm    tb    493 MPa

$\Delta t = t2 - t1$     331 MPa

### 4. Faisabilité et montage

c mini 4     $\phi d_{\text{ext max}}$  8,00 mm

c maxi 10     $\phi d_{\text{int min}}$  4,60 mm

Nb spires mini 2     $\phi d_{\text{max}}$  7,61 mm

### 6. Caractéristiques

Cochez la donnée qui sera calculée à partir des deux autres

N  15,5 spires     15,5000 spires

c  6 mm     4,43 mm

d  1,4 mm     1,40 mm

D  6,20 mm

### 7. Forme des extrémités

Type de base jointive meulée

Spires d'extrémités 1,25 uniquement pour base jointive

Nt 17,5000 spires

pas de spires 1,78 mm    e

Hj - Hb 4,21 mm

Pente de spires 5,234 °

k\_Whall 1,3576963    Active k\_Whall

masse 4,0 g

### 8. Encombrement

Indiquez la hauteur H2 souhaitée (H2 doit être supérieure à Hj)

H0 30,45 mm

Hutlle 27,65283 mm

H1 29,00 mm

H2 25,00 mm

Hj 28,71 mm

Hbloc 24,50 mm

H2 < Hmini ☹️

Hmini

Hj

### 9. Flambage

Contrôlez le flambage ci-dessous

P0    P1    P2    P3    P4

### 5. Diagramme de Sélection $\phi d = f(c)$

Courbe d'enroulement  $\phi D$  6,2 mm  
 Courbe de Nb spires N 15,5 spires

Choisir le couple (c ;  $\phi d$ ) dans la zone de validité indiquée par les courbes. reportez les valeurs dans les caractéristiques du ressort partie 6.



# Exemple : ressort de régulation

### 1. Petit calculs...

Cochez la donnée qui sera calculée à partir des deux autres

JP  42.4 N    42.4 N  
 dj  4 mm    4 mm  
 Raideur  110 N/mm    10,9 N/mm

### 2. Choix du Matériau

Type CP-G 3

G 78000 MPa    81500 MPa  
 te 480 MPa    1072,715887 MPa  
 E 210000 MPa    442,4792881 MPa    206000 MPa

### 3. Chargement, flèche et contraintes

Indiquez la précharge P1 souhaitée

P1 15,40 N    f1 1,45 mm    r1 143 MPa  
 P2 57,80 N    f2 5,45 mm    r2 536 MPa  
 Pj 80,77 N    fj 7,62 mm    rj 749 MPa  
 Pb 116,10 N    fb 10,95 mm    rb 1077 MPa  
 Δr = r2 - r1 393 MPa

### 4. Faisabilité et montage

c mini 4 mm    Ødext max 8,00 mm  
 c maxi 10 mm    Ødint min 4,60 mm  
 Nb spires mini 2    ØDmax 7,29 mm

### 6. Caractéristiques

Cochez la donnée qui sera calculée à partir des deux autres

N  13 spires    13,0000 spires  
 c  1,3 mm    4,58 mm  
 D  5,95 mm    1,30 mm

### 7. Forme des extrémités

Type de base jointive meulée

Spires d'extrémités 1,25 uniquement pour base jointive

Nt 15,0000 spires  
 pas de spires 2,14 mm  
 Hj - Hb 3,33 mm  
 Pente de spires 6,534 °  
 k\_Whall 1,3437256  Activer k\_Whall  
 masse 2,9 g

### 8. Encombrement

Indiquez la hauteur H2 souhaitée (H2 doit être supérieure à H1)

H0 30,45 mm  
 Hutilité 27,85283 mm  
 H1 29,00 mm  
 H2 25,00 mm  
 Hj 22,83 mm  
 Hbloc 19,50 mm

H2 > Hmini 😊

Hmini

### 9. Flambage

Contrôlez le flambage ci-dessous

Coef.de portée 0,8

### 5. Diagramme de sélection Ød = f(c)

Courbe d'enroulement ØD  
 Courbe de Nb spires N

5,95 mm  
 13 spires

Choisir le couple (c ; Ød) dans la zone de validité indiquée par les courbes. reportez les valeurs dans les caractéristiques du ressort partie 6.

# Ressorts hélicoïdaux cylindriques de Torsion



Le matériau est sollicité en flexion

$$\sigma = k_{1,2} \cdot \frac{32.F.r}{\pi.d^3} \quad k_{1,2} = \max \left\{ \frac{4c^2 - c - 1}{4c(c-1)}, \frac{4c^2 + c - 1}{4c(c+1)} \right\}$$

La déformation est mesurée par un angle

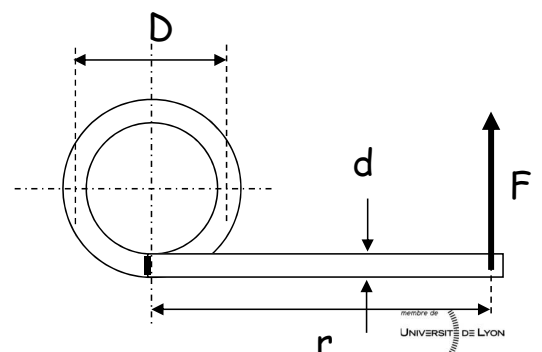
$$\theta = \frac{64F.r.D.n}{E.d^4} \implies K_\theta = \frac{E.d^4}{64D.n}$$

(Relation simplifiée)

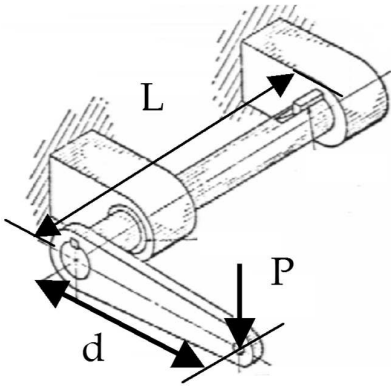
Influence des branches (norme DIN)

$$K_\theta = \frac{E.d^4}{3667.n.D (Sa + Sb)} \quad (\text{N/mm})$$

Type de branche & géométrie du ressort



## Barre de torsion



$$\alpha = \frac{M_t \cdot L}{G \cdot I_o}$$

$$\tau = \frac{M_t \cdot r}{I_o}$$

- o C'est un des ressorts les plus « simples »
- o L'une des extrémités de la barre est considérée comme fixe, l'autre, dite libre, est reliée aux éléments mobiles.

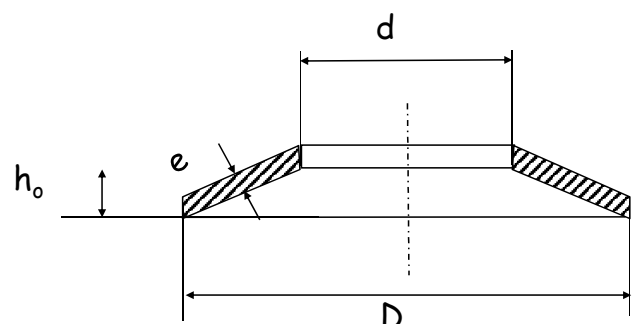


## Rondelles ressort: rondelles de Belleville



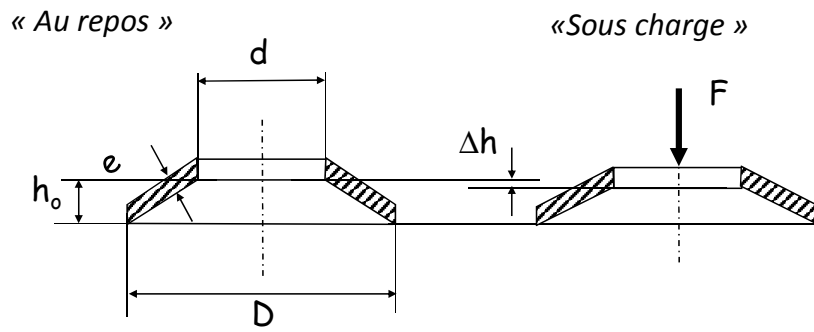
- De forme tronc conique
- Reposent sur la circonférence de leur grande base
- Charge répartie sur la circonférence de leur petite base

- Utilisées dans des espaces réduits
- Permettent de construire des colonnes ressorts, empilement série/parallèle
- Force importante – course réduite



# Rondelles ressort: rondelles de Belleville

- Formules de Almen et Lazlo



$$F = \frac{4.E.C}{1-\nu^2} \cdot \frac{e.\Delta h}{D^2} \cdot \left[ (h_0 - \Delta h) \cdot (h_0 - \frac{1}{2}\Delta h) + e^2 \right] \quad \text{Avec} \quad C = \pi \left( \frac{\delta}{\delta-1} \right)^2 \cdot \left( \frac{\delta+1}{\delta-1} - \frac{2}{\ln \delta} \right)$$

Relation « effort - flèche » non linéaire

et  $\delta = \frac{D}{d}$

$$F = \frac{\Delta h}{h_0} \cdot \left[ \frac{(h_0 - \Delta h) \cdot (h_0 - \frac{1}{2}\Delta h)}{e^2} + 1 \right] \cdot F_a$$

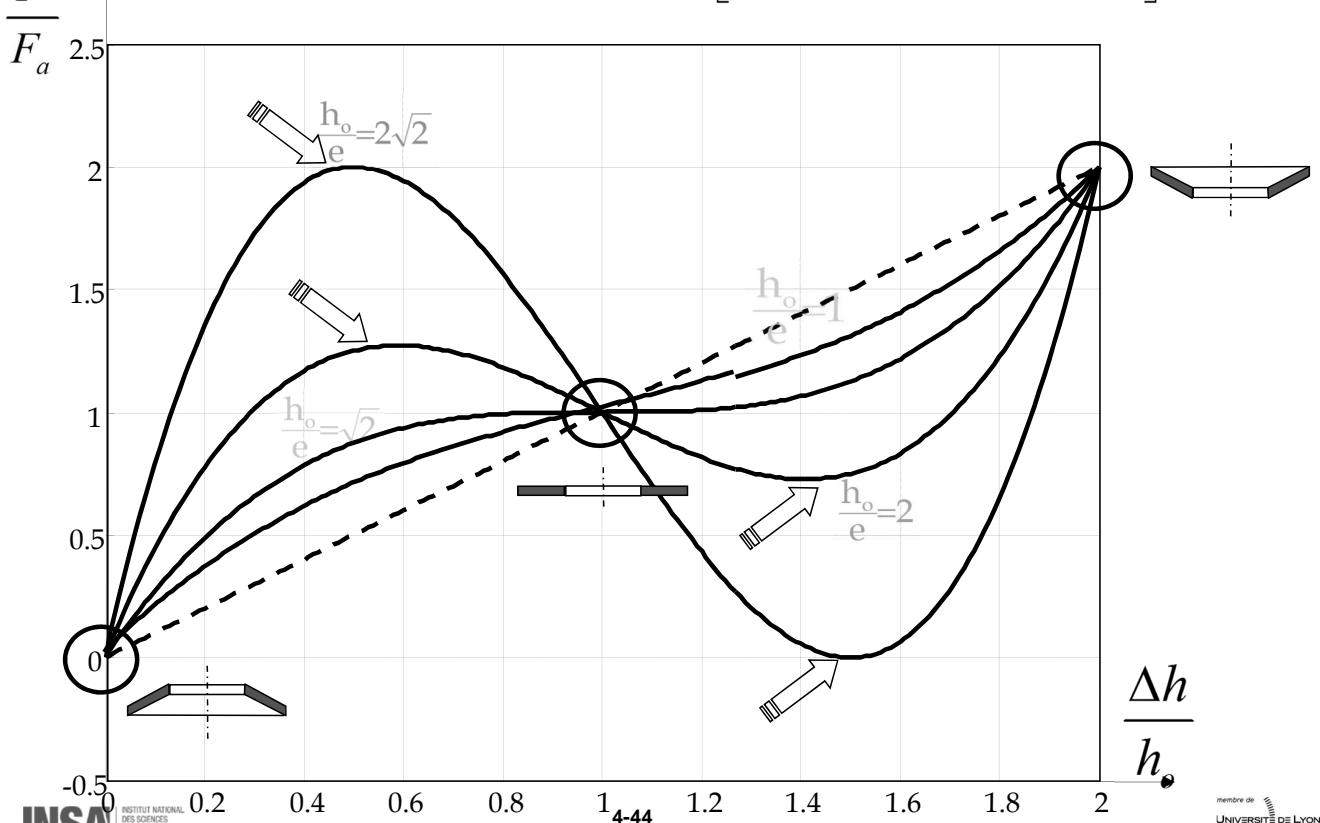
$$F_a = \frac{4.E.C}{1-\nu^2} \cdot \frac{e^3.h_0}{D^2}$$

Charge de mise à plat

# Rondelles ressort: rondelles de Belleville

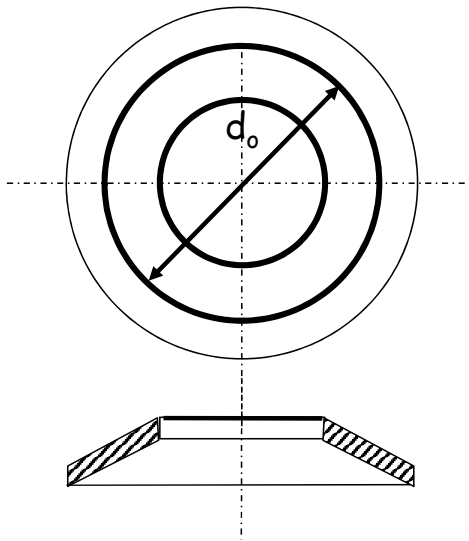
- Courbes caractéristiques

$$\frac{F}{F_a} = \frac{\Delta h}{h_0} \cdot \left[ \left( \frac{h_0}{e} \right)^2 \cdot \left( 1 - \frac{\Delta h}{h_0} \right) \cdot \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h_0} \right) + 1 \right]$$



# Rondelles ressort: rondelles de Belleville

## • Contraintes

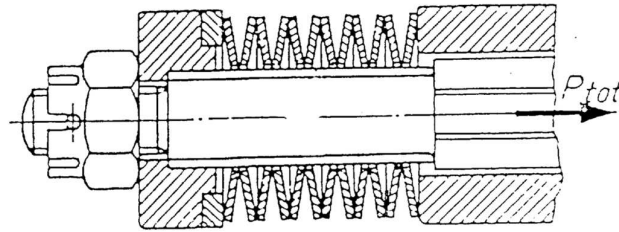


Fibre neutre :  $d_o = d \cdot \frac{\delta - 1}{\ln \delta}$

Contraintes max :  $\sigma_M = -C \cdot \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{\Delta h}{D^2} \left[ C_1 \cdot \left( h_o - \frac{\Delta h}{2} \right) + C_2 e \right]$

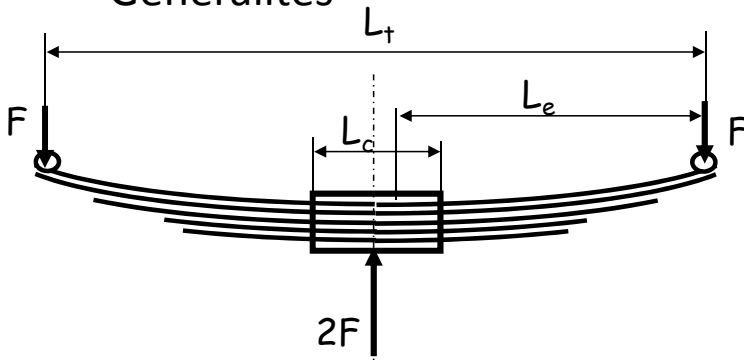
$$C_1 = \frac{6}{\pi \ln \delta} \left( \frac{\delta - 1}{\ln \delta} - 1 \right)$$

$$C_2 = \frac{3(\delta - 1)}{\pi \ln \delta}$$



# Ressorts à Lames

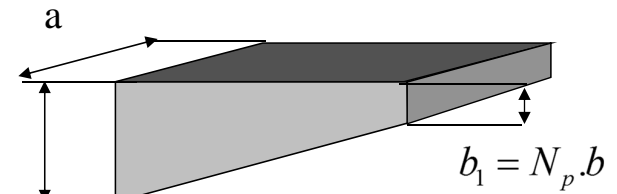
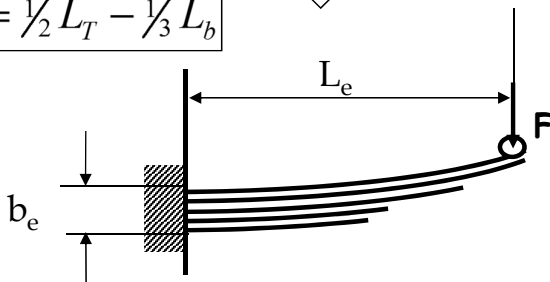
## • Généralités



Formés de lames parallèles (b x a) :

- N<sub>p</sub> lames pleines
- N<sub>g</sub> lames graduées permettant d'homogénéiser les contraintes de flexion

$$L_e = \frac{1}{2} L_T - \frac{1}{3} L_b$$

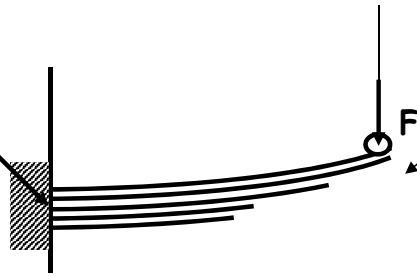


$$b_e = (N_p + N_g) \cdot b$$

## Ressorts à Lames

- Flèche - Contraintes

$$\sigma = \frac{6.L_e.F}{(N_p + N_g).b.a^2}$$



$$\Delta h = \frac{4.Q.L_e^3}{E.a^3.(N_p + N_g).b}.F$$

$$Q = \frac{3}{(1-\lambda)^3} \cdot \left[ \frac{1}{2} - 2\lambda + \lambda^2 \left( \frac{3}{2} - \ln \lambda \right) \right]$$
$$\lambda = \frac{b_1}{b_e}$$

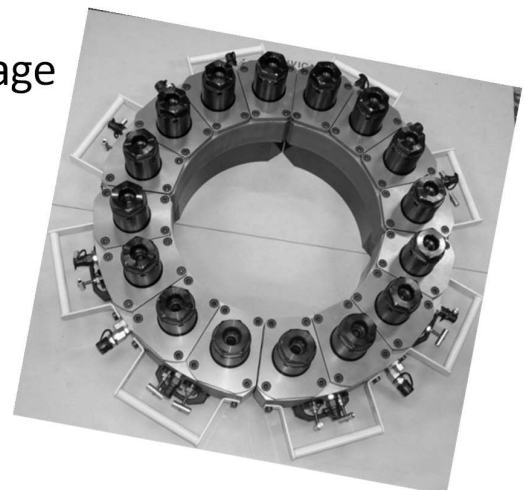


Les calculs présentés sont des calculs de prédimensionnement permettant de se faire une idée du comportement qu'aurait un **véritable** ressort à lames réalisé selon les règles de l'art.,

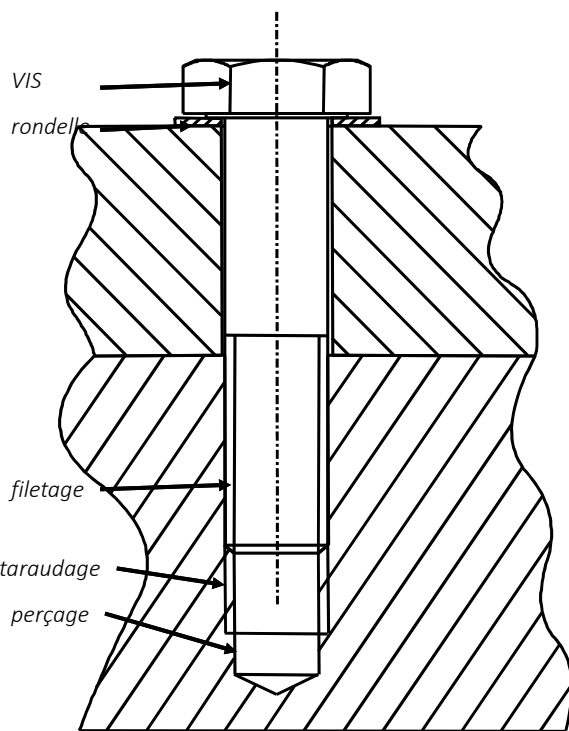
## 5. Dimensionnement des liaisons complètes par éléments filetés

### Sommaire

- Caractéristiques techniques des éléments filetés
- Exigence fonctionnelle de la liaison complète par éléments filetés
- Démarche de dimensionnement des éléments filetés
- Mode non-optimisé, pré-dimensionnement suivant NF E25-030, notion de précharge
- Mode optimisé, rigidité de l'assemblage
- Conception des assemblages vissés



## Vocabulaire général des éléments filetés



Assemblage vissé

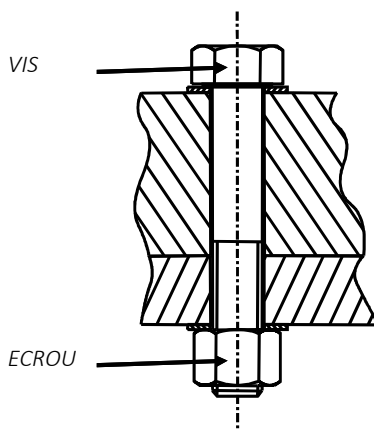


taraudage

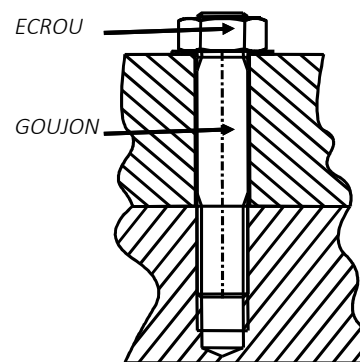
lamage

boulon

goujon

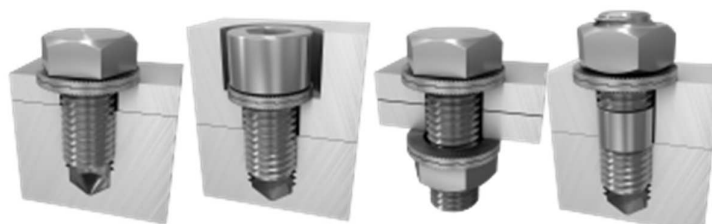
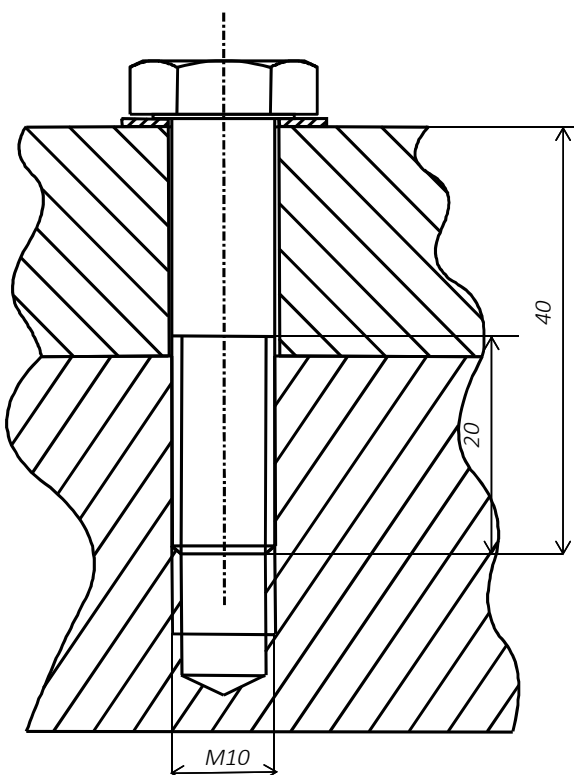


Assemblage boulonné



Assemblage goujonné

## Vocabulaire général des éléments filetés



taraudage

lamage

boulon

goujon

Exemple de désignation :  
Vis à tête hexagonale  
ISO 4014 – M10 x 40 –  
(20) – 8.8

La classe est indiquée par deux chiffres S.Y  
 On en déduit  $Re = S \cdot Y \cdot 10$  en Mpa et  $Rr = 100 \cdot S$  en MPa  
 Les classes vont de 3.6 à 14.9

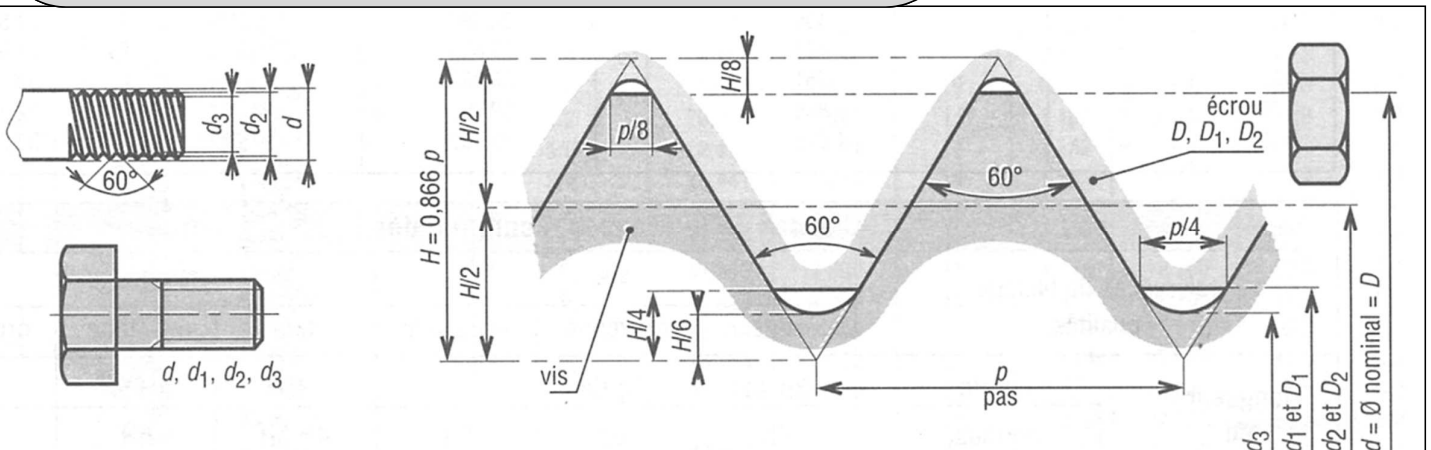
10.9  
 $Re = 900$  Mpa  
 $Rr = 1000$  MPa



8.8  
 $Re = 640$  Mpa  
 $Rr = 800$  MPa

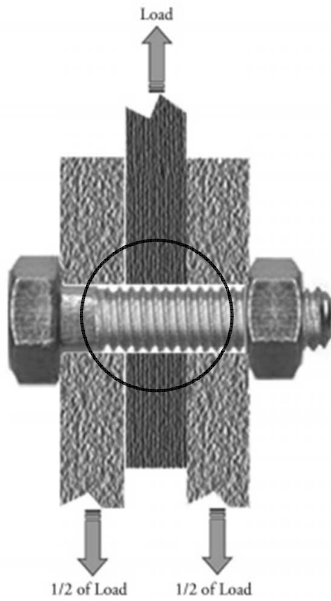
## Géométrie du filetage ISO NFE 03-001/ISO 68

- $d$  : diamètre nominal en mm
- $p$  : pas en mm
- $d_1 = D_1 = d - 1,0825 \cdot p$  diamètre en sommet d'écrou
- $d_2 = D_2 = d - 0,6495 \cdot p$  diamètre moyen de la vis
- $d_3 = d - 1,2268 \cdot p$  : diamètre à fond de filet
- $d_{eq} = (d_2 + d_3) / 2 = d - 0,9382 \cdot p$
- $A_s$  : section résistante:  $A_s = \pi \cdot d_{eq}^2 / 4$  ( $= S_b$ )

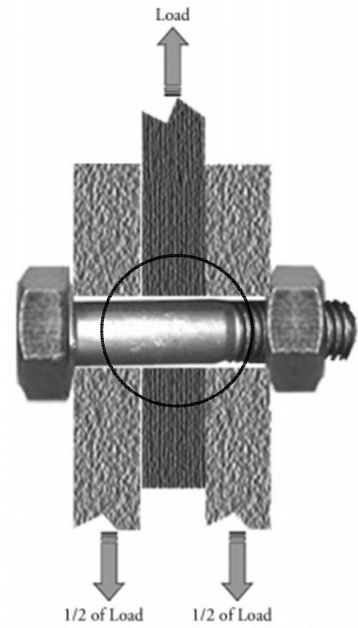




# Règles générales de conception



**22680 N**



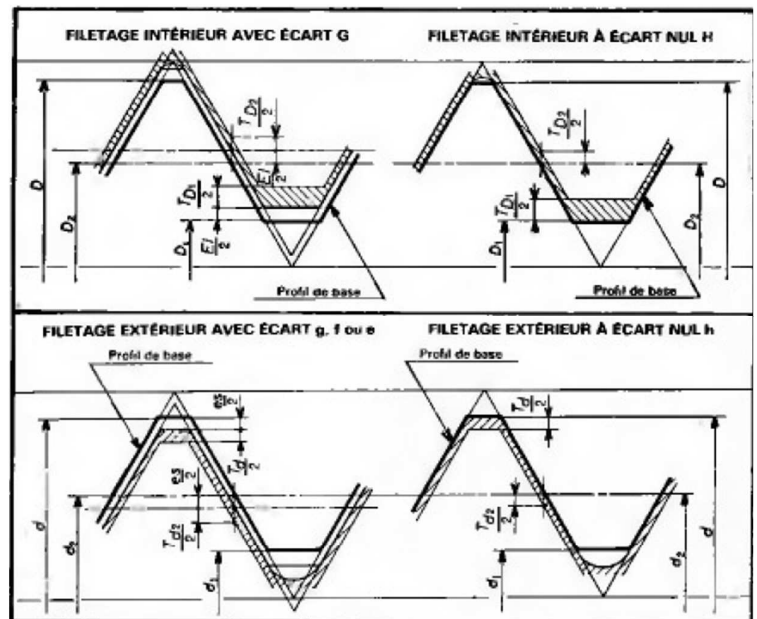
**34380 N**

## Classe de tolérance des filetages ISO NFE 03-050 à 055

Tolérances		Numéro de tolérance						
Sur flancs	Td2	3	4	5	6	7	8	9
	TD2	-	4	5	6	7	8	-
Sur diamètre extérieur (vis)	Td	-	4	-	6	-	8	-
	TD1	-	4	5	6	7	8	-

Qualité du filetage	Filetage	Longueur en prise		
Fine	Intérieur	4H	4H5H	6H
	Extérieur	3h4h	4h	5h4h
Moyenne	Intérieur	5H	6H	7H
	Extérieur	5g6g	6g	7g6g
Grossière	Intérieur	-	7H	8H
	Extérieur	-	8g	9g8g

Diamètre nominal d en mm	Filetage pas gros		Filetage pas fin	
	pas	As (mm <sup>2</sup> )	pas	As
5	0.8	14.2	/	/
6	1	20.1	/	/
7	1	28.9	/	/
8	1.25	36.6	1	39.2
10	1.5	58	1.25	61.2
12	1.75	84.3	1.25	91.2
14	2	115	1.5	125
16	2	157	1.5	167
18	2.5	192	1.5	216
20	2.5	245	1.5	272
22	2.5	303	2	333
24	3	353	2	384
27	3	459	2	496
30	3.5	561	2	621
33	3.5	694	2	761
36	4	817	3	865
39	4	976	3	1028

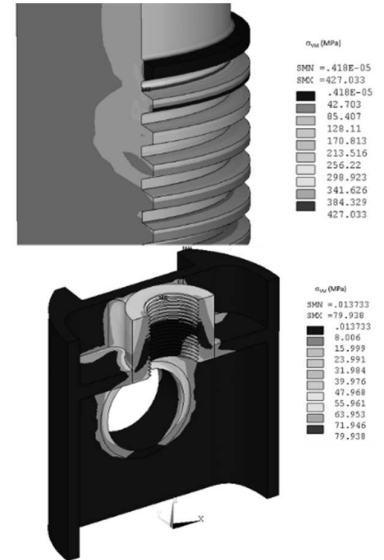
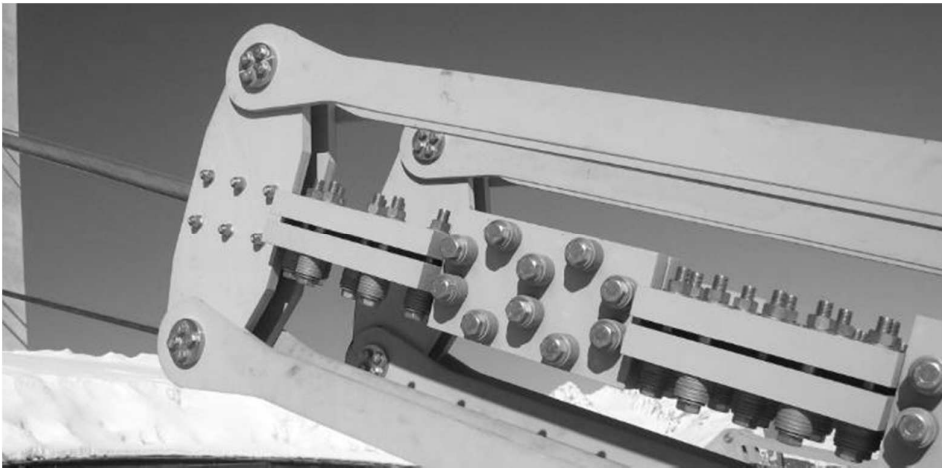


Position de l'intervalle		Ecart fondamental (µm, p en mm)	
Erou	G		15+11p
	H		0
Vis	h		0
	g		-(15+11p)
	f		-(30+11p)
	e		-(50+11p)

### C'est pas facile !

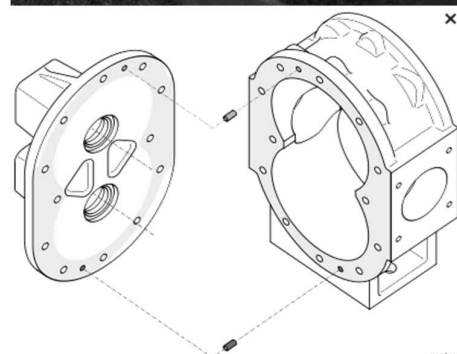
Les éléments filetés sont des organes de **forme complexe**, d'usages variés et très fréquents, et dont pourtant la **modélisation est complexe**.

Les montages spécifiques et performants demandent d'ailleurs de recourir à des organismes ou des logiciels spécialisés.



## Exigence fonctionnelle

- Pour créer un assemblage vissé, il faut un appui-plan.
- Cet appui-plan peut-être complété par un ou deux pions de centrage ou par un centrage court afin d'assurer une mise en position plus précise.
- Les efforts sont transmis par adhérence au niveau de l'appui-plan.
- Un serrage initial ou précharge assure l'effort normal nécessaire à cette transmission d'effort.
- Le dimensionnement consiste à déterminer cette précharge compte tenue des exigences de service demandée



## Le montage : une étape prioritaire

Les causes de défaillances des assemblages vissés (source SKF)

Défaut de montage 45%

Défaut de fabrication

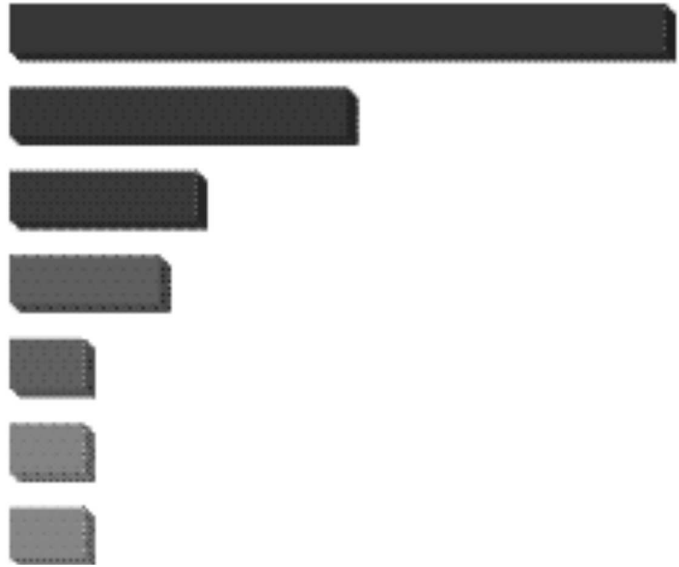
Défaut de conception

Défaut de traitement thermique

Mauvaise utilisation

Mauvais choix de matériau

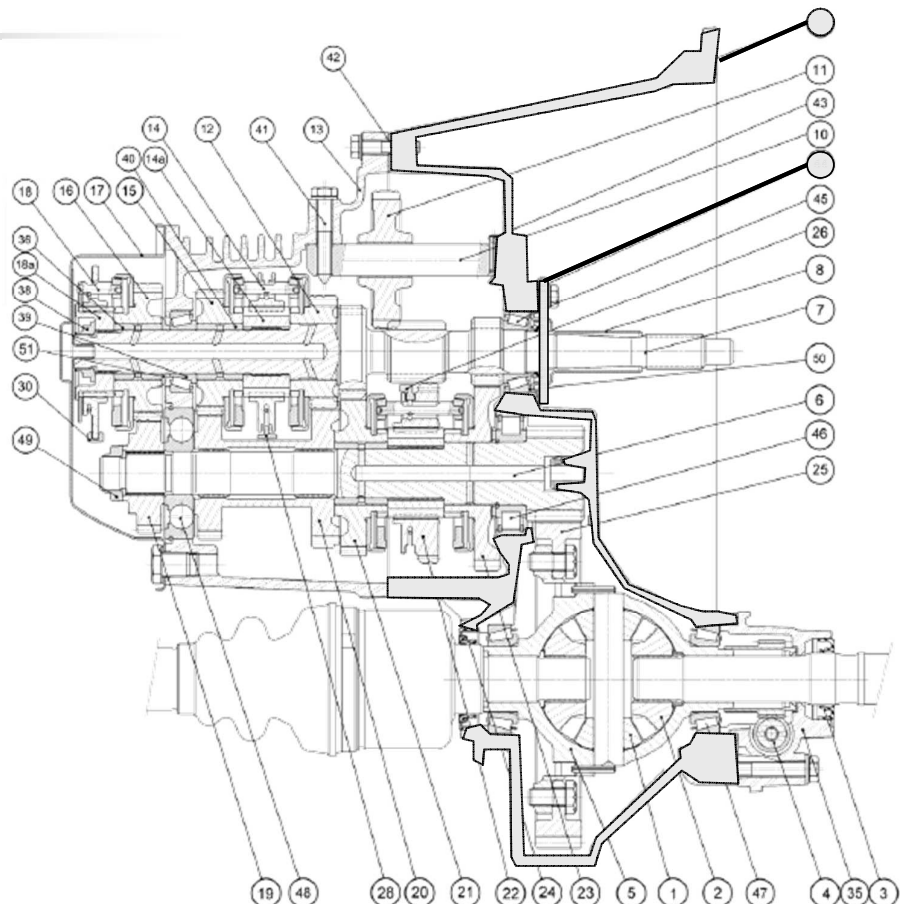
Défaut de traitement de surface



Une histoire célèbre : [http://fr.wikipedia.org/wiki/Vol\\_5390\\_British\\_Airways](http://fr.wikipedia.org/wiki/Vol_5390_British_Airways)  
Ou <https://youtu.be/FFlrxGZZxzU?t=37m45s>

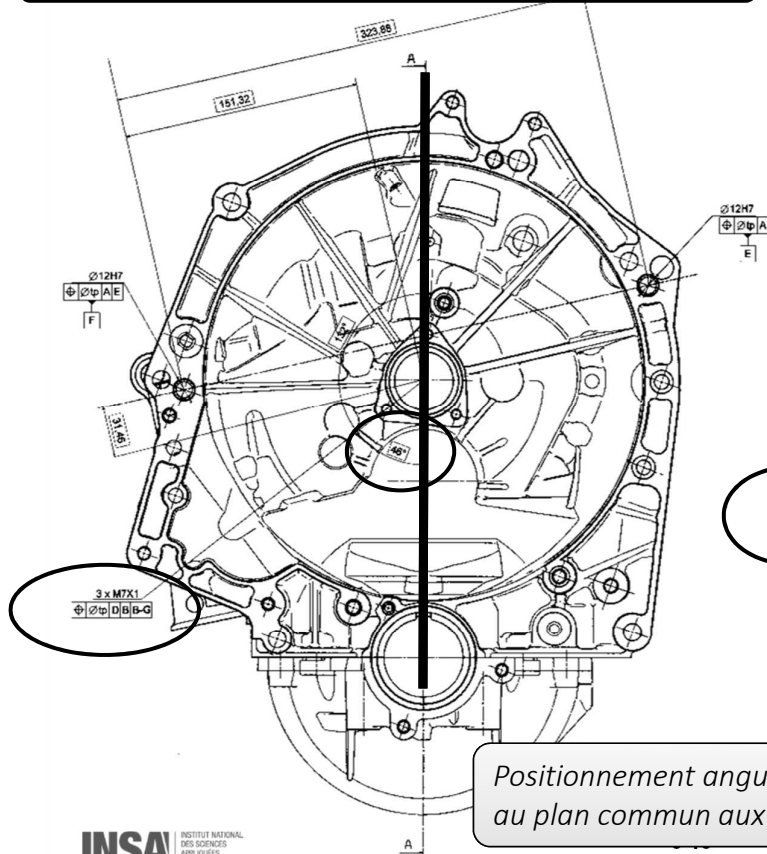
## Exemple d'exigence fonctionnelle de mise en position

Sur cette boîte de vitesse, retrouvons les exigences fonctionnelles du serrage de la pièce 44 sur la pièce 9

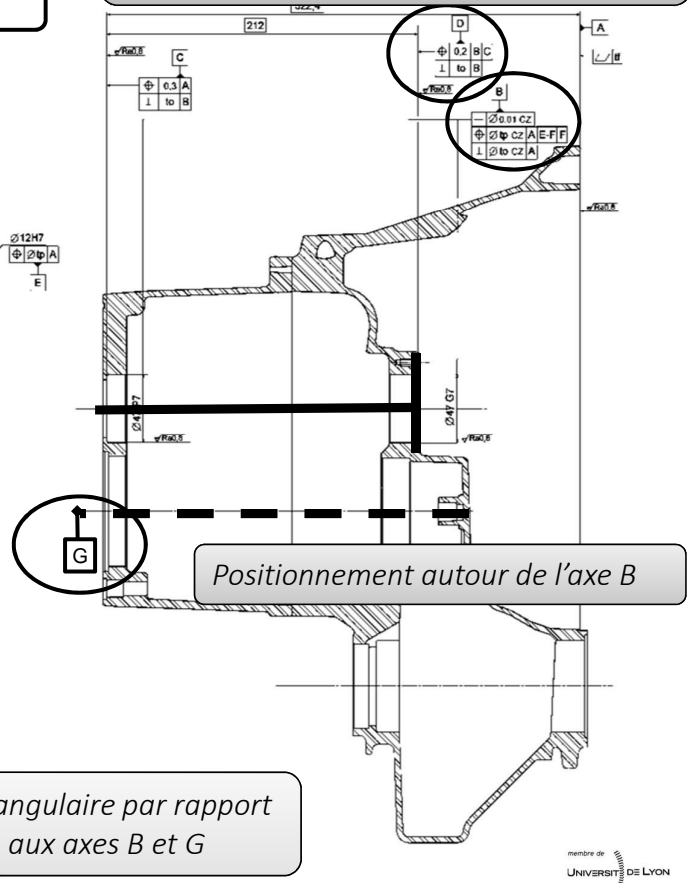


## Exemple d'exigence fonctionnelle de mise en position

3x M7X1 localisées par rapport à D puis B puis B-G



Appui plan prépondérant : les taraudages sont d'axes perpendiculaires à D



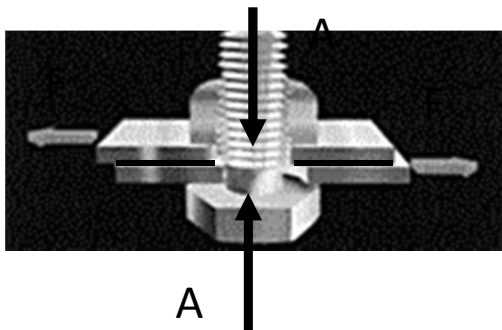
Positionnement angulaire par rapport au plan commun aux axes B et G

Positionnement autour de l'axe B

UNIVERSITÉ DE LYON

## Efforts transmis

- Efforts transversaux



Effort de serrage A



Augmentation de la pression de contact

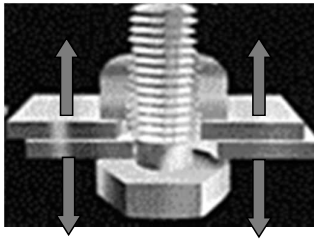


Augmentation de l'adhérence



Transmission des efforts F

• Efforts axiaux



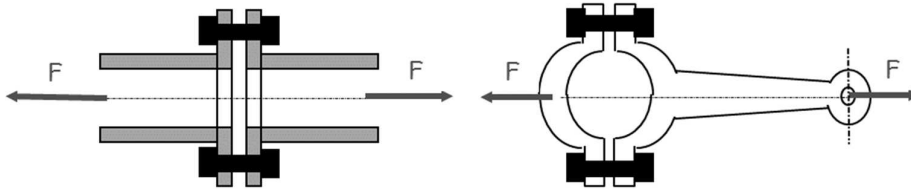
La pression de contact dépend de l'effort à transmettre



**Le boulon doit être pré-serré**

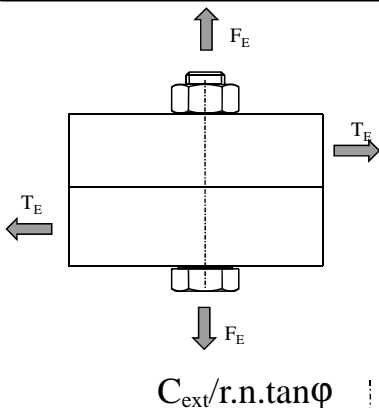
Calcul de l'effort de pré-serrage

Calcul résistance statique et dynamique



**Prédimensionnement selon NF E25 030 (Mode non optimisé)**

**Objectif :** fournir une évaluation rapide de la précharge  $F_0$  nécessaire ainsi que du couple de serrage  $C_S$  à appliquer

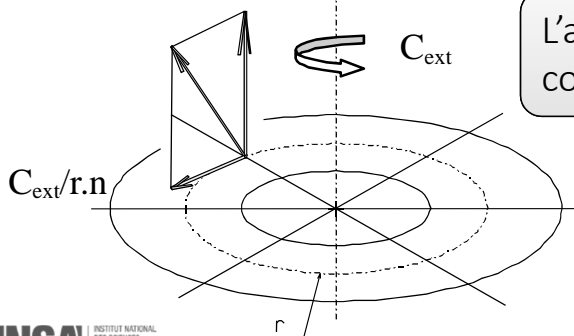


**Efforts extérieurs :** les actions mécaniques extérieures se ramènent à une action axiale  $F_E$  et/ou une action tangentielle  $T_E$

$$F_0 = F_E + \frac{T_E}{\tan(\varphi)}$$

Coefficient de frottement entre pièces  $\tan\varphi$

L'action tangentielle  $T_E$  peut provenir d'un couple extérieur  $C_E$  exercé sur  $n$  vis



$$F_0 = \frac{C_E}{r \cdot n \cdot \tan(\varphi)}$$

**!! ce sont les surfaces de contacts qui transmettent le couple par adhérence, et non les vis.**

**Modèle RdM\*** : les contraintes prises en compte sont la contrainte tangentielle de torsion et la contrainte normale de traction. La contrainte équivalente de Von Mises est comparée à 85% de la limite élastique :

$$\sigma_{MAX} = \sqrt{\left(\frac{F_0}{A_S}\right)^2 + 3\left(\frac{16C_{fv}}{\pi d_{eq}^3}\right)^2} < 0,85 \times \sigma_E$$

**Couple de serrage  $C_S$**  : proportionnel à  $F_0$  et se décompose en un couple  $C_{ft}$  dû au coefficient de frottement sous tête et un couple  $C_{fv}$  dû au coefficient de frottement entre vis et écrou  $f_v = \tan(\varphi_{fv})$ . ( $i$  est l'angle d'hélice du filetage :  $\tan i = p/\pi d_2$ )

$$C_S = C_{ft} + C_{fv} = \frac{2}{3} F_0 f_t \frac{r_e^3 - r_i^3}{r_e^2 - r_i^2} + F_0 \frac{d_2}{2} \tan(i + \varphi_{fv})$$

## Prédimensionnement selon NF E25 030

**Application** : vis cylindrique à six pans creux ISO 4762 – M4x30-14-8.8  
Quel couple de serrage maximal et précharge  $F_0$  peut-on appliquer ?

$A_S = 8,779 \text{ mm}^2$   
 $d_2 = 3,545 \text{ mm}$   
 $d_{eq} = 3,343 \text{ mm}$   
 $a = 7 \text{ mm}$   
 $\varnothing d_{passage} = 4,5$   
 $f_t = 0,15$   
 $f_v = 0,15$   
 $pas = 0,7 \text{ mm}$

$\tan(i) = pas / \pi d_2 > i = 3,596^\circ$   
 $\tan(\varphi) = 0,15 > \varphi = 8,53^\circ$   
Qualité 8.8 >  $\sigma_e = 640 \text{ MPa}$

$$F_0 = 3749 \text{ N}$$

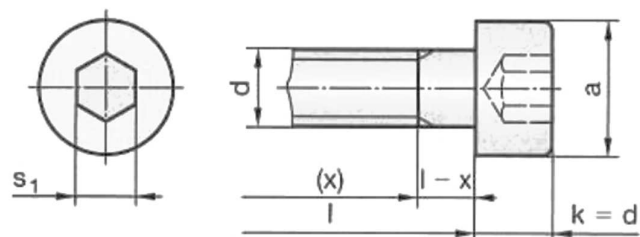
$$F_0 = \frac{0,85\sigma_E}{\sqrt{\left(\frac{1}{A_S}\right)^2 + 3\left(\frac{8d_2 \tan(i + \varphi)}{\pi d_{eq}^3}\right)^2}}$$

$$C_S = 3,07 \text{ N.m}$$

**Problème** : les outils de serrage sont peu précis. Il faut donc en tenir compte dans le calcul

Tête cylindrique à six pans creux

NF EN ISO 4762



## Prédimensionnement selon NF E25 030

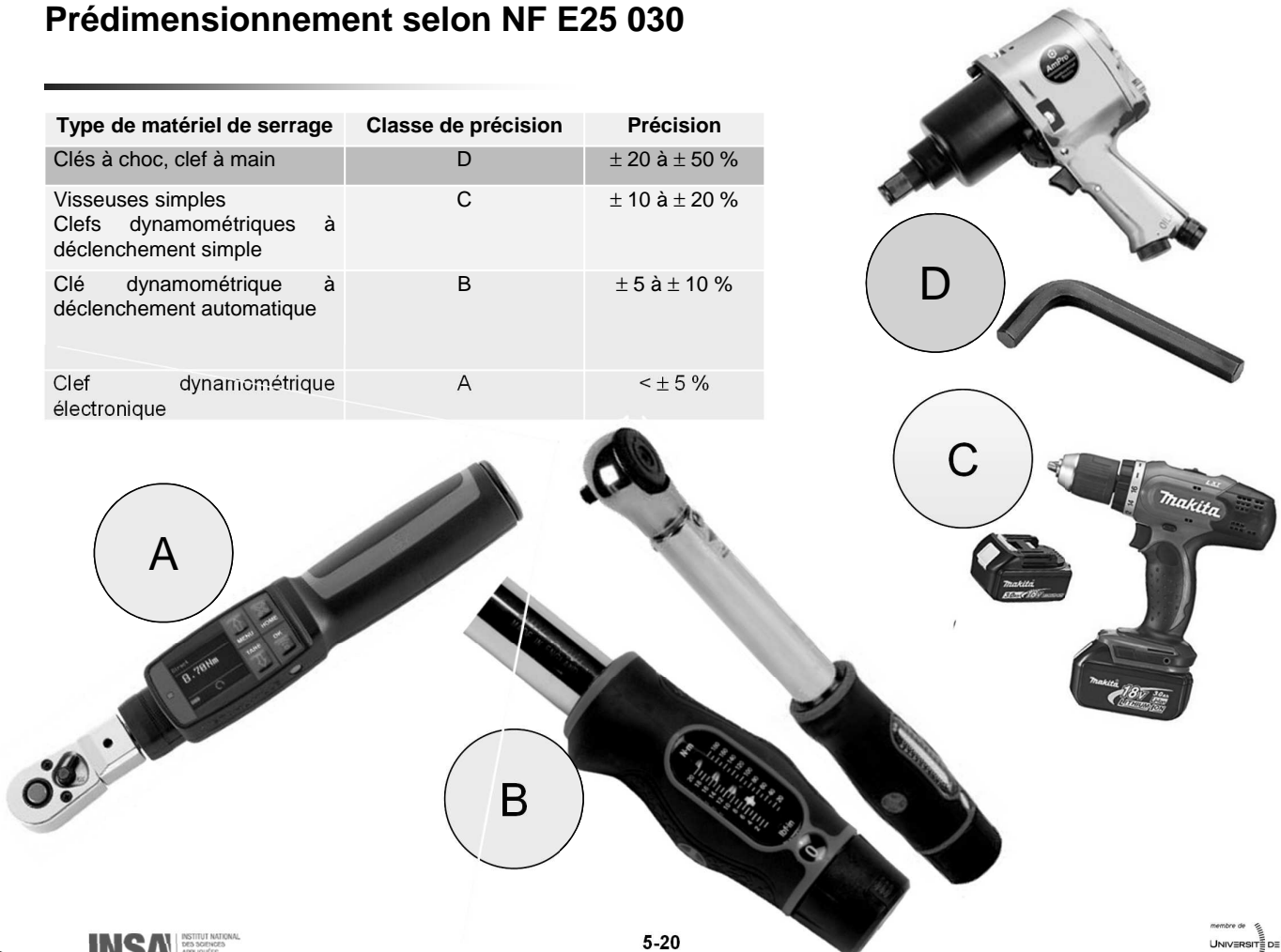
### Tableau synthétique de la norme :

Ce tableau fournit pour une qualité de vis donnée et 3 coefficients de frottement  $f_v$  types, le couple de serrage  $C_s$  et la précharge  $F_0$  correspondante suivant le type d'outils de serrage pour 85% de  $\sigma_E$

D Nominal (mm)	Précision de serrage	Classe 8-8								
		fv moyen = 0,10			fv moyen = 0,15			fv moyen = 0,20		
		Cs (N.m)	Fomin (N)	Fomax (N)	Cs (N.m)	Fomin (N)	Fomax (N)	Cs (N.m)	Fomin (N)	Fomax (N)
3	A	0,95	2079	2298	1,21	1877	2075	1,41	1688	1866
	B	0,91	1880	2298	1,16	1697	2075	1,35	1526	1866
	C	0,83	1532	2298	1,06	1383	2075	1,23	1244	1866
	D	0,67	766	2298	0,85	691	2075	0,99	622	1866
4	A	2,20	3605	3985	2,78	3251	3594	3,22	2922	3230
	B	2,10	3260	3985	2,66	2940	3594	3,08	2642	3230
	C	1,92	2656	3985	2,44	2396	3594	2,82	2153	3230
	D	1,54	1328	3985	1,95	1198	3594	2,25	1076	3230
5	A	4,34	5893	6514	5,5	5325	5886	6,4	4788	5293
	B	4,14	5329	6514	5,2	4815	5886	6,1	4330	5293
	C	3,80	4342	6514	4,83	3924	5886	5,6	3528	5293
	D	3,04	2171	6514	3,87	1692	5886	4,48	1764	5293
6	A	7,5	8319	9195	9,5	7511	8302	11,1	6753	7464
	B	7,2	7523	9195	9,1	6792	8302	10,6	6106	7464
	C	6,6	6130	9195	8,3	5534	8302	9,7	4976	7464
	D	5,2	3065	9195	6,7	2767	8302	7,7	2488	7464
8	A	18,2	15257	16863	23	13790	15242	27	12404	13710
	B	17,4	13797	16863	22	12470	15242	25	11217	13710
	C	15,9	11242	16863	20	10161	15242	23	9140	13710
	D	12,7	5621	16863	16,3	5080	15242	18,9	4570	13710
10	A	36	24282	26838	46	21963	24275	53	19762	21843
	B	34	21958	26838	44	19861	24275	51	17871	21843
	C	31	17892	26838	40	16183	24275	46	14562	21843
	D	25	8946	26838	32	8091	24275	37	7291	21843
12	A	62	35393	39119	79	32029	35401	92	28825	31860
	B	59	32006	39119	76	28964	35401	88	26067	31860
	C	54	26079	39119	69	23600	35401	81	21240	31860
	D	43	13039	39119	55	11800	35401	64	10620	31860
14	A	99	48592	53707	127	43987	48618	148	39595	43763
	B	94	43942	53707	121	39778	48618	141	35806	43763
	C	86	35804	53707	111	32412	48618	129	29175	43763
	D	69	17902	53707	89	16206	48618	103	14587	43763
16	A	153	66778	73808	198	60578	66955	232	54585	60331
	B	146	60388	73808	189	54781	66955	221	49361	60331
	C	134	49205	73808	173	44636	66955	203	40220	60331
	D	107	24602	73808	138	22318	66955	162	20110	60331

## Prédimensionnement selon NF E25 030

Type de matériel de serrage	Classe de précision	Précision
Clés à choc, clef à main	D	$\pm 20$ à $\pm 50$ %
Visseuses simples Clefs dynamométriques à déclenchement simple	C	$\pm 10$ à $\pm 20$ %
Clef dynamométrique à déclenchement automatique	B	$\pm 5$ à $\pm 10$ %
Clef dynamométrique électronique	A	$< \pm 5$ %



# Prédimensionnement selon NF E25 030

## Utilisation :

- Qualité vis connue
- $f_v$  connu
- $\varnothing d$  connu
- Classe serrage connue

On lit le couple  $C_s$  de serrage à appliquer pour obtenir une précharge comprise entre  $F_{Omin}$  et  $F_{Omax}$  compte-tenu de la précision du moyen de serrage. La valeur  $F_{Omax}$  correspond à 85% de  $\sigma_e$ .

D Nominal (mm)	Précision de serrage	fv moyen = 0,10			fv moyen = 0,15			fv moyen = 0,20		
		Cs (N.m)	Fomin (N)	Fomax (N)	Cs (N.m)	Fomin (N)	Fomax (N)	Cs (N.m)	Fomin (N)	Fomax (N)
3	A	0,95	2079	2298	1,21	1877	2075	1,41	1688	1866
	B	0,91	1880	2298	1,16	1697	2075	1,35	1526	1866
	C	0,83	1532	2298	1,06	1383	2075	1,23	1244	1866
	D	0,67	766	2298	0,85	691	2075	0,99	622	1866
4	A	2,20	3605	3985	2,78	3251	3594	3,22	2922	3230
	B	2,10	3260	3985	2,66	2940	3594	3,08	2642	3230
	C	1,92	2656	3985	2,44	2396	3594	2,82	2153	3230
	D	1,54	1328	3985	1,95	1198	3594	2,25	1076	3230
5	A	4,34	5893	6514	5,5	5325	5886	6,4	4788	5293
	B	4,14	5329	6514	5,2	4815	5886	6,1	4330	5293
	C	3,80	4342	6514	4,83	3924	5886	5,6	3528	5293
	D	3,04	2171	6514	3,87	1692	5886	4,48	1764	5293
6	A	7,5	8319	9195	9,5	7511	8302	11,1	6753	7464
	B	7,2	7523	9195	9,1	6792	8302	10,6	6106	7464
	C	6,6	6130	9195	8,3	5534	8302	9,7	4976	7464
	D	5,2	3065	9195	6,7	2767	8302	7,7	2488	7464
8	A	18,2	15257	16863	23	13790	15242	27	12404	13710
	B	17,4	13797	16863	22	12470	15242	25	11217	13710
	C	15,9	11242	16863	20	10161	15242	23	9140	13710
	D	12,7	5621	16863	16,3	5080	15242	18,9	4570	13710
10	A	36	24282	26838	46	21963	24275	53	19762	21843
	B	34	21958	26838	44	19861	24275	51	17871	21843
	C	31	17892	26838	40	16183	24275	46	14562	21843
	D	25	8946	26838	32	8091	24275	37	7291	21843
12	A	62	35393	39119	79	32029	35401	92	28825	31860
	B	59	32006	39119	76	28964	35401	88	26067	31860
	C	54	26079	39119	69	23600	35401	81	21240	31860
	D	43	13039	39119	55	11800	35401	64	10620	31860
14	A	99	48592	53707	127	43987	48618	148	39595	43763
	B	94	43942	53707	121	39778	48618	141	35806	43763
	C	86	35804	53707	111	32412	48618	129	29175	43763
	D	69	17902	53707	89	16206	48618	103	14587	43763
16	A	153	66778	73808	198	60578	66955	232	54585	60331
	B	146	60388	73808	189	54781	66955	221	49361	60331
	C	134	49205	73808	173	44636	66955	203	40220	60331
	D	107	24602	73808	138	22318	66955	162	20110	60331

# Prédimensionnement selon NF E25 030

**Application :** vis cylindrique six pans creux ISO 4762 – M4x30-14-8.8, classe C  
 Quel couple de serrage maximal et précharge  $F_0$  peut-on appliquer ? Pour une précharge de 1000 N minimale quel doit être le couple de serrage ? Quel sera le coefficient de sécurité ?

D Nominal (mm)	Précision de serrage	Tan $\mu$ moyen = 0,10			Tan $\mu$ moyen = 0,15			Tan $\mu$ moyen = 0,20		
		Cs (N.m)	Fomin (N)	Fomax (N)	Cs (N.m)	Fomin (N)	Fomax (N)	Cs (N.m)	Fomin (N)	Fomax (N)
3	A	0,95	2079	2298	1,21	1877	2075	1,41	1688	1866
	B	0,91	1880	2298	1,16	1697	2075	1,35	1526	1866
	C	0,83	1532	2298	1,06	1383	2075	1,23	1244	1866
	D	0,67	766	2298	0,85	691	2075	0,99	622	1866
4	A	2,20	3605	3985	2,78	3251	3594	3,22	2922	3230
	B	2,10	3260	3985	2,66	2940	3594	3,08	2642	3230
	C	1,92	2656	3985	2,44	2396	3594	2,82	2153	3230
	D	1,54	1328	3985	1,95	1198	3594	2,25	1076	3230

$C_s = 2,44 \text{ N.m} ; F_{Omin} = 2396 \text{ N} ; F_{Omax} = 3594 \text{ N}$

Pour 1000 N mini  $C_s = 1000/2396 * 2,44 = 1,02 \text{ N.m}$

$F_{Omax}$  sera  $1000/2396 * 3594 = 1500 \text{ N}$  correspondant à  $1500/3594 * 85\% = 35\% \text{ de } \sigma_E$



Tableau plus complet, pour informations...

## Forces et couples de serrage pour vis de classe de qualité de 4.6 à 12.9

Diamètre x Pas  mm	Section résistante nominale As nom. mm <sup>2</sup>	4.6		4.8		5.6		5.8		6.8		8.8		10.9		12.9																																	
		Fo max KN	Cs Nm	Fo max KN	Cs Nm	Fo max KN	Cs Nm	Fo max KN	Cs Nm	Fo max KN	Cs Nm	Fo max KN	Cs Nm	Fo max KN	Cs Nm	Fo max KN	Cs Nm																																
		μ moyen	μ moyen	μ moyen	μ moyen	μ moyen	μ moyen	μ moyen	μ moyen	μ moyen	μ moyen	μ moyen	μ moyen	μ moyen	μ moyen	μ moyen	μ moyen																																
3 x 0,5	5,03	0,9	0,8	0,7	0,35	0,45	0,32	1,2	1,1	1,0	0,5	0,64	0,75	1	0,97	0,87	0,44	0,57	0,66	1,5	1,36	1,22	0,62	0,80	0,92	1,72	1,55	1,39	0,71	0,91	1,06	2,29	2,07	1,86	0,95	1,21	1,41	3,37	3,04	2,74	1,40	1,79	2,07	3,95	3,56	3,2	1,64	2,09	2,43
4 x 0,7	8,78	1,5	1,35	1,20	0,82	1,04	1,21	2,1	1,9	1,7	1,17	1,48	1,71	1,86	1,68	1,51	1,03	1,30	1,51	2,61	2,35	2,12	1,44	1,83	2,11	2,98	2,69	2,42	1,65	2,09	2,42	3,98	3,59	3,23	2,20	2,78	3,22	5,85	5,27	4,74	3,23	4,09	4,74	6,84	6,17	5,55	3,78	4,79	5,5
5 x 0,8	14,2	2,44	2,20	1,98	1,62	2,07	2,40	3,4	3,1	2,8	2,3	2,93	3,4	3,05	2,75	2,48	2,03	2,59	3,00	4,27	3,86	3,47	2,85	3,62	4,20	4,88	4,41	3,97	3,25	4,14	4,81	6,51	5,88	5,29	4,34	5,5	6,4	9,56	8,64	7,77	6,3	8,1	9,4	11,19	10,11	9,10	7,4	9,5	11
6 x 1	20,1	3,45	3,11	2,80	2,83	3,59	4,16	4,8	4,4	3,9	4,01	5	5,9	4,31	3,89	3,49	3,53	4,49	5,2	6,03	5,44	4,89	4,95	6,2	7,2	6,89	6,22	5,59	5,6	7,1	8,3	9,19	8,30	4,46	7,5	9,5	11,1	13,5	12,2	11	11	14	16,3	15,80	14,26	12,82	12,9	16,4	19,1
8 x 1,25	36,6	6,32	5,70	5,14	6,8	8,7	10,1	8,9	8,0	7,2	9,7	12,3	14,3	7,90	7,14	6,42	8,5	10,9	12,6	11,06	10	8,99	11,9	15,2	17,7	12,64	11,40	10,26	13,6	17,4	20	16,86	15,24	13,71	18,2	23	27	24,76	22,38	20,13	26	34	39	28,90	26,20	23,56	31	40	46
10 x 1,5	58	10	9,10	8,20	13,5	17,2	20	14,2	12,9	11,6	19,1	24	28	12,5	11,37	10,23	16,8	21	25	17,61	15,93	14,33	23	30	35	20,12	18,20	16,38	27	34	40	26,83	24,27	21,84	36	46	53	35,41	35,65	32	52	67	78	46,13	41,72	37,54	61	79	92
12 x 1,75	84,3	14,70	13,30	11,95	23	29	34	20,7	18,8	16,9	33	42	49	18,33	16,60	14,93	29	37	43	25,67	23,23	20,90	40	52	60	29,33	26,55	23,89	46	59	69	39,11	35,40	31,86	62	79	92	57,45	52	46,8	91	116	136	67,23	60,84	54,76	106	136	159
14 x 2,0	115	20,15	18,20	16,4	37	47	55	28,5	25,8	23,2	52	67	78	25,17	22,78	20,51	46	59	69	35,24	31,9	28,71	65	83	97	40,28	36,46	32,82	74	95	111	53,70	48,61	43,76	99	127	148	78,9	71,4	64,27	145	187	218	92,30	83,56	75,21	170	219	255
16 x 2,0	157	27,7	25,1	22,6	57	74	87	39,2	35,5	32	81	105	123	34,59	31,38	28,28	71	93	108	48,43	43,93	39,59	100	130	152	55,35	50,21	45,24	115	148	174	73,80	66,95	60,33	153	198	232	108	98,24	88,61	225	291	341	126	115	103	263	341	399
18 x 2,5	192	33,7	30,5	27,4	79	102	119	47,7	43,2	38,9	113	145	169	42,10	38,12	34,32	99	128	149	58,93	53,37	48,05	139	179	209	67,35	60,99	54,91	159	205	239	89,80	81,33	73,22	213	274	319	131	119	107	313	402	469	154	139	125	366	471	549
20 x 2,5	245	43,2	39,2	35,3	112	145	170	61,2	55,5	50	159	206	241	54,05	49,04	44,18	140	182	213	75,68	68,65	61,86	196	254	298	86,49	78,46	70,70	225	291	341	115	104	94,26	300	388	454	169	153	138	440	570	667	198	179	162	515	667	781
22 x 2,5	303	54	49	44,2	153	200	235	76,5	69,5	62,6	217	283	332	67,51	61,32	55,29	192	250	293	94,51	85,85	77,41	269	350	411	108	98,12	88,47	307	400	470	144	130	117	409	533	626	211	192	173	602	783	920	247	224	202	704	917	1077
24 x 3,0	353	62,2	56,5	50,9	193	250	293	88,2	80	72,1	274	354	415	77,84	70,61	63,63	241	313	366	108	98,86	89	338	438	513	124	112	101	387	500	586	166	150	135	516	667	781	243	221	199	758	981	1148	285	258	233	887	1148	1343
27 x 3,0	459	81,9	74,4	67,1	284	370	435	116	105	95	400	525	617	102	93	84	355	463	544	143	130	117	498	649	762	163	148	134	569	741	871	218	198	179	759	989	1162	320	291	262	1114	1452	1706	375	341	307	1304	1700	1997
30 x 3,5	561	99,6	90,4	81,5	386	502	590	141	128	115	548	712	835	124	113	101	483	628	737	174	158	142	677	880	1032	199	180	163	773	1005	1180	265	241	217	1031	1341	1573	390	354	319	1515	1969	2311	456	414	373	1773	2305	2704
33 x 3,5	694	124	112	101	523	683	803	175	159	144	741	968	1138	155	141	127	653	854	1004	217	197	178	915	1195	1406	248	225	203	1046	1366	1607	330	300	271	1395	1822	2143	485	441	398	2048	2676	3148	568	517	466	2397	3132	3684
36 x 4	817	145	132	119	673	877	1030	206	187	169	953	1242	1459	182	165	149	841	1096	1288	254	231	208	1177	1534	1803	291	264	238	1346	1754	2060	388	352	318	1794	2339	2747	570	518	467	2636	3435	4036	667	606	546	3085	4020	4723
39 x 4	976	174	159	143	870	1139	1341	247	225	203	1233	1614	1900	218	198	179	1088	1424	1677	306	278	251	1523	1994	2348	349	318	287	1741	2279	2683	466	424	382	2321	3038	3578	685	623	562	3410	4463	5255	801	729	658	3990	5223	6150

**Fo max:**  
Force de tension maximale dans la vis (précontrainte).

**Cs:**  
Couple de serrage.

**μ:**  
Coefficient de frottement.

**μ moyen = 0,10:**  
Visserie phosphatée ou zinguée avec bonne lubrification.

**μ moyen = 0,15:**  
Visserie revêtue ou zinguée avec lubrification sommaire.

**μ moyen = 0,20:**  
Visserie revêtue ou non montage à sec.

## Ni trop fort, ni trop faible !

Veillez aux consignes de serrage !!

Ces vis de volant moteur (JABIRU 2200, pourtant réputé en aviation !) ont cassé suite à leur desserrage : transmission de vibration, mise en charge cyclique, fatigue non prévue au dimensionnement ont entraîné leur rupture finale par cisaillement.



Photo Anton Lawrence

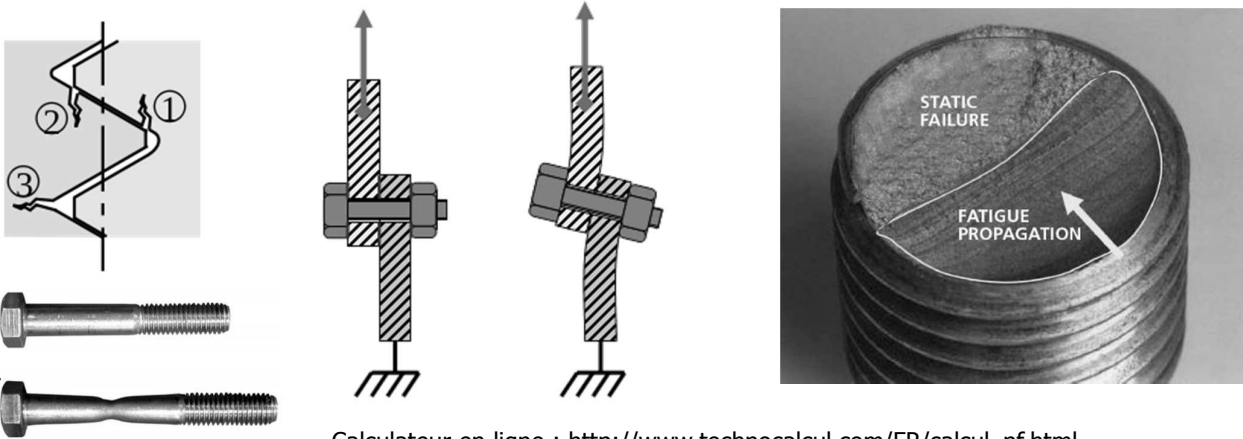


Voici une vis victime d'un serrage vigoureux : le diamètre nominal a été confondu avec le diamètre d'outil pour la lecture de la consigne de serrage. Résultat le couple de serrage d'une vis M10 appliqué à une vis M6...

## Limitations :

- Sécurité de seulement  $1/0,85 = 1,18$
- Validation globale, pas de prise en compte des concentrations de contraintes (à fond de filet, répartition non égale entre les filets, raccordement sous tête...)
- Flexion négligée donc doit être négligeable
- Application du chargement extérieur négligé donc quasi statique (pas de vibrations, chocs, fatigue...)

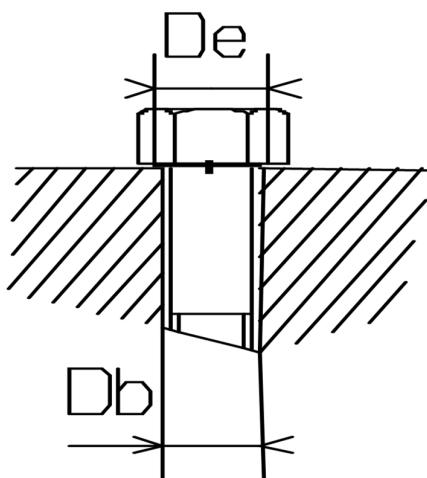
Ce dimensionnement doit donc être accompagné de validations complémentaires



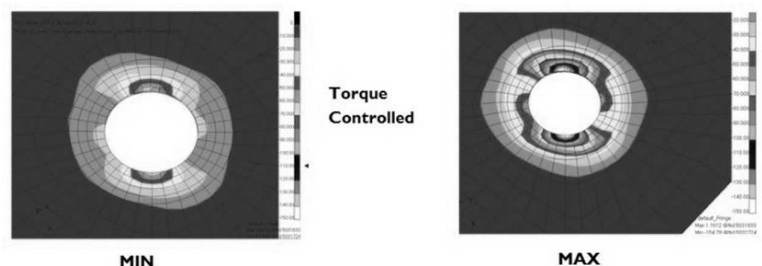
Calculateur en ligne : [http://www.technocalcul.com/FR/calcul\\_nf.html](http://www.technocalcul.com/FR/calcul_nf.html)

## Critères de validation complémentaires

### Pression sous tête NF E25-030



Matériaux des pièces assemblées			Padm (Mpa)
Acier	recuit	0.16 < %C < 0.22	240
		0.35 < %C < 0.40	280
		0.42 < %C < 0.48	320
	Trempe revenu	R > 900 Mpa	720
		R > 1200 Mpa	1000
Acier inoxydable	cémenté		1400 à 1800
Fonte	X10CrNi18 09	500 < Rm < 700 Mpa	210
	FGL 250		450
Alliage léger	FGS 500		550
	A-S 10		80 à 130
Matériaux composites	AU 5GT		180
			120

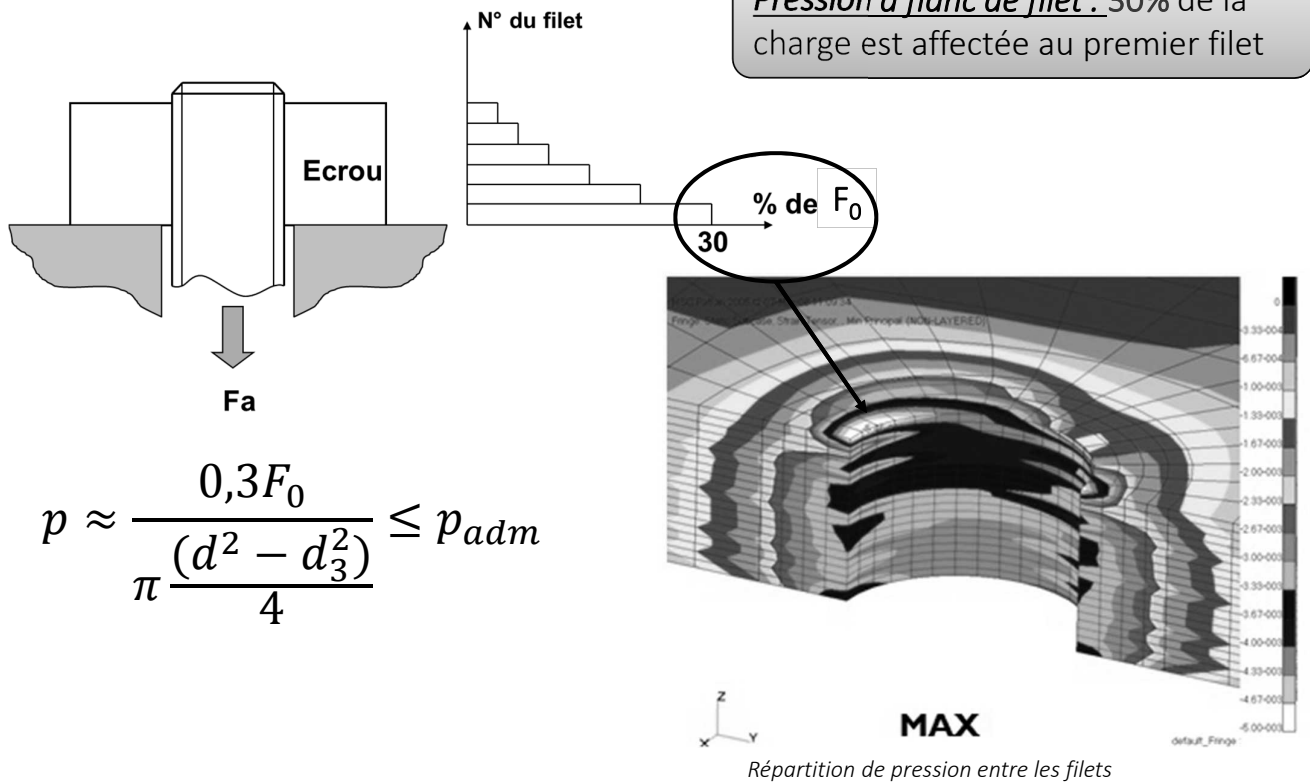


$$p = \frac{4 \cdot F_0}{\pi(D_e^2 - D_b^2)} \leq p_{adm}$$

Répartition de pression avec serrage au couple

## Critères de validation complémentaires

Contribution des filets à la prise en charge de l'effort



## Un minimum de filets doit assurer la transmission d'efforts

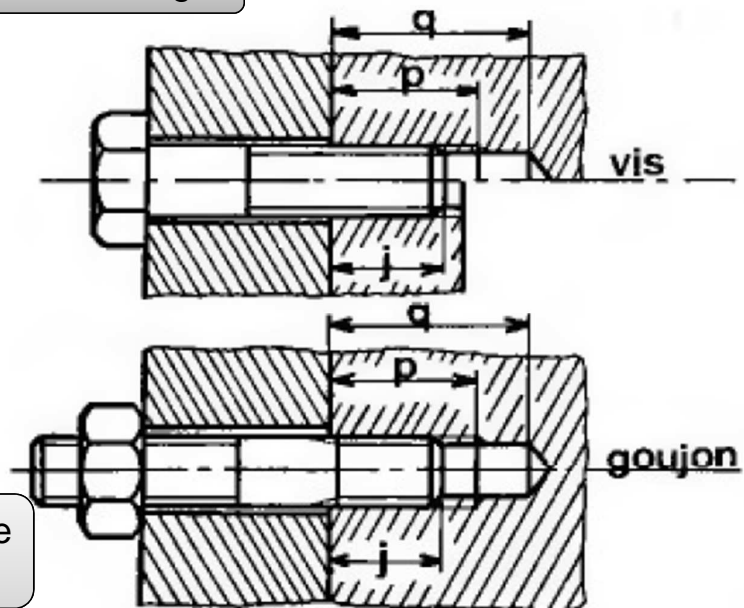
Longueur d'implantation et réserve de filetage

Une longueur minimale d'implantation est nécessaire :

- Vis :
  - métaux durs :  $j \geq d$
  - Métaux tendres :  $j \geq 1,5d$
- Goujon :
  - métaux durs :  $j \geq 1,5d$
  - Métaux tendres :  $j \geq 2d$

Longueur en prise recommandée  
 $2,24p \cdot d^{0,2} < L < 6,7p \cdot d^{0,2}$

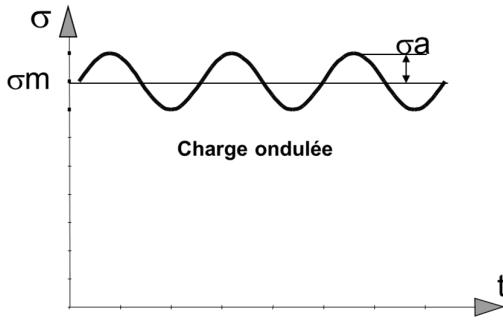
La réserve de filetage doit être de 3 à 4 pas ( $p=j+3pas$ )



La réserve de perçage doit être de 8 à 9 pas ( $q = j+8pas$ )

## Critères de validation complémentaires

### Fatigue et chargement dynamique

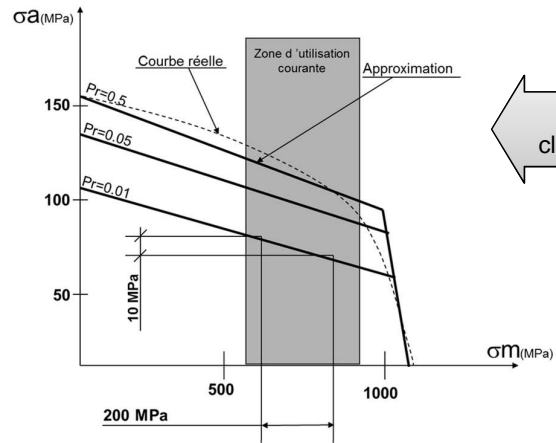


Sans données complémentaires, prendre l'effort dynamique maxi

$$F_{eD \max} = \sigma_{D \max} A_S$$

### Cisaillement du premier filet

$$\tau \approx \frac{0,3F_0}{\pi d_3 \cdot pas} \leq \tau_{adm}$$

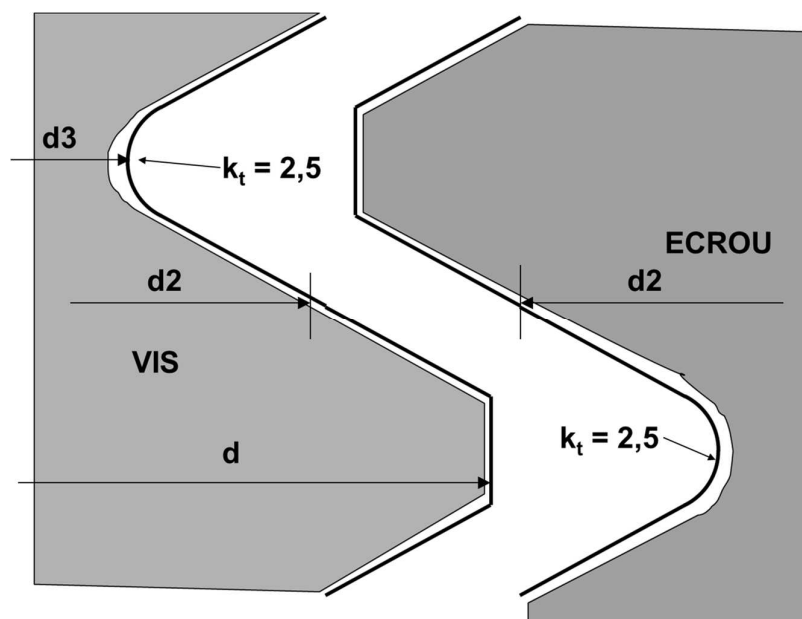


Classe 8-8 ; 10-9 ; 12-9			$\sigma_m = 0,7 \sigma_e$
Diamètre	M6 à M8	M10 à M16	M18 à M30
$\sigma_a$ maxi	60 Mpa	50 Mpa	40 Mpa

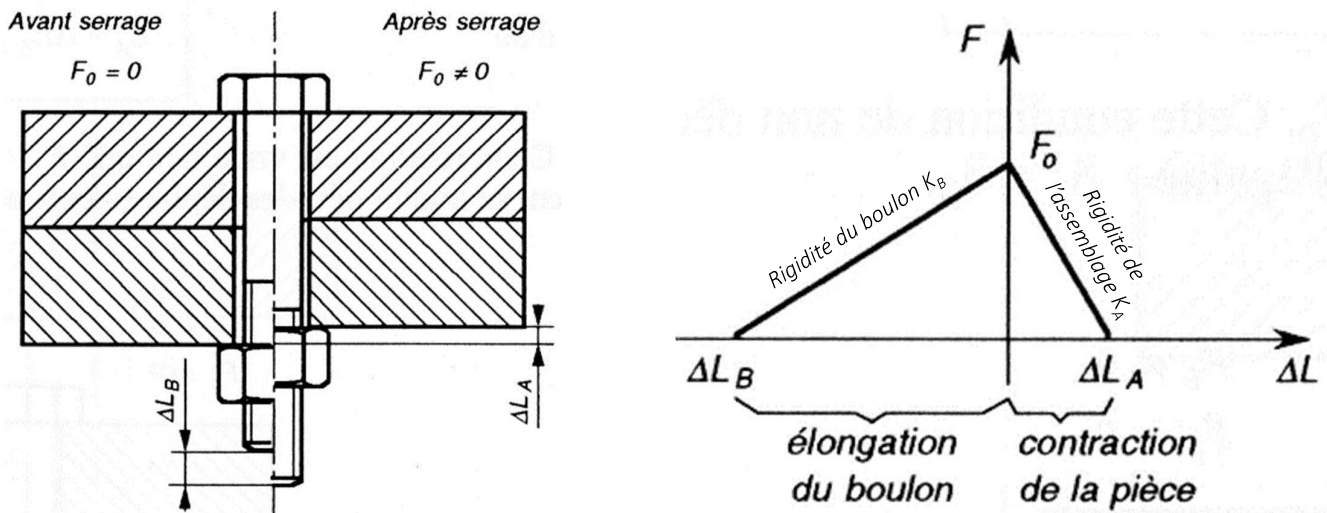


## Critères de validation complémentaires

Concentration de contraintes : on prendra un coefficient  $k_t = 2,5$  à fond de filet

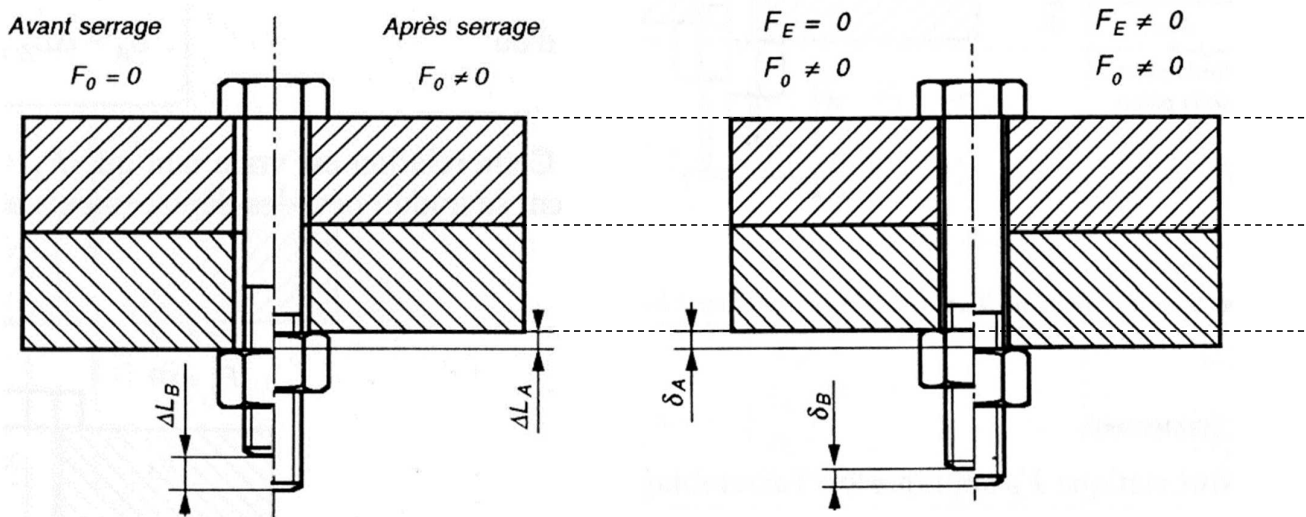


## Dimensionnement optimisé, prise en compte des rigidités



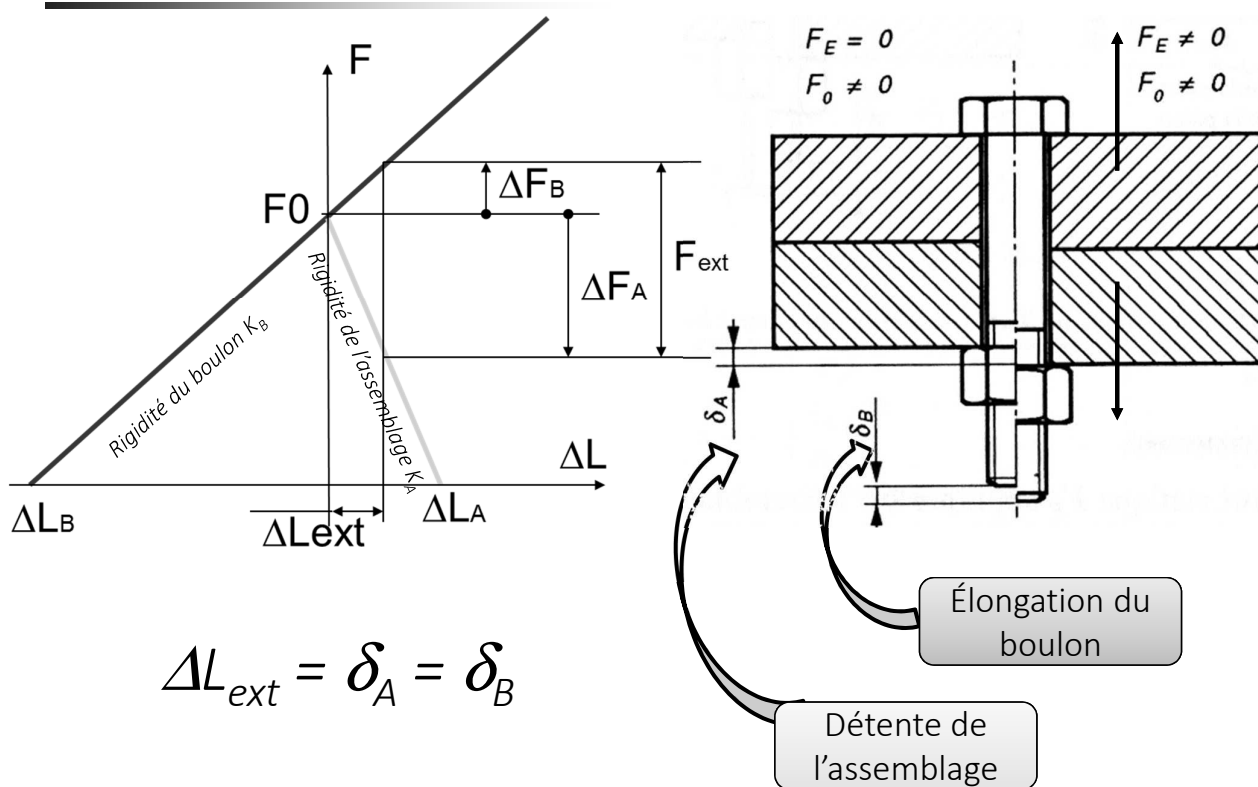
On visse l'écrou jusqu'au contact puis on serre l'écrou d'un angle  $\beta$  permettant de mettre en place la précharge  $F_0$  : le boulon s'allonge sous une tension  $F_0$  d'une distance  $\Delta L_B$ , l'assemblage se raccourci sous une compression  $F_0$  d'une distance  $\Delta L_A$ .  
La somme  $\Delta L_A + \Delta L_B$  est égale à l'avance du filetage de la vis dans l'écrou lors du serrage. Cette somme est constante tant que l'assemblage n'est pas dévissé.

## Dimensionnement optimisé, prise en compte de la rigidité

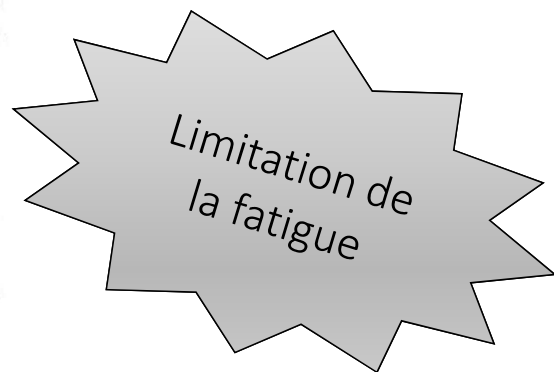
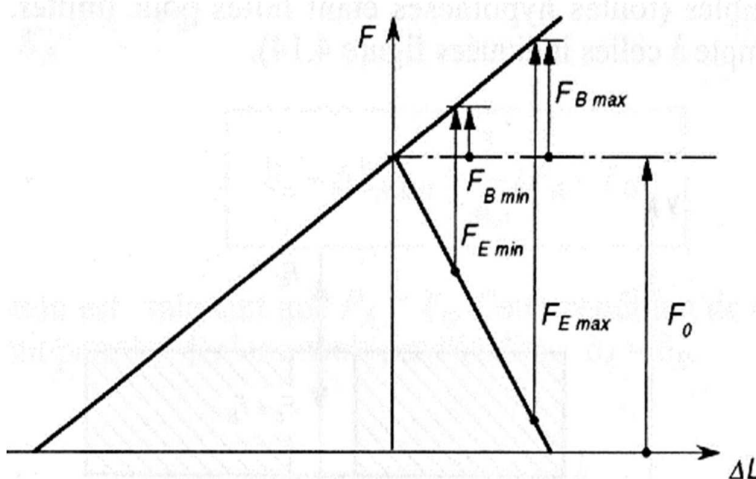


On applique un effort  $F_E$  entre la tête de vis et l'écrou, l'assemblage se détend d'une longueur  $\delta_A$ , le boulon s'allonge d'une distance  $\delta_B$ . Le non décollement des pièces implique que  $\delta_A = \delta_B$

## Dimensionnement optimisé, prise en compte de la rigidité

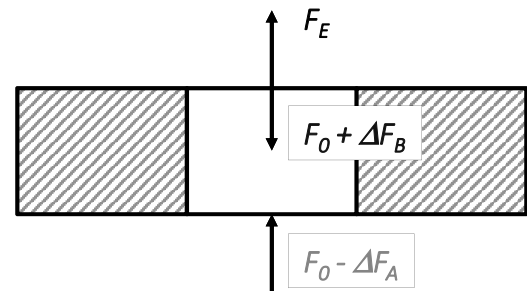
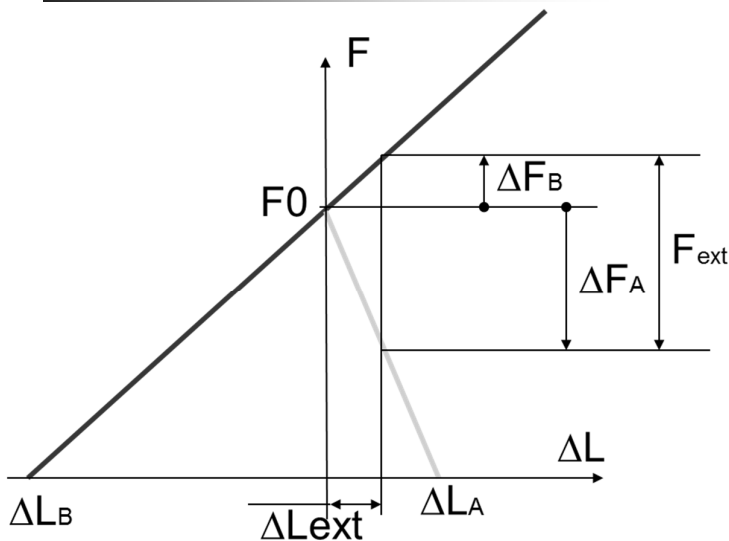


## Utilisation à bon escient de la souplesse de l'assemblage



1. Plusieurs boulons « souples » de petit diamètre valent mieux que quelques gros
2. Utiliser la précharge la plus élevée possible.
3. Réduire l'excentricité de la vis par-rapport à la charge.
4. Utiliser des surfaces de contact les plus étendues possibles.
5. Utiliser des longueurs de serrage les plus grandes possibles.
6. Dans la plupart des cas, utiliser une précontrainte supérieure au niveau d'effort extérieur à supporter.

## Dimensionnement optimisé, équilibre sous charge appliquée à l'extérieur de l'assemblage



On isole la pièce sous la tête de vis:

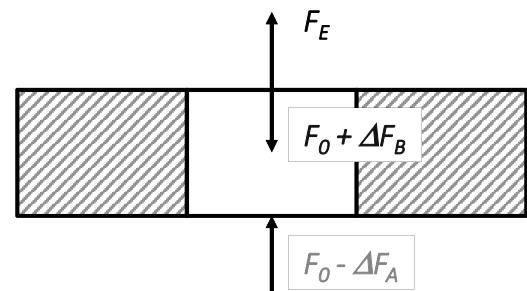
$$F_E - (F_0 + \Delta F_B) + (F_0 - \Delta F_A) = 0 \text{ d'où } F_E = \Delta F_A + \Delta F_B$$

$$\text{Or } \delta_A = \Delta F_A / K_A \text{ et } \delta_B = \Delta F_B / K_B \text{ et } \delta_B = \delta_A$$

$$\text{D'où } \delta_A (K_A + K_B) = F_E \text{ et } \delta_A = \delta_B = F_E / (K_A + K_B) \text{ soit}$$

$$\Delta F_B = \frac{K_B}{K_A + K_B} F_E \quad \text{et} \quad \Delta F_A = \frac{K_A}{K_A + K_B} F_E$$

## Dimensionnement optimisé, équilibre sous charge appliquée à l'extérieur de l'assemblage

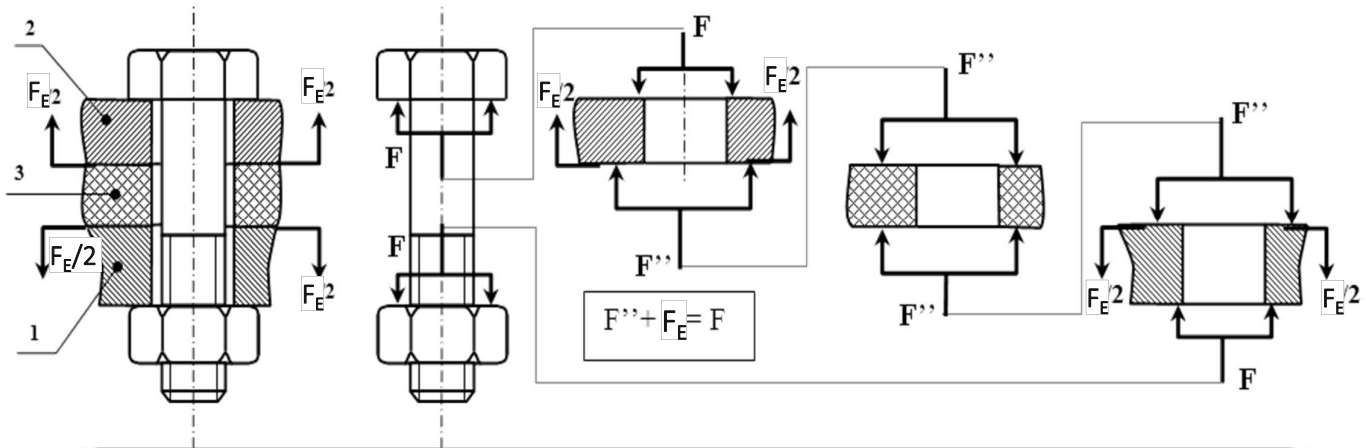


La condition de non-décollement entre les pièces serrées peut se traduire par  $F_0 - \Delta F_A > 0$

$$\text{donc } F_0 > \frac{K_A}{K_A + K_B} F_E$$

Pour  $K_A \gg K_B$  on retrouve le cas du dimensionnement précédent (non optimisé)  
Ce n'est pas le cas si une pièce élastique est comprise dans l'assemblage  
Faux aussi pour les pièces de faible épaisseur, de matériaux peu rigides (polymères, et même aluminium)

## Dimensionnement optimisé, équilibre sous charge appliquée à l'intérieur de l'assemblage (cas d'une bride de vérin sous pression)



*Ici, les pièces 1 et 2 de l'assemblage se compriment davantage au lieu de se détendre.*

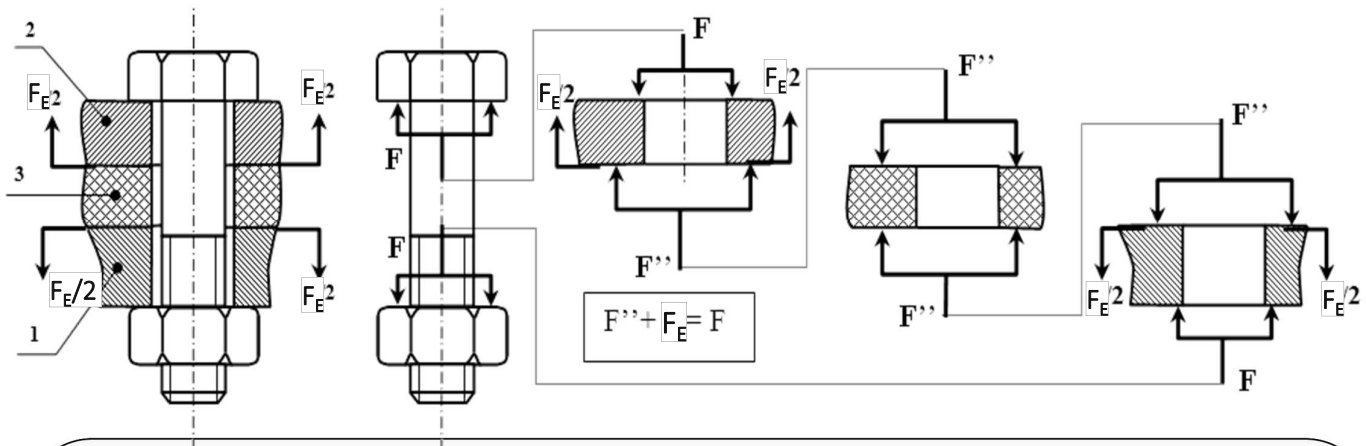
La pièce 3 se détend. Le boulon s'allonge davantage. On en déduit :

$$F = \Delta F_B + F_0 \text{ avec } \Delta F_B = F_E \times \frac{1/K_3}{1/K_B + 1/K_1 + 1/K_2 + 1/K_3}$$

De façon générale on a :  $F = \Delta F_B + F_0$  avec  $\Delta F_B = F_E \times \frac{\sum 1/K_d}{1/K_B + 1/K_A}$

$d$  pour les pièces dont l'effort diminue en service (qui se détendent)

## Dimensionnement optimisé, équilibre sous charge appliquée à l'intérieur de l'assemblage (cas d'une bride de vérin sous pression)



**Démonstration.** le boulon s'étire davantage sous l'action  $F > F_0$  :  $\Delta L_B' = F/K_B$

les flasques 1 et 2 se compriment davantage sous l'action  $F = F_E + F''$  :  $\Delta L_1' = F/K_1$

le cylindre soumis à l'action  $F''$  se détend ( $F'' < F_0$ ) :  $\Delta L_3' = F'' / K_3 = (F - F_E) / K_3$

**Ecriture du rapport de rigidité**

$$\Delta L_A + \Delta L_B = \Delta L_B' + \Delta L_1' + \Delta L_2' + \Delta L_3'$$

$$F_0/K_A + F_0/K_B = F/K_B + F/K_1 + F/K_2 + (F - F_E) / K_3$$

$$d'où F = F_0 + F_E \cdot (K_A/K_3) \cdot (K_B / (K_A + K_B)) = F_0 + \lambda \cdot F_E$$



## Dimensionnement optimisé, calcul de la précharge

En posant le rapport de rigidité de l'assemblage  $\lambda = \frac{\sum K_d^{-1}}{K_B^{-1} + K_A^{-1}}$

On obtient la condition de non-décollement sous la forme  $F_0 \geq (1-\lambda) \cdot F_E$

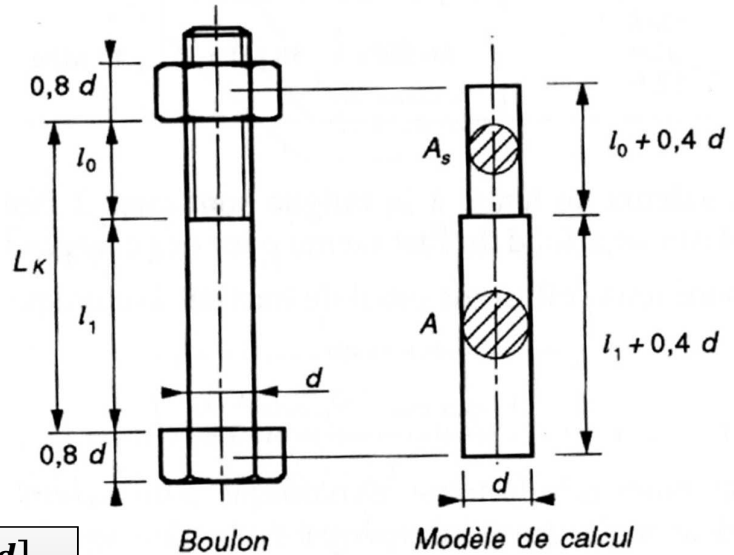
Remarque :  $K_A^{-1}$  et  $K_B^{-1}$  sont les « souplesses » de l'assemblage et du boulon,  $K_d^{-1}$  des pièces se détendant

### Calcul de la rigidité du boulon $K_B$

On assimile le boulon à un cylindre épaulé de module d'élasticité  $E_B$

- $d$  : diamètre nominal
- $l_1$  : longueur sous tête
- $l_0$  : longueur filetée utile
- $0,4d$  : pour la rigidité de la tête et la rigidité de la liaison vis-écrou
- $A$  : section de diamètre  $d$
- $A_s$  : section de la partie filetée de diamètre  $d_{eq} = d - 0,9382p$
- On en déduit la rigidité du boulon :

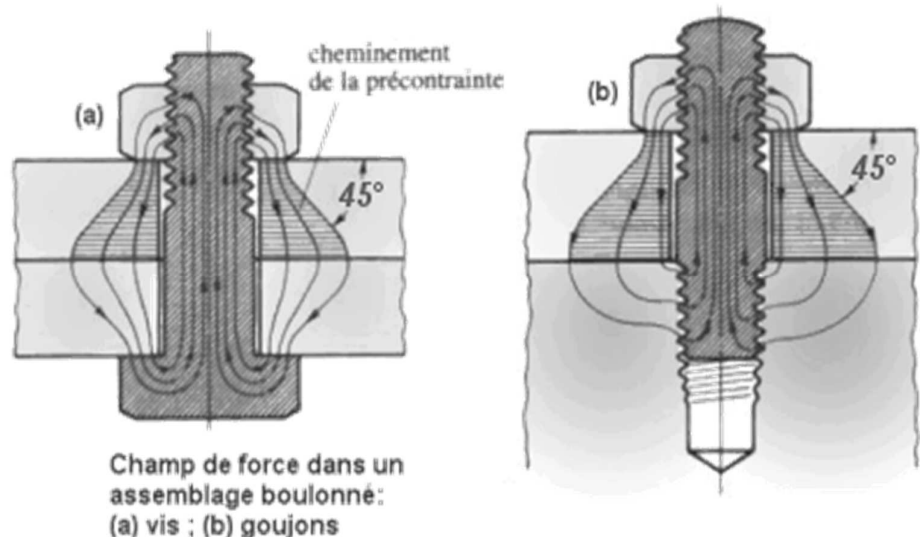
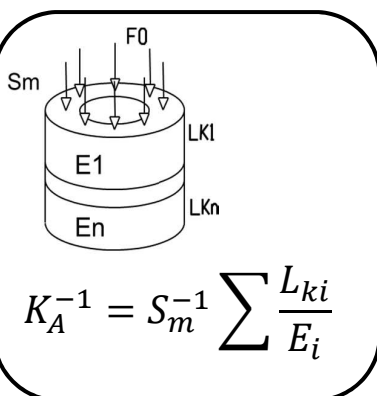
$$K_B^{-1} = E_B^{-1} \left[ \frac{l_0 + 0,4d}{A_s} + \frac{l_1 + 0,4d}{A} \right]$$



## Dimensionnement optimisé, calcul de la précharge

### Calcul de la rigidité de l'assemblage $K_A$

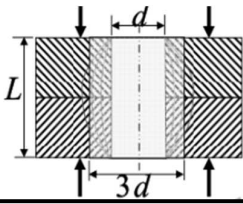
Dans les pièces, la constante élastique  $K$  dépend du volume de matériau soumis à la compression et donc de l'épaisseur des pièces serrées. Ce volume de matière par lequel est contrainte par la compression est proche d'un tronc de cône, ou d'une portion de tronc de cône si les pièces ne sont pas assez larges. Pour chaque pièce de l'assemblage, ce volume peut être approximé par un volume équivalent cylindrique de surface moyenne  $S_m$  et hauteur  $L_k$  l'épaisseur de la pièce



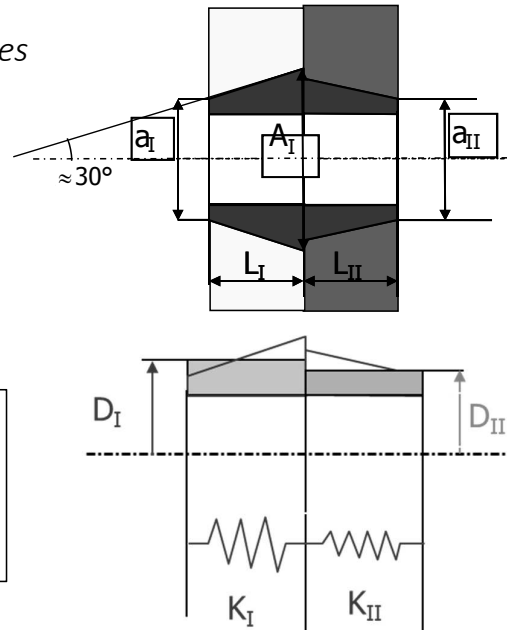
# Dimensionnement optimisé, calcul de la précharge

Propositions pour le calcul de la surface  $S_m$

Cylindre creux :  
 $S_m = \pi/4 ((3d)^2 - d^2) = 2\pi d^2$



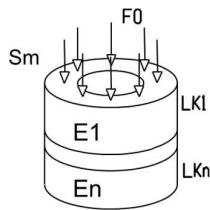
Cylindre creux, pour pièces d'épaisseur différentes :  
 $a_I$  et  $a_{II}$  dépendent des appuis ( $\varnothing De$  ou  $\varnothing D_{\text{rondelle}} \dots$ )  
 $A_I = a_I + 2L_I \tan 30^\circ$   
 $A_{II} = a_{II} + 2L_{II} \tan 30^\circ$



$$D_I = (a_I + A_I) / 2 = a_I + L_I \tan 30^\circ = a_I + 0,58 \cdot L_I$$

$$D_{II} = a_{II} + 0,58 \cdot L_{II}$$

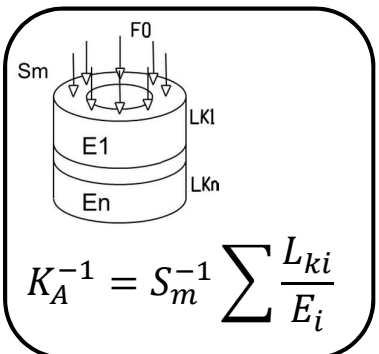
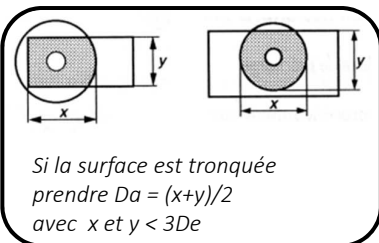
$$S_m = \pi(D_I^2 + D_{II}^2 - 2d^2) / 8$$



$$K_A^{-1} = S_m^{-1} \sum \frac{L_{ki}}{E_i}$$

# Dimensionnement optimisé, calcul de la précharge

Détermination de  $S_m$ : approche des théorie de l'ingénieur (à privilégier)



$$K_A^{-1} = S_m^{-1} \sum \frac{L_{ki}}{E_i}$$

## Détermination de Sm (Travaux de Jean Guillot – INSA Toulouse)

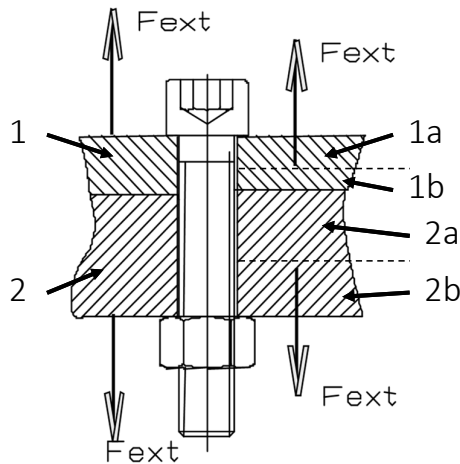
Cas 1 : $Da < De$	Cas 2 : $De < Da < De + Lk$	Cas 3 : $Da > De + Lk$
$S_m = \frac{\pi}{4} (D_a^2 - D_b^2)$	$S_m = \frac{\pi}{4} (D_e^2 - D_b^2) + \frac{\pi}{8} D_e (D_a - D_e)(x + 2)x$ avec : $x = \left(\frac{L_k D_e}{D_a}\right)^{1/3}$ serrage par écrou ou : $x = \left(\frac{L_k}{D_a}\right)^{0,2}$ serrage dans trou borgne	$S_m = \frac{\pi}{4} (D_e^2 - D_b^2) + \frac{\pi}{4} D_e L_k (x + 2)x$ Avec : $x = \left(\frac{L_k D_e}{L_k + D_e}\right)^{1/3}$ écrou ou : $x = \left(\frac{L_k}{L_k + D_e}\right)^{0,2}$ trou borgne

## Dimensionnement optimisé, calcul de la précharge

### Correction du rapport de rigidité $\lambda$

Le calcul de  $\lambda$  a été fait en supposant que  $F_E$  s'appliquait sur la « peau » de la pièce (comme une ventouse !). L'effort  $F_E$  vient plus souvent de l'intérieur des pièces extrêmes de l'assemblage, en première approximation à la moitié de leur épaisseur.

Cas théorique Cas réel



Rigidité de l'assemblage :

$$K_A^{-1} = \frac{L_{k1}}{S_m E_1} + \frac{L_{k2}}{S_m E_2} = \frac{L_{k1a}}{S_m E_1} + \frac{L_{k1b}}{S_m E_1} + \frac{L_{k2a}}{S_m E_2} + \frac{L_{k2b}}{S_m E_2}$$

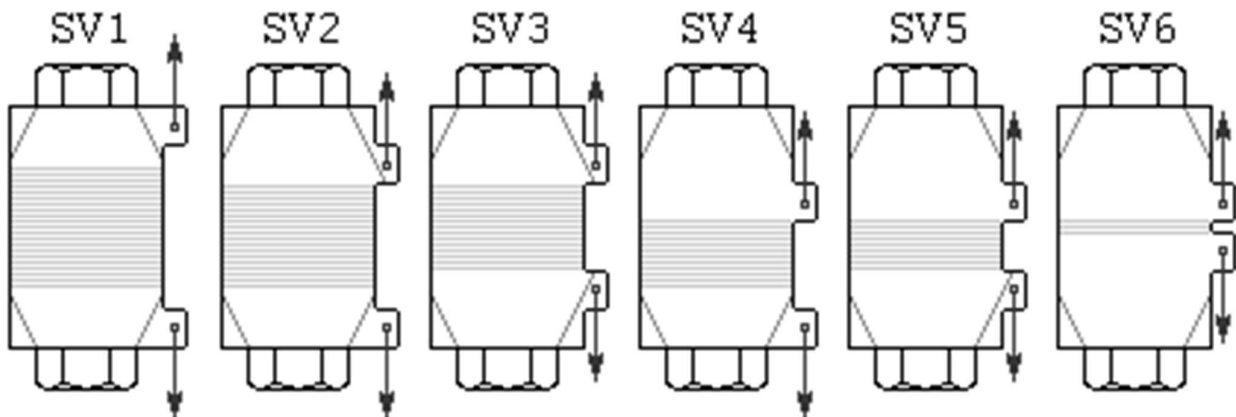
Cas théorique :  $\lambda = \frac{K_A^{-1}}{K_A^{-1} + K_B^{-1}} = \frac{K_B}{K_A + K_B}$

Cas réel :  $\lambda = \frac{K_{1b}^{-1} + K_{2a}^{-1}}{K_A^{-1} + K_B^{-1}} = 0,5 \frac{K_A^{-1}}{K_A^{-1} + K_B^{-1}} = 0,5 \frac{K_B}{K_A + K_B}$

On utilise donc un facteur correctif de 0,5 pour tenir compte d'une application du chargement à l'intérieur de la matière.

## Dimensionnement optimisé, calcul de la précharge

### Correction du rapport de rigidité $\lambda$

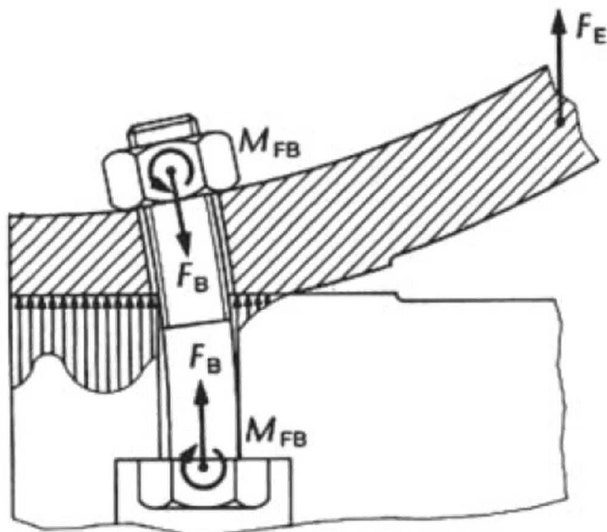


On utilise donc un facteur correctif de 0,5 pour tenir compte d'une application du chargement à l'intérieur de la matière.

## Dimensionnement optimisé, calcul de la précharge

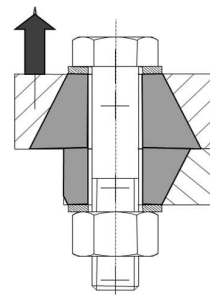
### Correction du rapport de rigidité $\lambda$

Le calcul de  $\lambda$  a été fait en supposant que  $F_E$  s'appliquait dans l'axe du boulon. Si l'effort est excentré, un moment de flexion est présent dans le boulon. Globalement les déformations sont supérieures, les rigidités réelles sont donc inférieures à celles calculées précédemment.

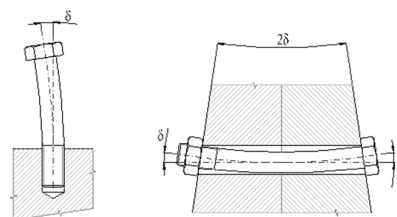


$M_{FB}$  moment de flexion dans le boulon

La remarque reste valable si la surface de reprise des efforts  $S_m$  est désaxée par rapport au boulon : déformations supérieures et rigidités moindres



Idem si les faces des pièces ne sont pas parallèles



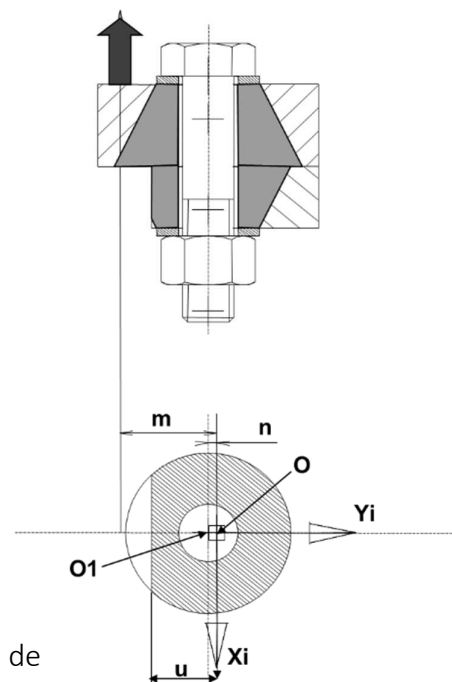
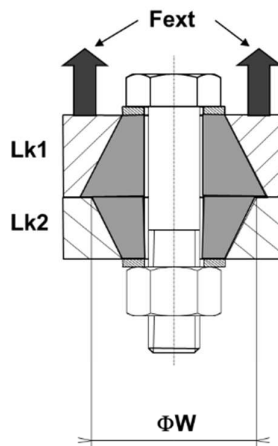
## Dimensionnement optimisé, calcul de la précharge

### Correction du rapport de rigidité $\lambda$

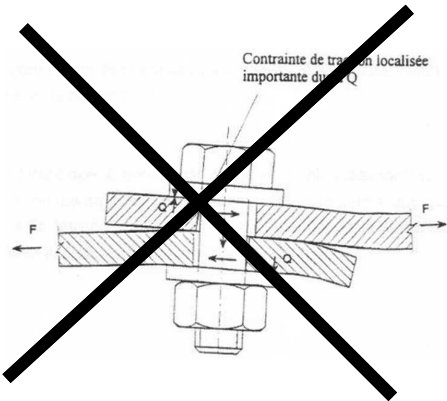
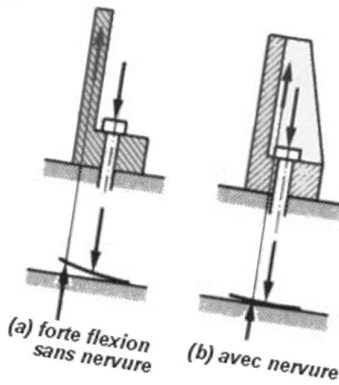
$$\lambda = 0,5 \frac{K_A^{-1} \left(1 + \frac{m}{n} \delta\right)}{K_A^{-1} (1 + \delta) + K_B^{-1}}$$

$$\delta = \frac{n^2 S_m}{I_{xx'}}$$

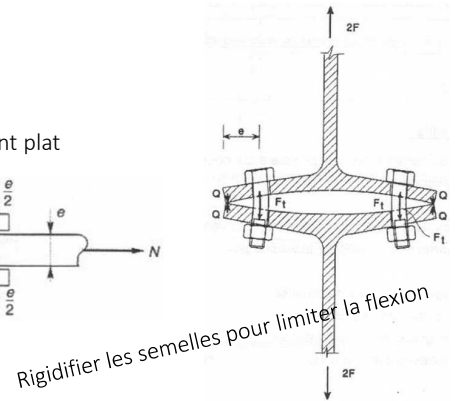
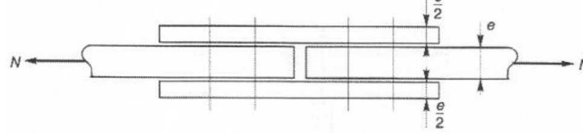
- $W$ : diamètre estimé de la surface de reprise ( $W = L_{kmini} + D_e$ )
- $O$ : centre de gravité de la surface réelle de reprise des efforts
- $O1$ : trace de l'axe de la vis
- $m$ : distance  $O$  à  $F_{ext}$
- $n$ : distance  $O$  à  $O1$  compté positivement si  $F_E$  et  $F_0$  sont du même côté de  $x'Ox$ , négativement dans le cas contraire.
- $S_m$ : Surface moyenne vue précédemment
- $I_{xx'}$ : moment d'inertie par rapport à l'axe  $XOX'$  de la surface de reprise des efforts (la calculer avec un logiciel de CAO)
- $u$ : distance du centre de la surface de reprise / bord libre (coté effort externe)



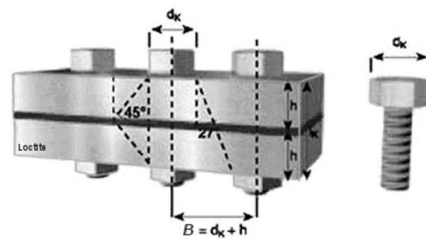
# Règles générales de conception



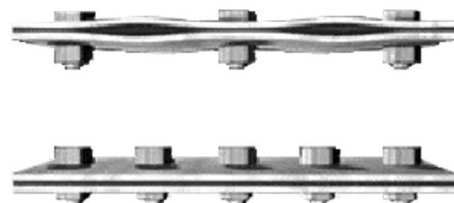
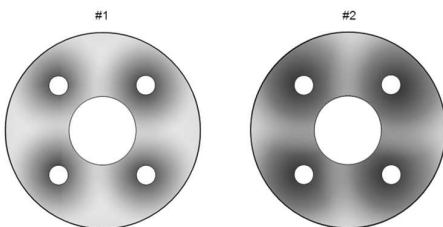
Pour limiter les effets de flexion sur un joint plat  
Préférer un double joint



# Bien répartir les surfaces de reprise



1. Espacement entre  $4.d$  et  $10.d$  (ou entre  $D_k+h$  et  $D_k+2h$ , voir fig.ci-dessus)
2. Créer un polygone de fixation au plus proche de la ligne médiane du plant de joint
3. Plus de vis pour une meilleure répartition de la pression
4. Mais pas trop ! Les zones d'actions des vis ne doivent pas interférer entre elles ( $\emptyset W$ ). Dans le cas #1 on peut ajouter un 5<sup>ème</sup> vis, pas dans le cas #2
5. Utiliser des boulons de plus gros diamètres ou de classe supérieur pour les points les plus chargés



## Dimensionnement optimisé, calcul de la précharge

Et la précharge ?

$$F_{0\text{mini}} = (1 - \lambda) \cdot F_E + \frac{T_E}{\tan\varphi} + F_d + F_i$$

- $(1-\lambda)F_E$ : non décollement de l'assemblage sous charge axiale
- $T_E/\tan\varphi$ : non glissement des pièces sous une action tangentielle
- $F_d$ : prise en compte du soulèvement dû à l'excentration de la charge
- $F_i$ : efforts particuliers à assurer en plus du non-décollement des pièces (ex : effort mini pour pression d'un joint plat). *Appelé aussi serrage résiduel*

$$F_d = \frac{(m - n)\delta_T}{u + n\delta_T} F_E$$

$$\text{avec } \delta_T = \frac{\pi u^2 (W^2 - d^2)}{4 \cdot I_{xx}}$$

## Dimensionnement optimisé, calcul du Couple de serrage

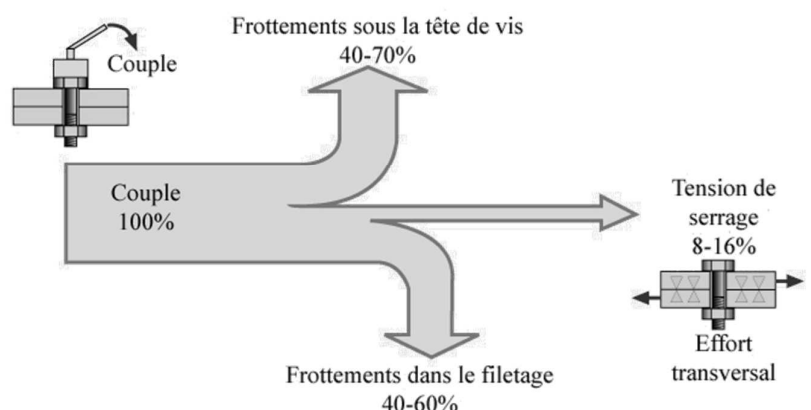
$$C_{s\_moy} = F_{0\text{moy}} (0,16 \cdot p + 0,583 \cdot d_2 \cdot f_v + r_{moy} \cdot f_t)$$

Note : on retrouve les composantes  $C_{fv}$  et  $C_{ft}$

### Dispersion dues aux frottements

$$F_{0\text{max}} = \gamma \cdot F_{0\text{mini}}$$

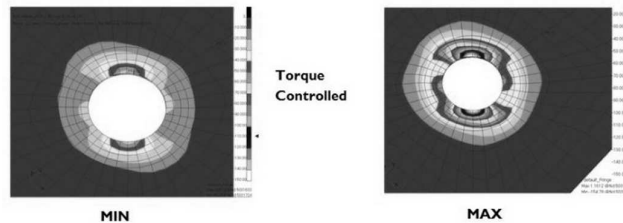
Moyen de serrage	Précision	$\gamma$
Clé dynamométrique	$\pm 20\%$	1,5
Clé à choc	$\pm 40\%$	2,5
Clé à main	$\pm 60\%$	4



$$\sigma_{eq} = \sqrt{\left(\frac{F_{0max} + \lambda F_{Emax}}{A_S} + \frac{32M_B}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16C_{fvmax}}{\pi d^3}\right)^2}$$

$$C_{fvmax} = F_{0max}(0,16p + 0,583 \cdot d_2 \cdot f_v)$$

pression sous tête :  $p_a = \frac{F_{0max} + \lambda F_{Emax}}{\frac{\pi}{4}(D_e^2 - D_b^2)} < p_{adm}$



Répartition de pression avec serrage au couple

# Dimensionnement optimisé, vérification en fatigue

$F_E$  s'exerce dans l'axe de la vis :

$$\sigma_{dyn} = \lambda F_E / (2A_S)$$

$$\sigma_{dyn} < \sigma_{a\_max}$$

Ød	$\sigma_{a\_max}$
M4 à M8	60 MPa
M10 à M16	50 MPa
M18 à M30	40 MPa

$F_E$  s'exerce parallèlement à l'axe de la vis :

$$\sigma_d = \lambda \cdot \left[ \frac{F_E}{A_S} + \frac{M_B d_{eq}}{2I_{eq}} \right] < \sigma_{amax}$$

- $I_{eq}$  inertie en flexion la vis  $I_{eq} = \pi d_{eq}^4 / 64$

- $M_B \approx \frac{K_{FB}}{K_{FA}} \left(1 - \frac{n}{m} \lambda\right) m F_E$  moment de flexion due à l'excentration

$$\frac{1}{K_{FB}} = \frac{1}{E_B} \left[ \frac{L_1}{I_1} + \frac{L_0}{I_0} \right] \quad I_1 = \pi d^4 / 64 \quad \text{et} \quad I_0 = I_{eq} ; \quad \frac{1}{K_{FA}} = \frac{1}{I_{xx'}} \sum \frac{L_i K_i}{E_i}$$

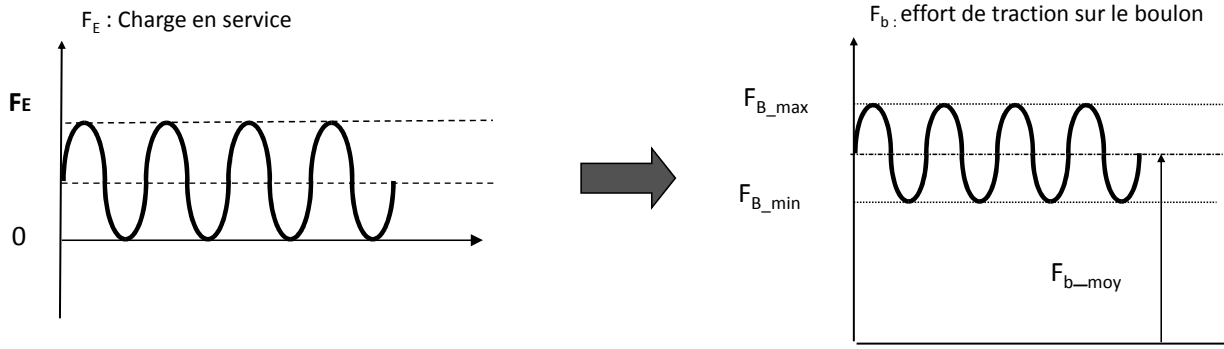
Une approche par les diagrammes de Haigh reste possible pour déterminer plus finement  $\sigma_{amax}$ ...



$$\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \frac{\sigma_{moy}}{\sigma_E} \leq \frac{1}{\alpha_{sécu}}$$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \frac{\sigma_{moy}}{\sigma_r} \leq \frac{1}{\alpha_{sécu}}$$

## Dimensionnement optimisé, vérification en fatigue

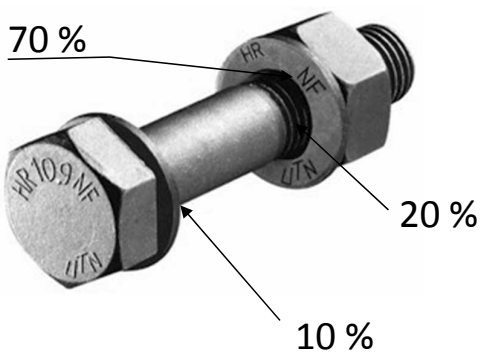


$$F_{B\_MAX} = F_0 + \lambda F_E \quad \Rightarrow \quad F_B(t) = F_0 + \lambda F_E(t)$$

$$F_{B\_MIN} = F_0$$

$$\sigma_B(t) = \frac{F_B(t)}{A_S} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_m = \frac{1}{2} \cdot K_t \cdot (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) \\ \sigma_a = \frac{1}{2} \cdot K_f \cdot (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \frac{\sigma_m}{\sigma_E} \leq \frac{1}{\alpha_{sécu}}}$$

## Zones de rupture

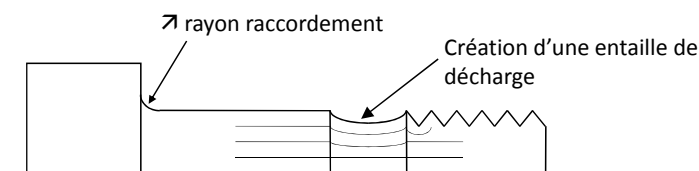


90 % des ruptures sont dues à la fatigue

$$\sigma_m = \frac{1}{2} \cdot K_t \cdot (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})$$

$$\sigma_a = \frac{1}{2} \cdot K_f \cdot (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$$

➤ Réduire les concentration de contraintes ( $K_t$ ,  $K_f$ )





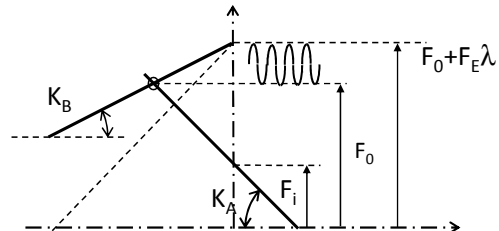
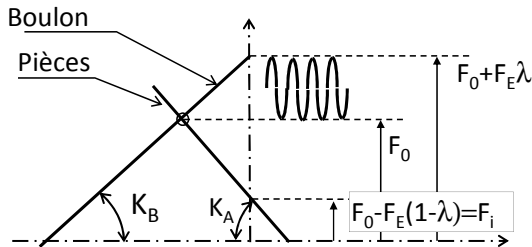
- Diminuer la contrainte alternée  $\sigma_a$

$$\sigma_a = \frac{1}{2} \cdot K_f \cdot \lambda \cdot \frac{F_E}{A_S}$$



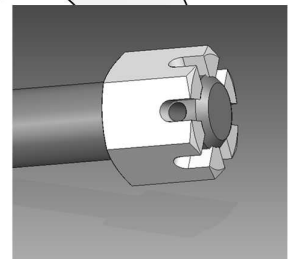
Modifier le rapport de rigidité de l'assemblage

$$\lambda = \frac{K_B}{K_B + K_A}$$

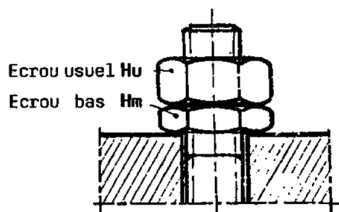


➤ Modification de la distribution des efforts entre les filets

## Ne pas oublier les écrous

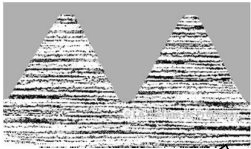


- « Contre-écrou »: encombrant, serrage délicat.
- Ecrou NYLSTOP, auto freiné
- Collage « frein filet » (Loctite)
- Ecrou encoche ( coûteux, blessant )
- Rondelle frein : endommage l'appui au démontage

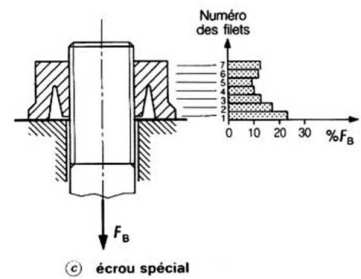
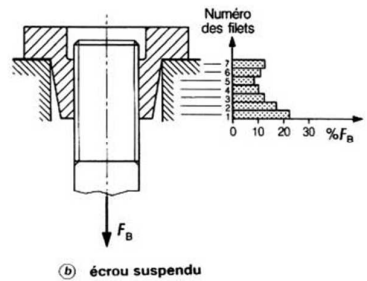
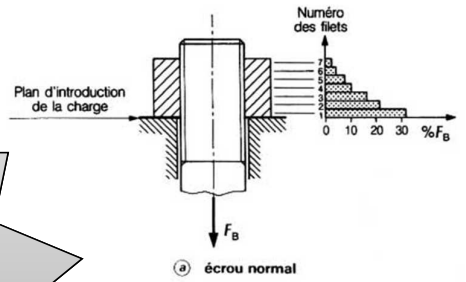
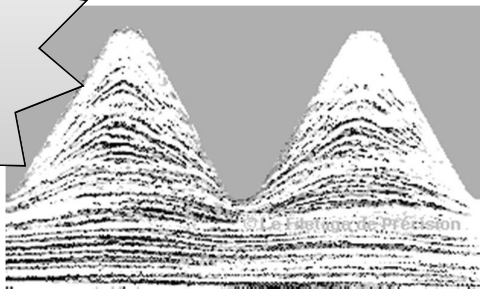


# Ne pas oublier les écrous

Les écrous spéciaux pour une meilleure répartition des pressions

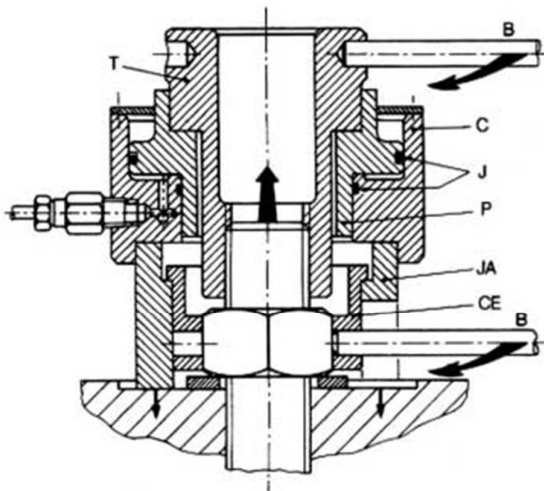


Et la fabrication : comparaison : filetage taillé et filetage roulé



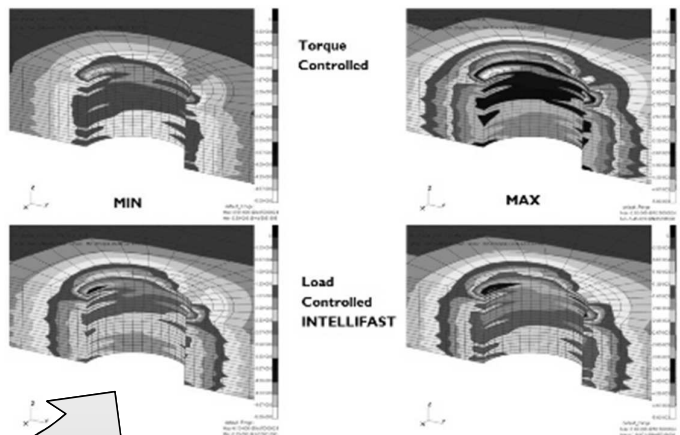
# Ne pas oublier les écrous

Pour une meilleure tenue : les montages sans torsion !

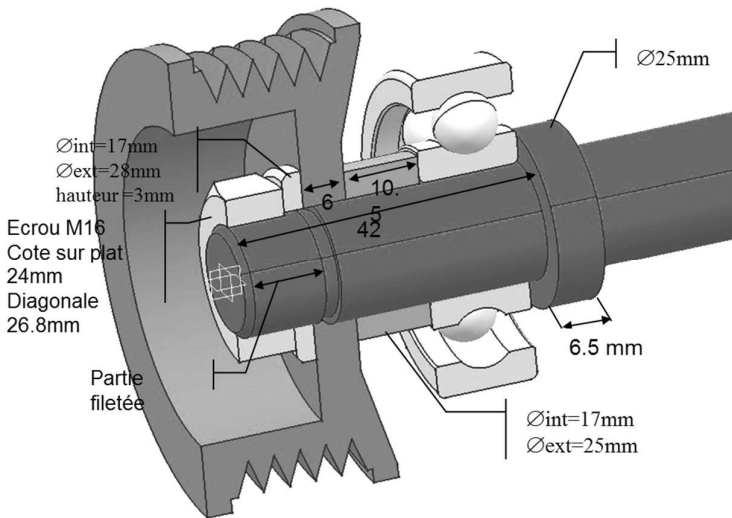


- B broche d'entraînement d'écrou
- C cylindre
- CE clé d'entraînement d'écrou
- J joints spéciaux haute pression
- JA jupe d'appui
- P piston tirant
- T tirant

Les écrous sans torsion permettent la mise en place du boulon sans contrainte de torsion lors du serrage



## Application: transmission d'effort transverses



- Toutes les pièces sont en acier
- Couple 4N.m transmis par frottement ( $f=0,18$ )
- Pression de contact uniforme

Effort de serrage du boulon  $F_0 = 2 \times F_{axial\_mini}$  ???

Résistance statique du boulon ??? ( $\sigma_E = 300 \text{ Mpa}$ ,  $\alpha=2$ ,  $K_t=2.2$ ,  $E= 210000 \text{ Mpa}$ ).

## Application: transmission d'efforts transverses

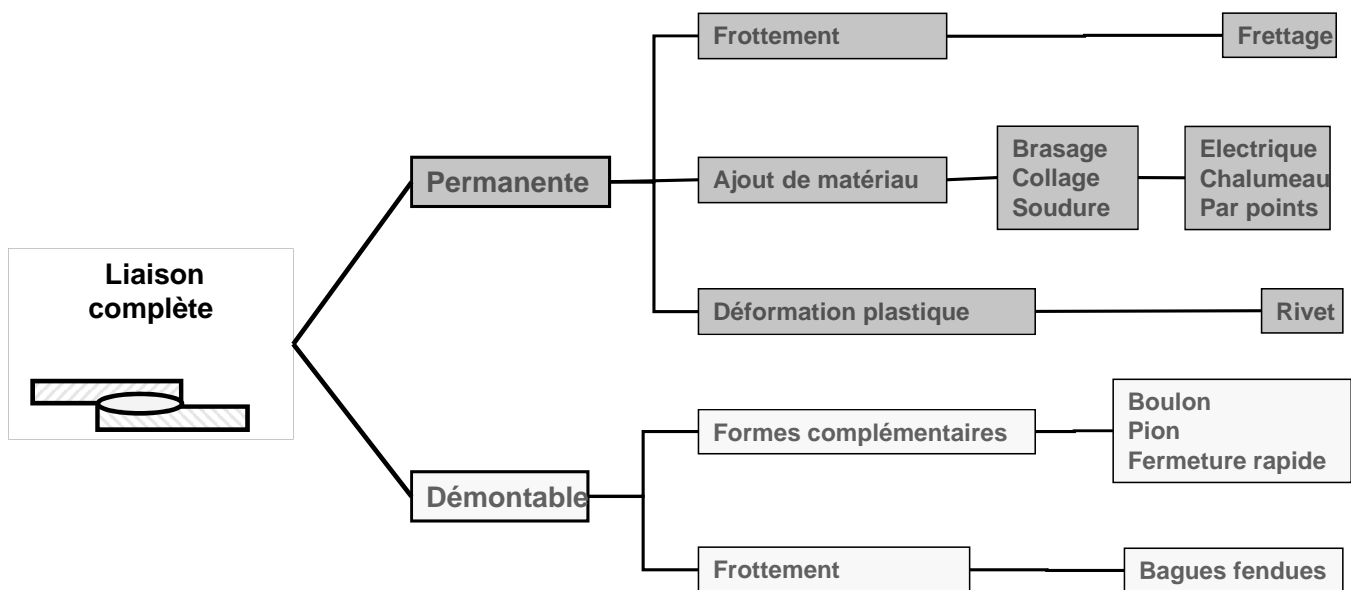
Filetage métrique à pas gros					
$d$ (mm)	pas gros	$S_{eq}$ en $mm^2$ section résistante	$D_1$ (mm)	$D_2 = d_2$ (mm)	$d_3$ (mm)
1	0,25	0,460	0,729	0,838	0,693
(1,1)	0,25	0,588	0,829	0,938	0,793
1,2	0,25	0,732	0,929	1,038	0,893
(1,4)	0,30	0,983	1,075	1,205	1,032
1,6	0,35	1,27	1,221	1,373	1,171
(1,8)	0,35	1,70	1,421	1,573	1,371
2	0,4	2,07	1,567	1,740	1,509
(2,2)	0,45	2,48	1,713	1,908	1,648
2,5	0,45	3,39	2,013	2,208	1,948
3	0,5	5,03	2,459	2,675	2,387
(3,5)	0,6	6,78	2,850	3,110	2,764
4	0,7	8,78	3,242	3,545	3,141
(4,5)	0,75	11,3	3,688	4,013	3,580
5	0,8	14,2	4,134	4,480	4,019
6	1	20,1	4,918	5,350	4,773
(7)	1	28,9	5,918	6,350	5,773
8	1,25	36,6	6,647	7,188	6,466
10	1,5	58,0	8,376	9,026	8,160
12	1,75	84,3	10,106	10,863	9,853
(14)	2	115	11,835	12,701	11,546
16	2	157	13,835	14,701	13,546
(18)	2,5	192	15,294	16,376	14,933
20	2,5	245	17,294	18,376	16,933

## 6. Liaisons Rigides

- Clavettes
- Frettage – Emmanchement
- Rivets
- Soudure

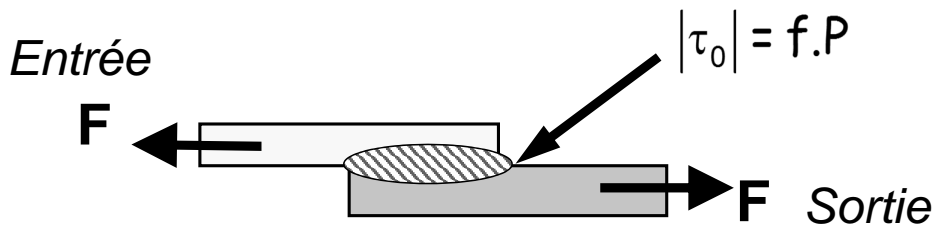
*Equipe CDIM*

### LIAISONS PERMANENTES / DEMONTABLES



Assure la transmission d'efforts en utilisant des phénomènes d'adhérence et frottement

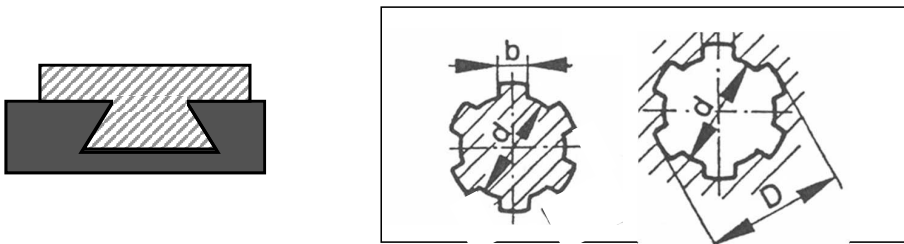
**Principe** : créer un serrage entre les surfaces → Pression P



- La liaison résiste si  $\left| \frac{F}{S} \right| \leq |\tau_0|$
- Pour augmenter F on peut :
  - augmenter  $\tau_0$  en augmentant P
  - augmenter  $\tau_0$  en augmentant f
  - introduire des éléments

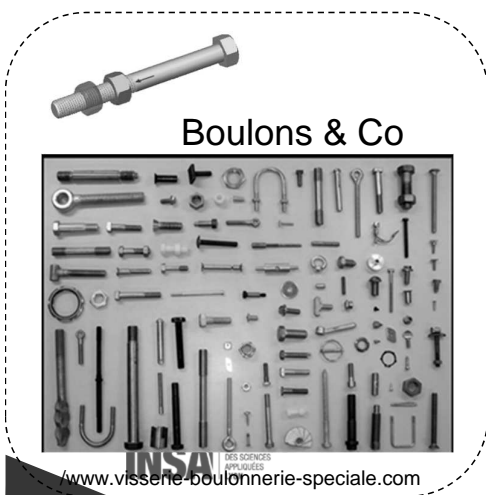
**LIAISONS DEMONTABLES :**

*Méthode directe* : utilisation de géométries de formes complémentaires qui interviennent alors comme des obstacles



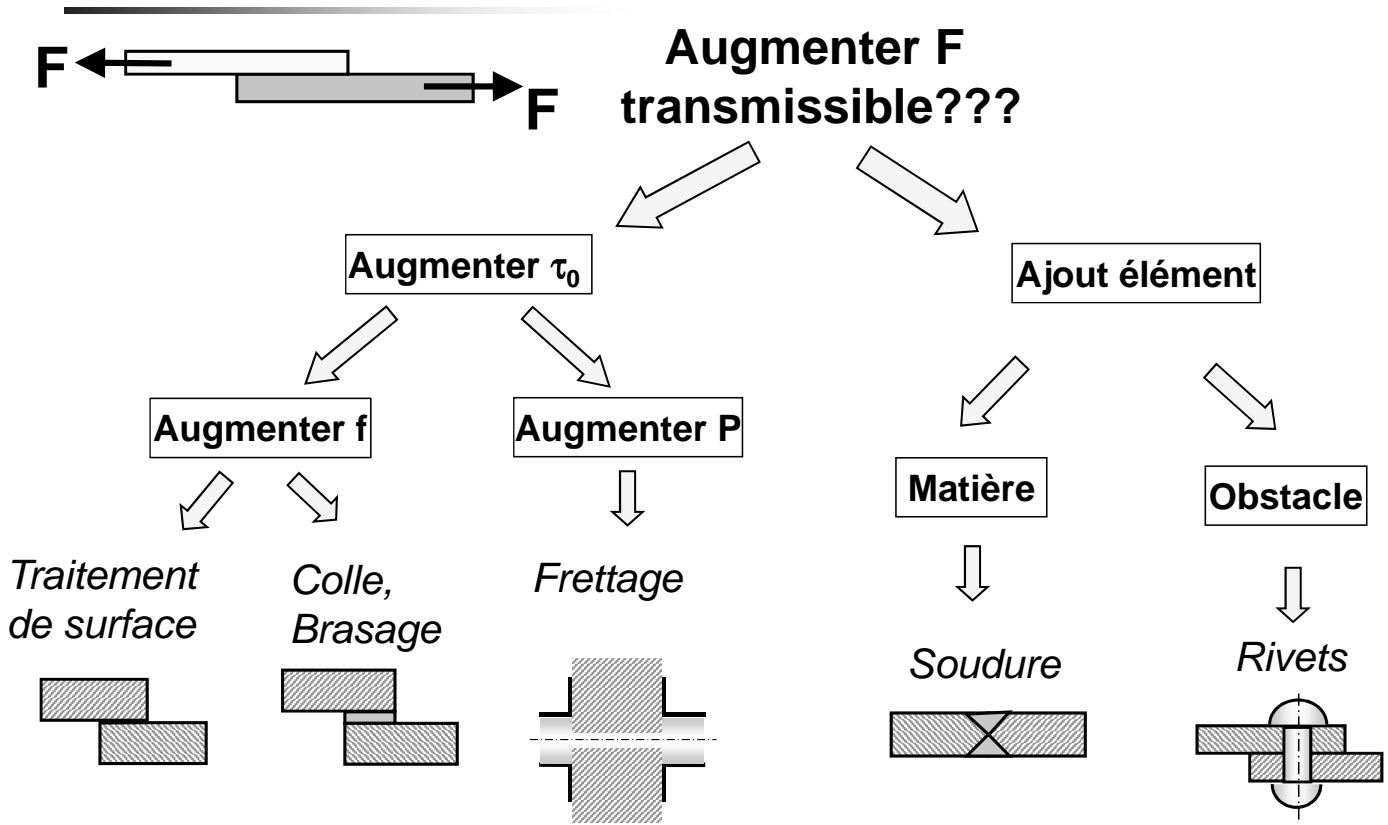
0 0 0

*Méthode indirecte* : utilisation d'organes de liaison intermédiaire



0 0 0

# LIAISONS PERMANENTES



# PROBLEMATIQUE

Quelle que soit la technologie choisie, les problèmes de comportement et de résistance sont de même nature



Dimensionner la liaison

=

Comprendre le processus de transmission des forces

o Modéliser,

o Simplifier,

o Analyser,

o Extrapoler ...

Hypothèses

Élargir les hypothèses

# Clavettes et Cannelures

## Généralités: Clavettes

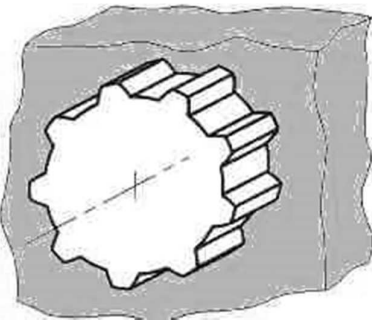
Les clavettes sont généralement utilisées pour transmettre un couple entre un arbre et un moyeu → peuvent servir d'élément de sécurité  
Elles peuvent aussi transformer une liaison pivot glissant en glissière. La glissière obtenue ne peut pas transmettre de couple important



Inconvénient : les rainures affaiblissent l'arbre et créent des concentration de contraintes

## Généralité : Cannelures

- Les cannelures peuvent transmettre un couple important tout en assurant la fonction de glissière.
- 2 types de cannelures existent:
  - ✓ à flanc parallèle usage courant fabrication assez simple
  - ✓ En développante de cercle : permet un meilleur centrage axe / Moyeu ; réservé aux grandes vitesses de rotation.



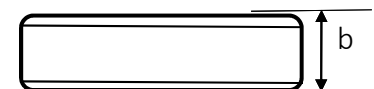
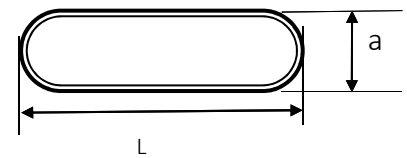
Arbre de prise de force de tracteur agricole

## Fabrication : clavette et cannelures

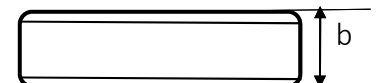
- Usinage de l'arbre assez simple (Clavette).
- Usinage du moyeu par brochage.
- D'où les dimensions normalisées (a,b).



Forme A



Forme B





## Arc boutement

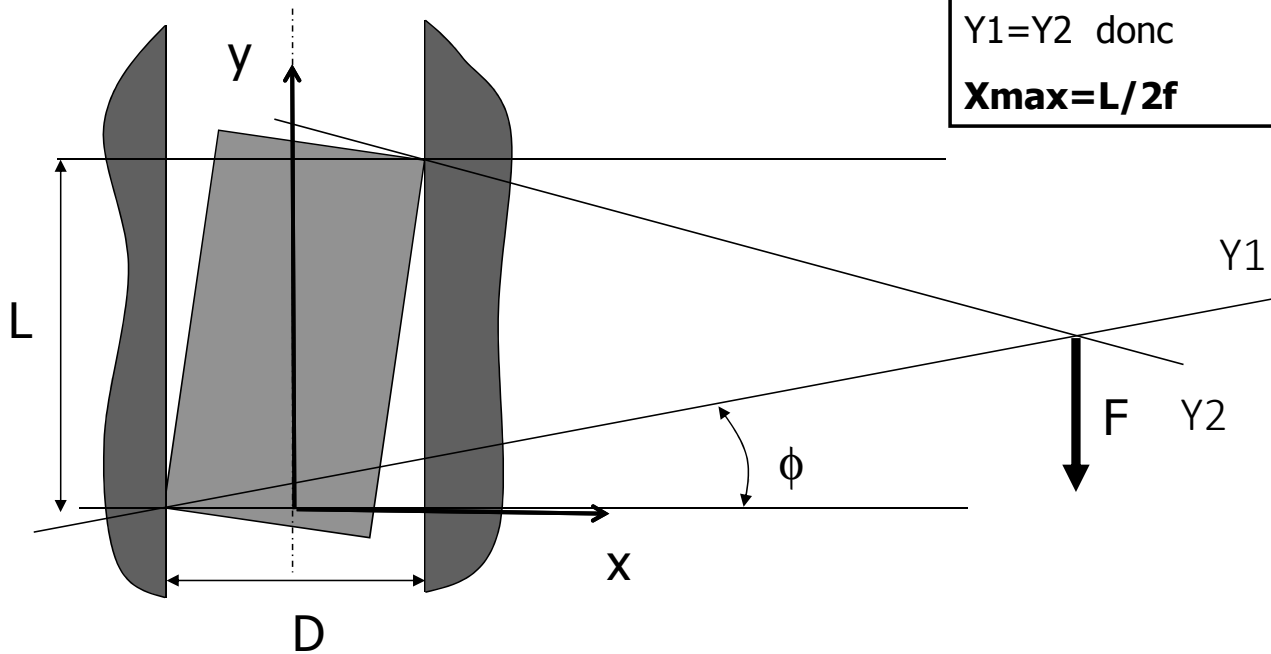
En cas de fonctionnement en glissière il est impératif de tenir compte du phénomène d'arc boutement .

$$Y1 = fx + fD/2$$

$$Y2 = -fx + L + f.D/2$$

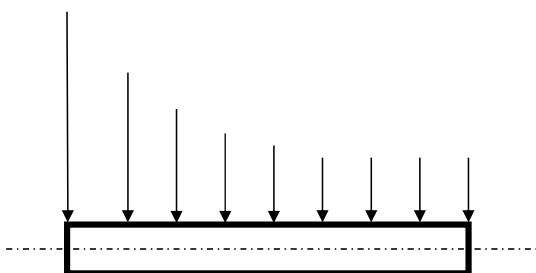
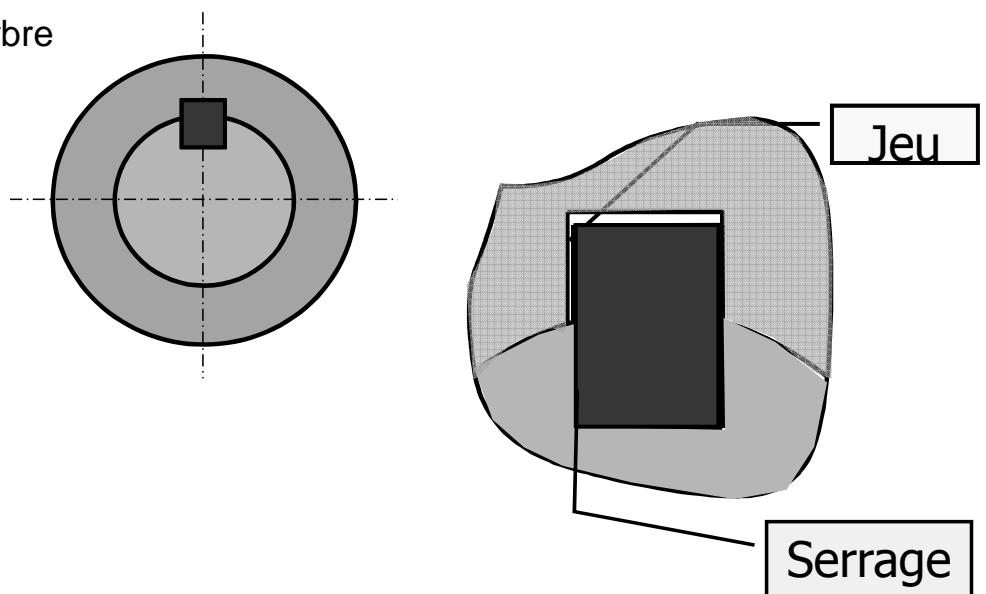
$$Y1 = Y2 \text{ donc}$$

$$\mathbf{X_{max} = L/2f}$$



## Montage d'une clavette

Le montage habituel est légèrement serré sur l'arbre et libre sur le moyeu



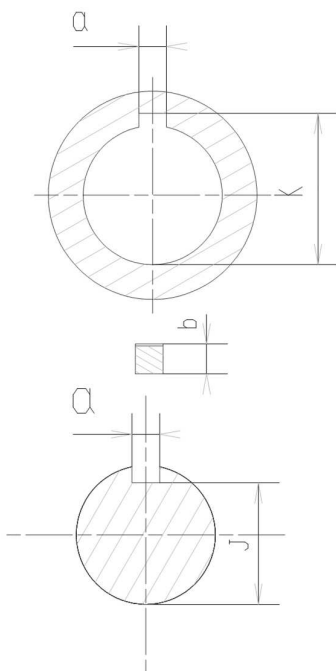
Longueur maxi de clavette :  
1,5xDarbre (torsion de l'arbre )

## Validation d'une clavette

- La validation se fait au « matage ». La pression clavette moyeu ne doit pas dépasser la pression admissible du matériau le plus faible (moyeu / clavette).
- Evaluer la valeur de pression admissible (poly CONAN)
- Hypothèse de pression uniforme entre clavette et moyeu.

$$p = \frac{C}{r + b/4} = \frac{2.C}{[r + b/4].L.b} \Rightarrow L \geq \frac{2.C}{[r + b/4].b.p_{adm}}$$

## Dimensions normalisées des clavettes



La norme a défini des valeurs pour la section des clavettes fonction du diamètre de l'arbre

Section Nominale		Pour diamètre		Section Nominale		Pour diamètre	
a(h9)	b(h9)	de	à	a(h9)	b(h11)	de	à
2	2	6	8	8	7	22	30
3	3	8	10	10	8	30	38
4	4	10	12	12	8	38	44
5	5	12	17	14	9	44	50
6	6	17	22	16	10	50	58

**J = D - 0,6 b . k = D + 0,46 b (valeurs arrondies au dixième supérieur)  
r de 0.1 mini à 0.3 maxi**

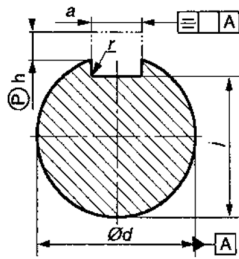


Figure 5.16 –  
Cotation de l'arbre : les paramètres

Logement	Libre	Juste	Serré
Arbre	H9	N9	P9
Moyeu	D10	Js9	P9
D	J	k	
6 à 22 inclus	0 -0,1	+0,1 0	
22 à 130	0 -0,2	+0,2 0	

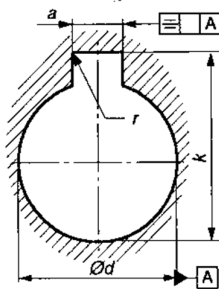
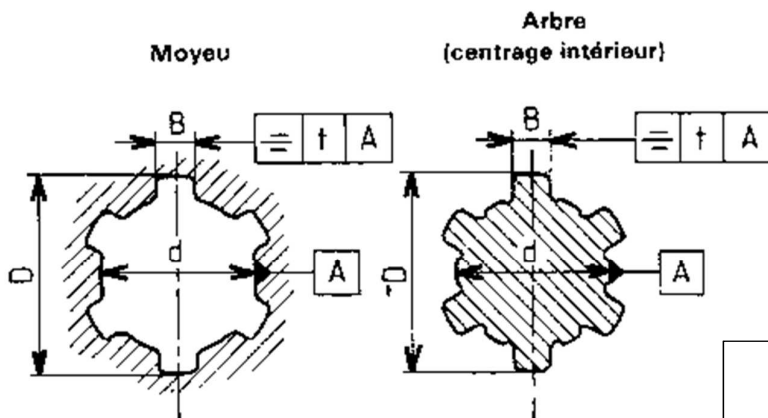


Figure 5.17 –  
Cotation du moyeu : les paramètres

## Validation d'une cannelure

- La norme fixe la surface de portée des cannelures par unité de longueur (unité usuelle  $\text{mm}^2/\text{mm}$ )
- Prise en compte de l'hyperstatisme de la liaison .  $s \approx 0,6.n.h$
- Validation en  $P_{adm}$



$$p = \frac{C}{L.s} = \frac{C}{r.L.s} \Rightarrow L \geq \frac{C}{r.s.p_{adm}}$$

# Liaison par adhérence

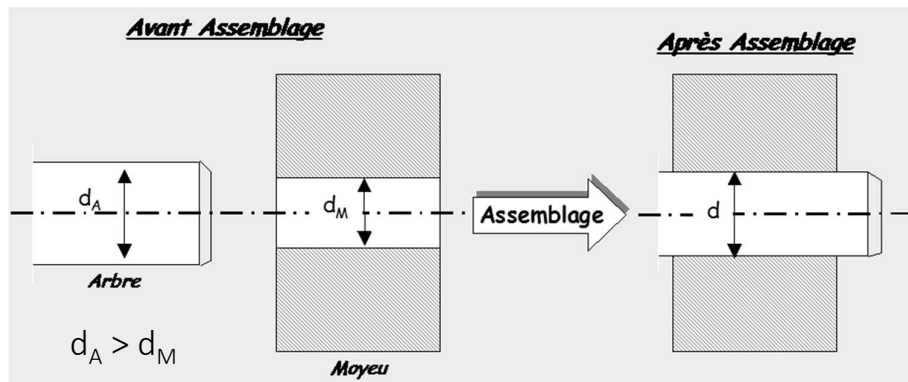
## Emmanchement - Frettage

### Liaisons par adhérence : Frettage



## Généralités :

- Liaison par **adhérence**.
- En général : arbre dans alésage
- Permet de transmettre effort et /ou couple



- **Avantages** : Concentrations de contraintes limitées , pas de balourds , peu encombrant , peu de pièces, coût faible
- **Inconvénients** : montage (démontage) délicat , usinage (très) précis.

## Généralités

- Diamètre d'arbre suffisant
  - valeur de la tolérance/serrage
  - appairage
- Vitesse tangentielle  $< 20$  m/s
- Le fluage n'est pas pris en compte
- Voir norme : NF E 22 621

## Exemples de frettage

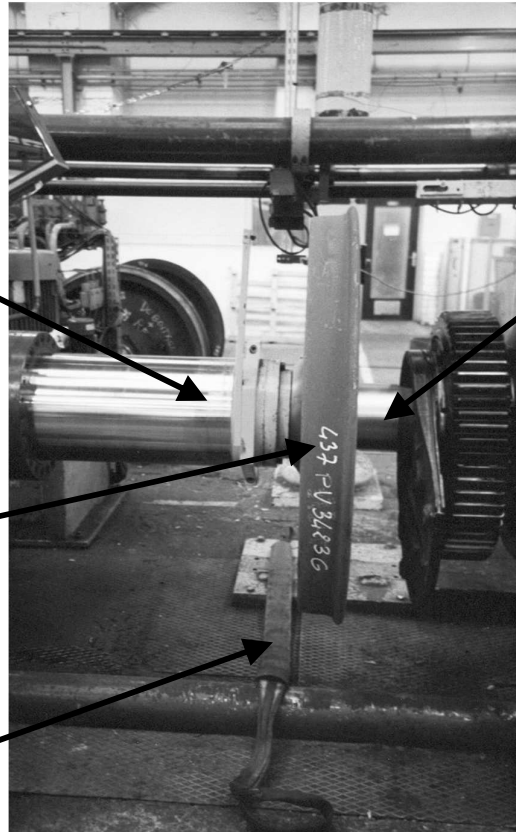
### Frettage d'une roue de locomotive

Vérin pousseur

Axe

Jante

Elingue\*



## Valeurs « usuelles »

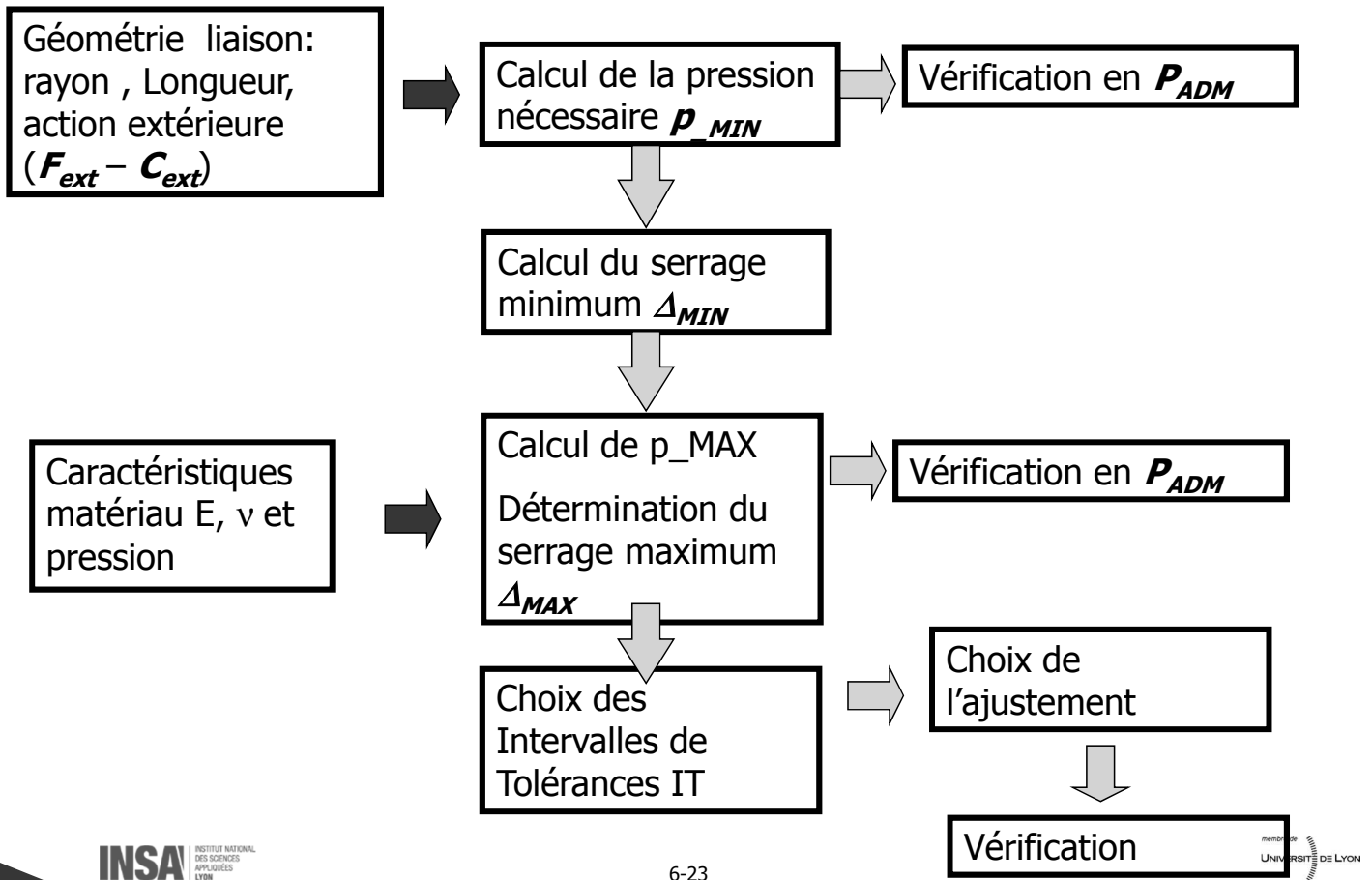
Exemples d'ajustements serrés		observations	
H7u6 H7s6	assemblage fortement serré pouvant transmettre des efforts importants	presse lourde ou frettage	avec détérioration des pièces au démontage
H7r6 H7p6	assemblage assez serré assemblage serré pouvant transmettre des efforts sans organes d'arrêt	presse	
H7n6	assemblage sous faible pression organe d'arrêt (clavette...) nécessaire en rotation organe d'arrêt pas forcément nécessaire en translation	assemblage parfois possible au maillet	sans détérioration des pièces au démontage
H7m6	assemblage légèrement serré organes d'arrêt nécessaires en rotation et translation		

Source Fanchon



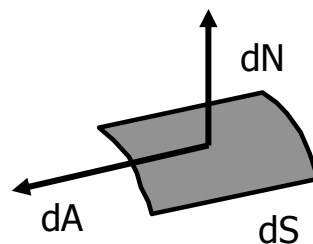
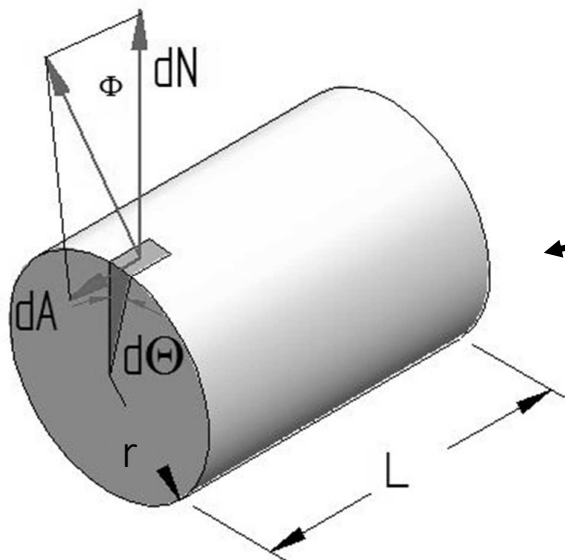
Garantir la transmission des efforts ? La tenue de la liaison ?

# Principe de dimensionnement



## Transmission effort axial : A

On cherche la pression de serrage minimale permettant de transmettre l'effort axial A par adhérence



$$dS = r d\theta \cdot dl$$

Hypothèse : pression uniforme

$$dA = \tan \phi \cdot dN = \tan \phi \cdot P \cdot ds$$

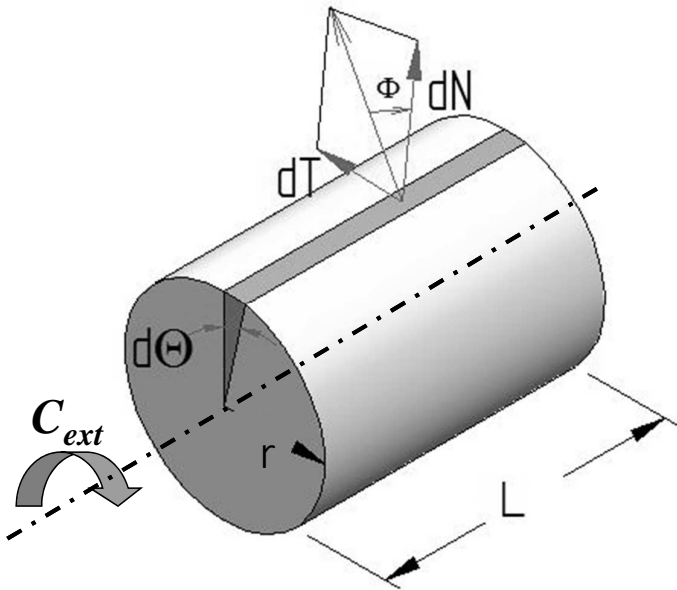
$$p_{A\_MIN} \geq \frac{A}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot r \cdot L}$$

A la limite du glissement  $f = \tan \phi$

## Transmission de couple $C_{ext}$

On cherche la pression de serrage minimale permettant de transmettre le couple  $C_{ext}$  par adhérence

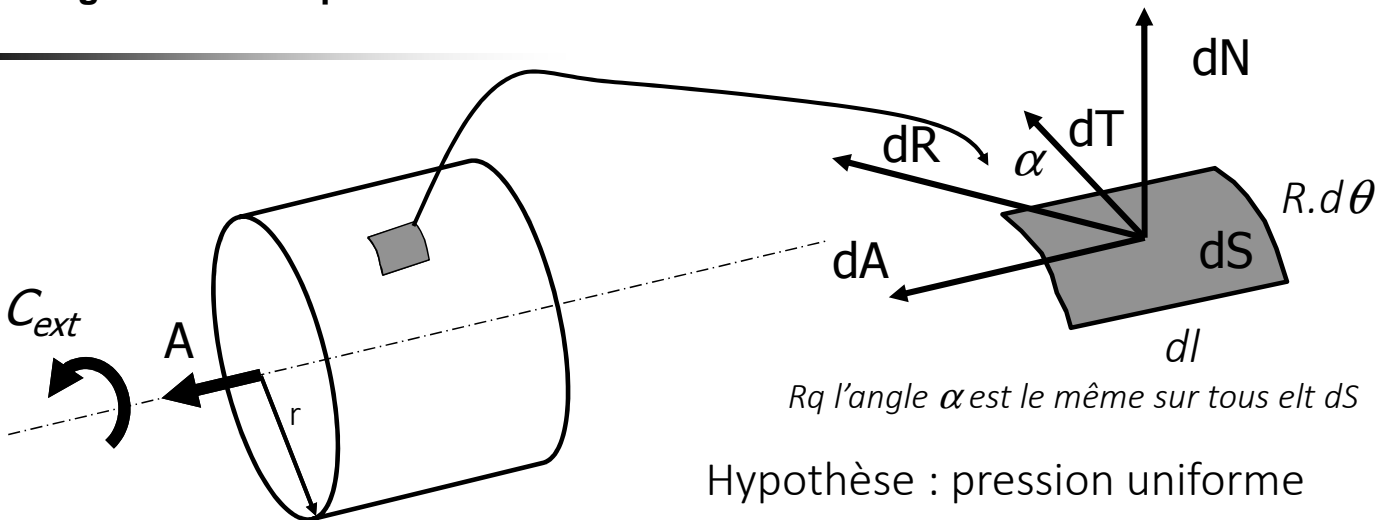
$$dC = r.dT = R.f.dN = R.f.P.ds = R.f.P.R.L.d\theta$$



Hypothèse : pression uniforme

$$p_{C\_MIN} \geq \frac{C_{ext}}{2.\pi.f.r^2.L}$$

## Cas général : Couple et effort axial



Hypothèse : pression uniforme

$$p_{MIN} \geq \frac{\sqrt{C^2 + r^2 A^2}}{2.\pi.f.r^2.L} = \sqrt{p_{A\_MIN}^2 + p_{C\_MIN}^2}$$

À la limite du glissement on a :

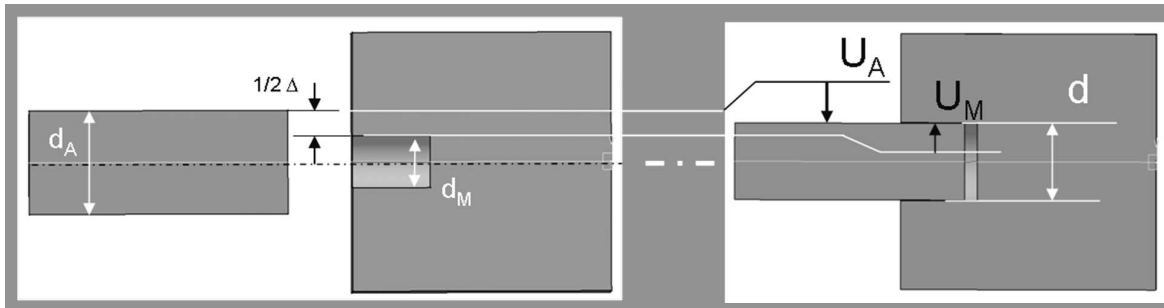
$$dC = r.dT = f.p.r^2.dl.d\theta.\cos \alpha$$

$$dA = f.p.r.d\theta.dl.\sin \alpha$$

$$p_{MIN} \leq p_{adm}$$

Vérification 1





On définit le serrage *diamétral*  $\Delta$  par :  $\Delta = d_A - d_M$

pour l'arbre :  $d = d_A + 2 U_A$

pour le moyeu :  $d = d_M + 2 U_M$



$$\Delta = 2.(U_M - U_A)$$

### Calcul du serrage : déplacement des enveloppes épaisses

Le déplacement radial d'un point situé sur un rayon «  $\rho$  » d'une enveloppe tubulaire (R, r) soumise à une pression interne  $p_i$  et une pression externe  $p_o$  s'écrit :

$$u(\rho) = \frac{(1-\nu)}{E} \frac{r^2 p_i - R^2 p_o}{R^2 - r^2} \rho + \frac{(1+\nu)}{E} \frac{r^2 R^2 (p_i - p_o)}{(R^2 - r^2) \rho}$$

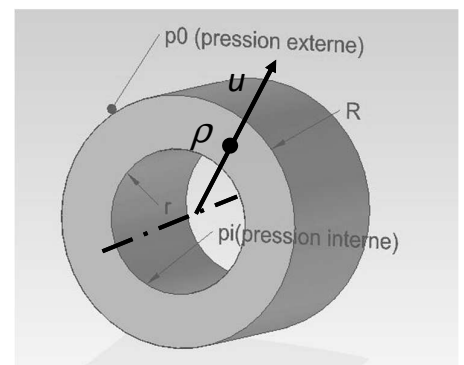


*Périphérie Arbre*

$$u(\rho = R, p_i = 0) = -\frac{p_o \cdot R}{E} \left[ \frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} - \nu \right]$$

*Périphérie alésage moyeu*

$$u(\rho = r, p_o = 0) = \frac{p_i \cdot r}{E} \left[ \frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + \nu \right]$$



Voir cours MSOL

## Calcul du serrage : déplacement des enveloppes épaisses

- **Arbre plein** de diamètre  $d=2*r$ , soumis à une pression  $P$  :

$$u_A = -\frac{p.r}{E_A} [1 - \nu_A]$$

- **Arbre creux** de diamètre  $d=2*r$  et diamètre intérieur  $d_i=2*r_i$ , soumis à une pression extérieure  $P$  :

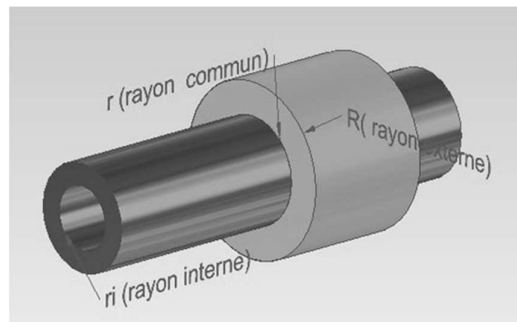
$$u_A = -\frac{p.r}{E_A} \left[ \frac{r^2 + r_i^2}{r^2 - r_i^2} - \nu_A \right]$$

- **Moyeu de diamètre** intérieur  $d_i=2*r$  et diamètre extérieure  $d_e=2*R$ , soumis à une pression extérieure  $p$ :

$$u_M = \frac{p.r}{E_M} \left[ \frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + \nu_M \right]$$

## Serrage diamétral

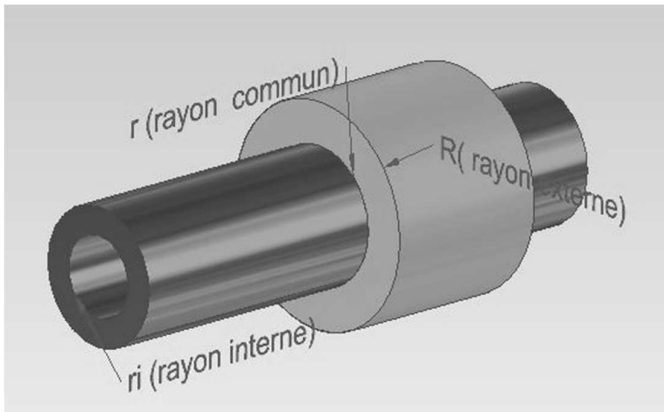
- **Cas général** : arbre creux et matériaux différents Arbre ( $r_i, r$ ) et Moyeu ( $r, R$ )



$$\Delta = 2(u_M - u_A) = 2Pr \left[ \frac{1}{E_M} \left( \frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + \nu_M \right) + \frac{1}{E_A} \left( \frac{r^2 + r_i^2}{r^2 - r_i^2} - \nu_A \right) \right]$$

La pression  $P$  est la pression de serrage entre les 2 pièces

## Serrage : Cas particuliers



Le serrage minimum est obtenu pour  $p=p_{MIN}$  et permettra la transmission du couple et/ou de l'effort axial

Arbre plein ( $r_i = 0$ )

$$\Delta \geq 2 \cdot P_{MIN} \cdot r \cdot \left[ \frac{1}{E_M} \cdot \left( \frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + \nu_M \right) + \frac{1}{E_A} (1 - \nu_A) \right]$$

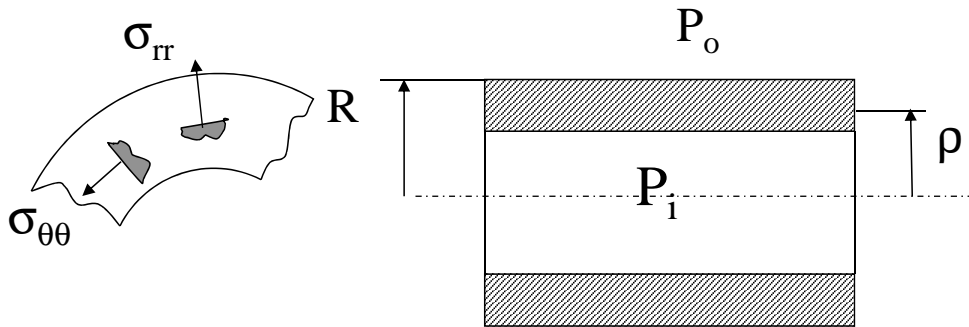
Arbre plein et matériau identique

$$\Delta \geq \frac{2 \cdot p_{MIN} \cdot r}{E} \cdot \left[ \frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + 1 \right] = \frac{4 p_{MIN} \cdot r \cdot R^2}{E \cdot [R^2 - r^2]}$$

## Serrage maximum $\Delta_{MAX} \rightarrow p_{MAX}$

On cherche  $P_{max}$  et le  $\Delta_{MAX}$  correspondant pour que l'arbre et le moyeu restent dans le domaine élastique

$$\Delta_{MAX} = 2 p_{MAX} r \left[ \frac{1}{E_M} \left( \frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + \nu_M \right) + \frac{1}{E_A} \left( \frac{r^2 + r_i^2}{r^2 - r_i^2} - \nu_A \right) \right]$$



Formules de Lamé:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{p_i \cdot r^2 - p_o \cdot R^2}{R^2 - r^2} + \frac{p_i - p_o}{\rho^2} \cdot \frac{r^2 \cdot R^2}{R^2 - r^2}$$

$$\sigma_{rr} = \frac{p_i \cdot r^2 - p_o \cdot R^2}{R^2 - r^2} - \frac{p_i - p_o}{\rho^2} \cdot \frac{r^2 \cdot R^2}{R^2 - r^2}$$

Serrage maximum  $\Delta_{MAX} \rightarrow p_{MAX}$

$$\sigma_{eq}(\rho) = \sqrt{\sigma_{\theta\theta}^2 + \sigma_{rr}^2 - \sigma_{\theta\theta} \cdot \sigma_{rr}} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha}$$

Pour l'arbre ( $R_A, r_A$ )  $p_i=0$  et  $p_o=p_{MAX}$

$$\sigma_{eq\_A}(\rho) = \frac{R_A^2}{R_A^2 - r_A^2} \cdot p_{max} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{r_A^2}{\rho^2}\right)^2 + \left(1 - \frac{r_A^2}{\rho^2}\right)^2 - \left(1 + \frac{r_A^2}{\rho^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{r_A^2}{\rho^2}\right)}$$

$$= \frac{R_A^2}{R_A^2 - r_A^2} \cdot p_{max} \cdot \sqrt{1 + 3 \left(\frac{r_A^2}{\rho^2}\right)^2}$$

Arbre creux (max pour  $\rho=r_A$ )

$$\sigma_{eq\_A\_MAX} = \frac{2R_A^2}{R_A^2 - r_A^2} \cdot p_{max} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha}$$

$$p_{max} \leq \frac{\sigma_E (R_A^2 - r_A^2)}{\alpha \cdot 2R_A^2}$$

Arbre plein

$$\sigma_{eq\_MAX} = p_{max} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha}$$

$$p_{max} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha}$$

Serrage maximum  $\Delta_{MAX} \rightarrow p_{MAX}$

$$\sigma_{eq}(\rho) = \sqrt{\sigma_{\theta\theta}^2 + \sigma_{rr}^2 - \sigma_{\theta\theta} \cdot \sigma_{rr}} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha}$$

Pour le moyeu ( $R_M, r_M$ )  $p_i = p_{MAX}$  et  $p_o = 0$

$$\sigma_{eq\_M\_MAX} = \frac{r_M^2}{R_M^2 - r_M^2} \cdot p_{max} \cdot \sqrt{1 + 3 \left( \frac{R_M^2}{r_M^2} \right)^2}$$

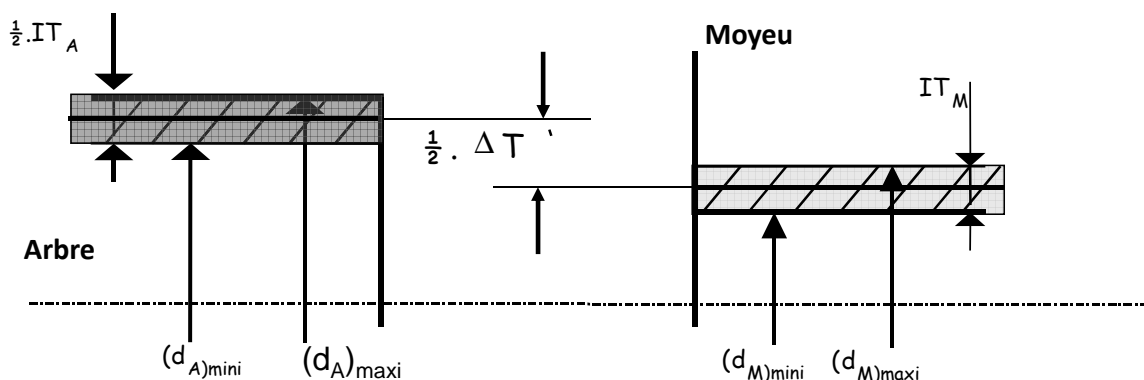
$$p_{max} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha} \cdot \frac{R_M^2 - r_M^2}{r_M^2 \sqrt{1 + 3 \left( \frac{R_M^2}{r_M^2} \right)^2}}$$

Pour l'ensemble

$$p_{MAX} = \min(p_{MAX\_Arbre} ; p_{MAX\_Moyeu})$$

Choix des Intervalles de Tolérances:  $IT_A$  et  $IT_M$

- Usinage = Tolérance  $IT_A$  et  $IT_M$



- L'assemblage d'un arbre et d'un moyeu va se faire avec un serrage :

$$\Delta T_{\min} \leq \Delta T \leq \Delta T_{\max}$$

- Définition des tolérances de fabrication  $IT_A$  et  $IT_M$  telles que :

$$\Delta_{\min} \leq \Delta T_{\min} \text{ et } \Delta T_{\max} \leq \Delta_{\max}$$

# Choix des Intervalles de Tolérances: IT<sub>A</sub> et IT<sub>M</sub>

## Calcul des serrages effectifs et leurs limites

$$\Delta T_{\max} = (d_A)_{\max} - (d_M)_{\min}$$

$$\Delta T_{\min} = (d_A)_{\min} - (d_M)_{\max}$$

$$\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min} = (d_A)_{\max} - (d_M)_{\min} - (d_A)_{\min} + (d_M)_{\max}$$

$$= ((d_A)_{\max} - (d_A)_{\min}) + ((d_M)_{\max} - (d_M)_{\min})$$

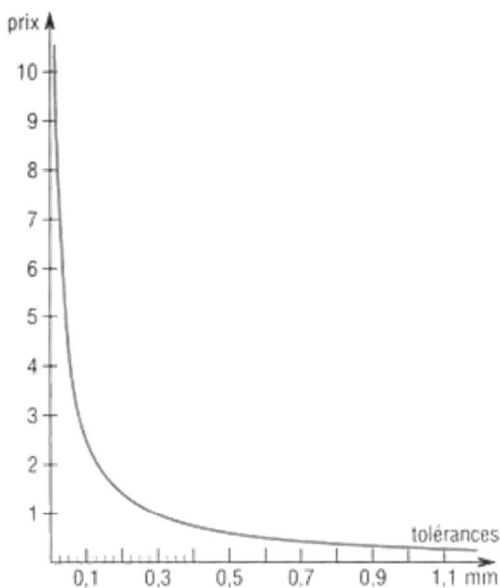
$$\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min} = IT_A + IT_M$$

$$IT_A + IT_M \leq \Delta_{\max} - \Delta_{\min}$$

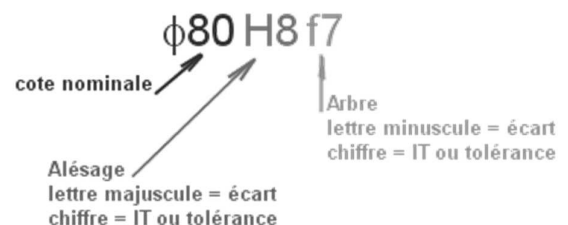
Principales qualités ou tolérances (IT) ISO (IT en micromètre : 1μm = 0.001 mm)													
dimensions nominales en mm													
au-delà de →	1	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400
à (inclus) →	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400	500
<b>IT5</b>	4	5	6	8	9	11	13	15	18	20	23	25	27
<b>IT6</b>	6	8	9	11	13	16	19	22	25	29	32	36	40
<b>IT7</b>	10	12	15	18	21	25	30	35	40	46	52	57	63
<b>IT8</b>	14	18	22	27	33	39	46	54	63	72	81	89	97
<b>IT9</b>	25	30	36	43	52	62	74	87	100	115	130	140	155
<b>IT10</b>	40	48	58	70	84	100	120	140	160	185	210	230	250
<b>IT11</b>	60	75	90	110	130	160	190	220	250	290	320	360	400
<b>IT12</b>	100	120	150	180	210	250	300	350	400	460	520	570	630
<b>IT13</b>	140	180	220	270	330	390	460	540	630	720	810	890	970

Remarque :  
On prend souvent un écart de 1 sur les 2 qualités

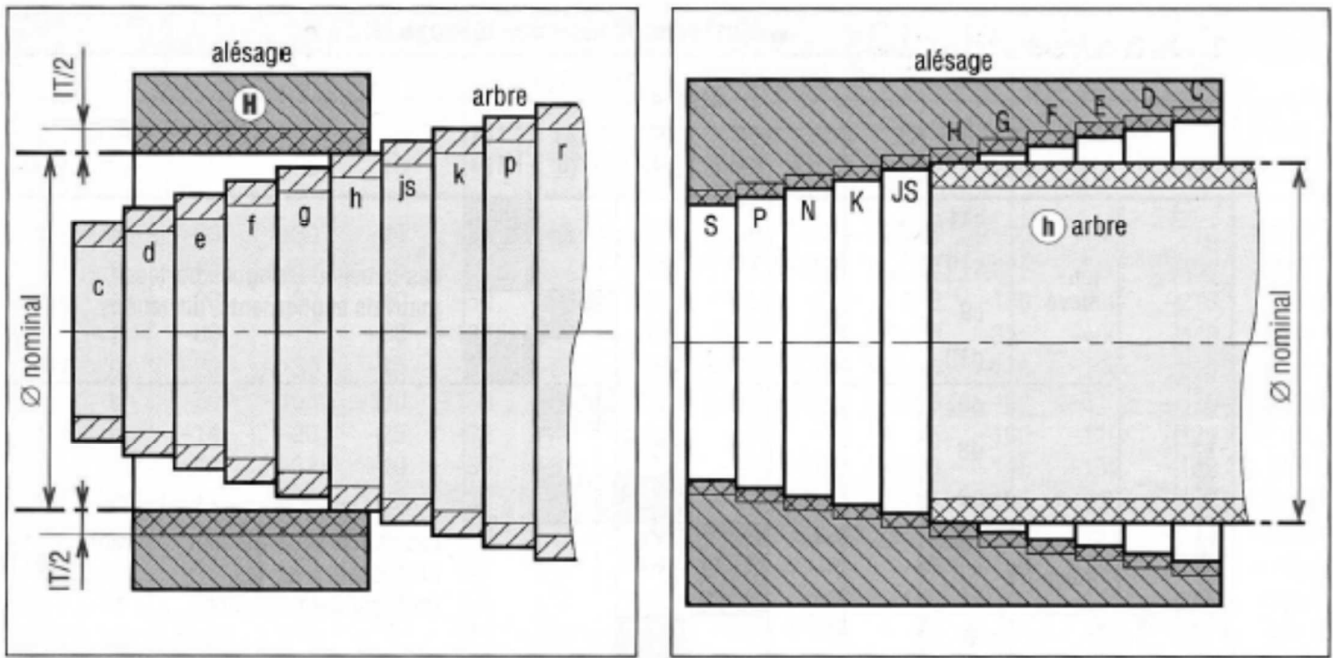
## Rappels sur les ajustements



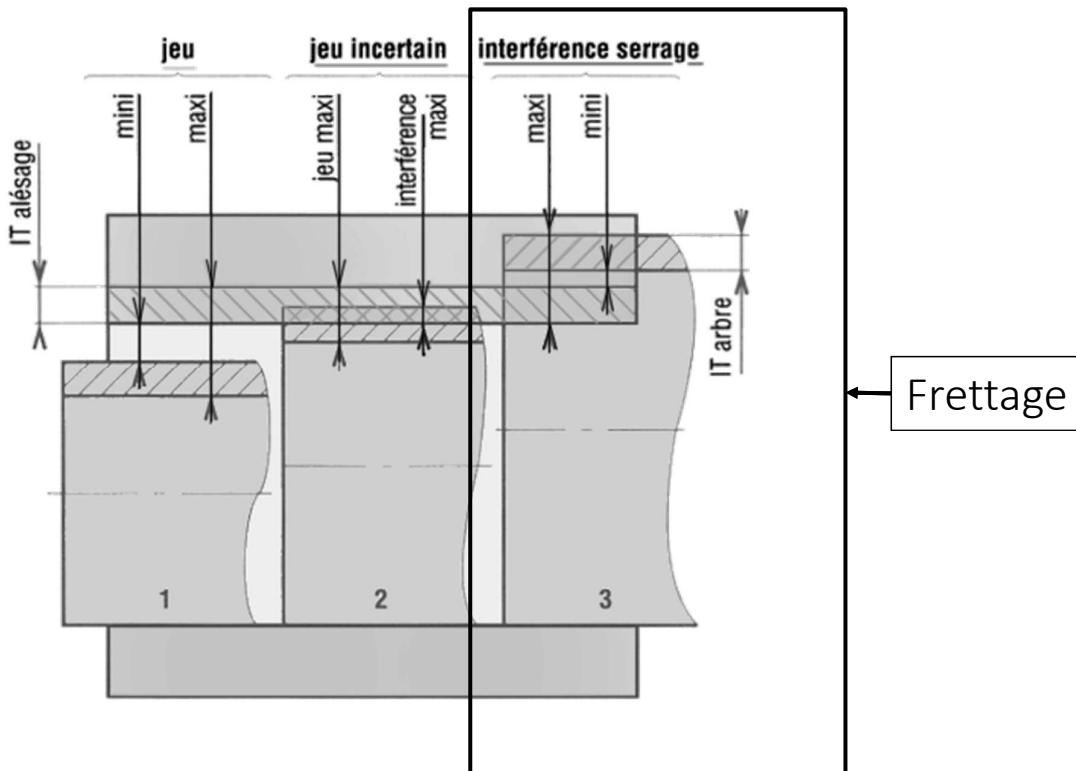
Principales qualités ou tolérances (IT) ISO (IT en micromètre : 1μm = 0.001 mm)													
dimensions nominales en mm													
au-delà de →	1	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400
à (inclus) →	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400	500
<b>IT5</b>	4	5	6	8	9	11	13	15	18	20	23	25	27
<b>IT6</b>	6	8	9	11	13	16	19	22	25	29	32	36	40
<b>IT7</b>	10	12	15	18	21	25	30	35	40	46	52	57	63
<b>IT8</b>	14	18	22	27	33	39	46	54	63	72	81	89	97
<b>IT9</b>	25	30	36	43	52	62	74	87	100	115	130	140	155
<b>IT10</b>	40	48	58	70	84	100	120	140	160	185	210	230	250
<b>IT11</b>	60	75	90	110	130	160	190	220	250	290	320	360	400
<b>IT12</b>	100	120	150	180	210	250	300	350	400	460	520	570	630
<b>IT13</b>	140	180	220	270	330	390	460	540	630	720	810	890	970



# Rappels sur les ajustements



# Rappels sur les ajustements



# Détermination de l'ajustement

- Choix de la qualité,
- Choix des dimensions d'usinage arbre et alésage moyen

→ Utilisation de grandeurs normalisées

$$d_M = d_{J_b}^{Ja}$$

$$d_A = d_{J_d}^{Jc}$$

- En général, **alésage normal** : le plus utilisé et le plus facile à mettre en œuvre

avec  $Ja = IT_{n+1}$

$Jc - Jd = IT_n$

$$d_M = d_0^{Ja}$$

$$d_A = d_{J_d}^{Jc}$$

$$\Delta T_{\max} = (d_A)_{\max} - (d_M)_{\min} \leq \Delta_{\maxi}$$

$$= d + Jc - d \leq \Delta_{\maxi}$$



$$Jc \leq \Delta_{\maxi}$$

$$\Delta T_{\min} = (d_A)_{\min} - (d_M)_{\max} \geq \Delta_{\min}$$

$$= d + Jd - (d + Ja) \geq \Delta_{\min}$$



$$Jd - Ja \geq \Delta_{\min}$$

# Détermination de l'ajustement: tableaux de tolérances

NORME FRANÇAISE ENREGISTRÉE		TOLÉRANCES DE PIÈCES LISSES (Système ISO) POUR DIMENSIONS JUSQU'À 500 mm Écartés des arbres de la qualité 7 pour usages généraux															NF E 02-108 Mai 1965			
Arbres		d7	e7	f7	g7	h7	J7	J <sub>s</sub> 7	k7	m7	n7	p7	r7	s7	t7	u7	v7	x7	y7	z7
18 (μ = 0,001 mm)	Jusqu'à 3	-20 -30	-14 -24	-6 -16	-2 -12	0 -10	+6 -4	+5 -5	+10 0	—	+14 +4	+16 +6	+20 +10	+24 +14	—	+28 +18	—	+30 +20	—	+36 +26
	au-delà de 3 jusqu'à 6	-30 -42	-22 -32	-10 -20	-4 -16	0 -12	+8 -4	+6 +1	+13 +4	+16 +4	+20 +8	+24 +12	+27 +15	+31 +19	—	+35 +23	—	+40 +28	—	+47 +35
	au-delà de 6 jusqu'à 10	-40 -55	-30 -40	-13 -23	-5 -20	0 -15	+10 -5	+7 +1	+16 +1	+21 +6	+25 +10	+30 +15	+34 +19	+38 +23	—	+43 +28	—	+49 +34	—	+57 +42
	au-delà de 10 jusqu'à 14	-50 -68	-38 -48	-16 -26	-6 -24	0 -18	+12 -6	+9 +1	+19 +1	+25 +7	+30 +12	+36 +18	+41 +23	+46 +29	—	+51 +33	—	+58 +40	—	+68 +50
	au-delà de 14 jusqu'à 18	-50 -68	-38 -48	-16 -26	-6 -24	0 -18	+12 -6	+9 +1	+19 +1	+25 +7	+30 +12	+36 +18	+41 +23	+46 +29	—	+51 +33	+57 +39	+63 +45	—	+78 +60
	au-delà de 18 jusqu'à 24	-65 -86	-50 -70	-24 -34	-12 -24	0 -18	+12 -6	+9 +1	+19 +1	+25 +7	+30 +12	+36 +18	+41 +23	+46 +29	—	+51 +33	+57 +39	+63 +45	—	+78 +60

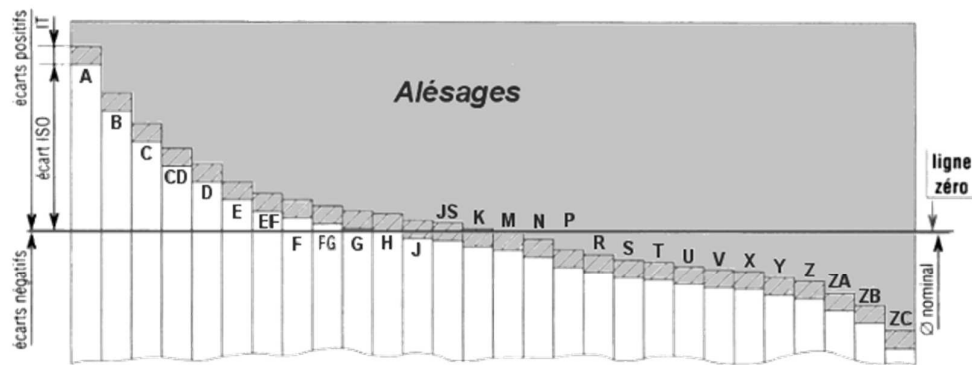
NORME FRANÇAISE ENREGISTRÉE		TOLÉRANCES DE PIÈCES LISSES (Système ISO) POUR DIMENSIONS JUSQU'À 500 mm Écartés des alésages de la qualité 7 pour usages généraux															NF E 02-114 Mai 1965			
Alésages		D7	E7	F7	G7	H7	J7	J <sub>s</sub> 7	K7	M7	N7	P7	R7	S7	T7	U7	V7	X7	Y7	Z
18 (μ = 0,001 mm)	Jusqu'à 3	+30 +29	+24 +14	+16 +6	+12 +2	+10 0	+4 -6	+5 -5	0 -10	-2 -12	-4 -14	-6 -16	-10 -20	-14 -24	—	-18 -28	—	-20 -30	—	—
	au-delà de 3 jusqu'à 6	+42 +30	+32 +20	+22 +10	+16 +4	+12 0	+6 -6	+6 -6	+3 -9	-12 -16	-4 -20	-8 -23	-11 -27	-15 -27	—	-19 -31	—	-24 -36	—	—
	au-delà de 6 jusqu'à 10	+55 +40	+40 +28	+28 +16	+20 +8	+15 0	+8 -7	+7 -7	+5 -10	-15 -19	-4 -19	-9 -24	-13 -28	-17 -32	—	-22 -37	—	-28 -43	—	—
	au-delà de 10 jusqu'à 14	+68 +58	+50 +32	+34 +16	+24 +6	+18 0	+10 -8	+9 -9	+6 -12	-18 -23	-5 -21	-11 -24	-16 -34	-21 -39	—	-26 -44	—	-33 -51	—	—
	au-delà de 14 jusqu'à 18	+68 +50	+50 +32	+34 +16	+24 +6	+18 0	+10 -8	+9 -9	+6 -12	-18 -23	-5 -21	-11 -24	-16 -34	-21 -39	—	-26 -44	-32 -50	-38 -58	—	—
	au-delà de 18 jusqu'à 24	+86 +65	+61 +40	+41 +20	+28 +7	+21 0	+12 -9	+10 -10	+8 -15	0 -21	-7 -28	-14 -35	-20 -41	-27 -48	—	-33 -54	-39 -60	-46 -67	-55 -76	—



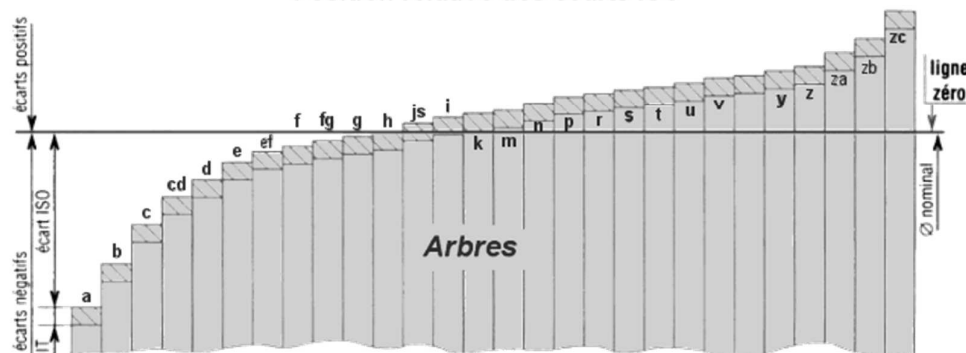
# Détermination de l'ajustement: tableaux de tolérances (Poly Conan)

Ø	ARBRES										ALESAGES													
	Ecart sup. (Es)				Ecart inf. (Ei)						Ecart inf (Ei)			Ecart supérieur (Es)										
	e	f	g	h	K <sup>0</sup>	m	n	p	r	s	F	G	H	K <sup>1</sup>	M	P <sup>2</sup>	Δ							
	Toutes qualités										<8		<8		>8		>7		6		7		8	
<3	-14	-6	-2	-0	+0	+2	+4	+6	+10	+14	+6	+2	+0	0	-2	-2	-6	0	0	0				
>3	20	-10	-4	-0	+0	+4	+8	+12	+15	+19	+10	+4	+0	-1	-4	-4	-12	3	4	6				
>6	-25	-13	-5	-0	+0	+6	+10	+15	+19	+23	+13	+5	+0	-1	-6	-6	-15	3	6	7				
>10	-32	-16	-6	-0	+0	+7	+12	+18	+23	+28	+16	+6	+0	-1	-7	-7	-18	3	7	9				
>18	-40	-20	-7	-0	+0	+8	+15	+22	+28	+35	+20	+7	+0	-2	-8	-8	-22	4	8	12				
>30	-50	-25	-9	-0	+0	+9	+17	+26	+34	+43	+25	+9	+0	-2	-9	-9	-26	5	9	14				
>50	-60	-30	-10	-0	+0	+11	+20	+32	+41	+53	+30	+10	+0	-2	-11	-11	-32	6	11	16				
>65									+43	+59														
>80	-72	-36	-12	-0	+0	+13	+23	+37	+51	+71	+36	+12	+0	-3	-13	-13	-37	7	13	19				
>100									+54	+79														
>120	-85	-43	-14	-0	+0	+15	+27	+43	+63	+92	+43	+14	+0	-3	-15	-15	-43	7	15	23				
>140									+65	+100														
>160	-100	-50	-15	-0	+0	+17	+31	+50	+68	+108	+50	+15	+0	-4	-17	-17	-50	9	17	26				
>180									+77	+122														
>200	-110	-56	-17	-0	+0	+20	+34	+56	+80	+130	+56	+17	+0	-4	-20	-20	-56	9	20	29				
>225									+84	+140														
>250	-125	-62	-18	-0	+0	+21	+37	+62	+94	+158	+62	+18	+0	-4	-21	-21	-62	11	21	32				
>280									+98	+170														
>315	-125	-62	-18	-0	+0	+21	+37	+62	+108	+190	+62	+18	+0	-4	-21	-21	-62	11	21	32				
>355 à 400									+114	+208														

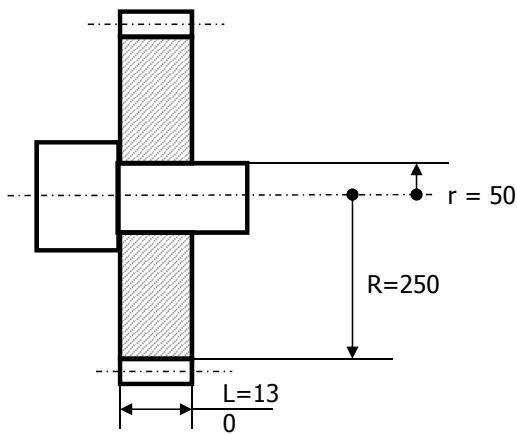
## Rappels sur les ajustements



Position relative des écarts ISO

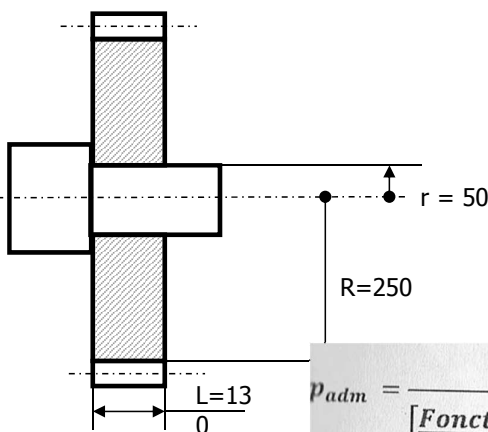


## Exemple : Frettage d'un pignon



- Couple transmis : 2450 N.m
- Matériaux C38 TR :  $Re=435$  Mpa  
 $E = 200$  GPa
- Coefficient de sécurité : 2
- $0.12 < f < 0.18$

## Exemple : Frettage d'un pignon



1- Pression Min

$$p_{C\_MIN} \geq \frac{C_{ext}}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot r^2 \cdot L}$$

$$p_C \geq \frac{C}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot r^2 \cdot l} = 10 \text{ Mpa} \quad \rightarrow P_{\min} = 10 \times 2 = 20 \text{ MPa}$$

Vérification pression admissible

$$p_{adm} = \frac{\text{limite élastique } Re}{\left[ \begin{array}{l} \text{Fonctionnement} \\ \text{mobile} = 3 \\ \text{statique} = 1,5 \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{l} \text{Charge} \\ \text{vibrations} = 2 \\ \text{chocs} = 4 \\ \text{continu} = 1 \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{l} \text{Contact} \\ \text{lubrifié} = 1,5 \\ \text{à sec} = 2 \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{l} \text{Répartition} \\ \text{uniforme} = 2 \\ \text{Sinusoïdale} = 3 \end{array} \right]}$$

Poly Conan

$$P_{adm} \approx 97 \text{ MPa}$$

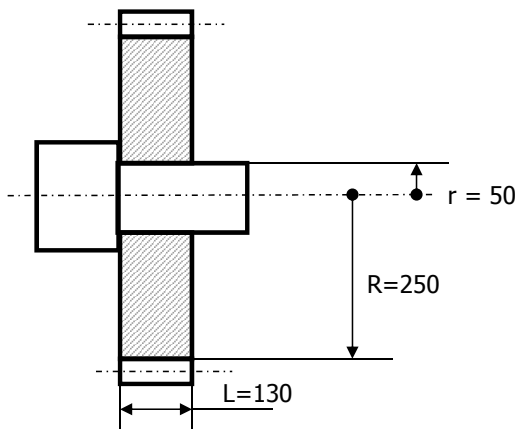
## Exemple : Frettage d'un pignon

### 2- Pression Max

Arbre plein

$$\sigma_{eq\_MAX} = p_{max} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha} \rightarrow P_{max} = 217 \text{ MPa}$$

$$p_{max} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha}$$



Moyeu

$$p_{max} \leq \frac{\sigma_E}{\alpha} \cdot \frac{R_M^2 - r_M^2}{r_M^2 \sqrt{1 + 3 \left( \frac{R_M^2}{r_M^2} \right)^2}}$$

$$P_{max} = 120 \text{ MPa}$$

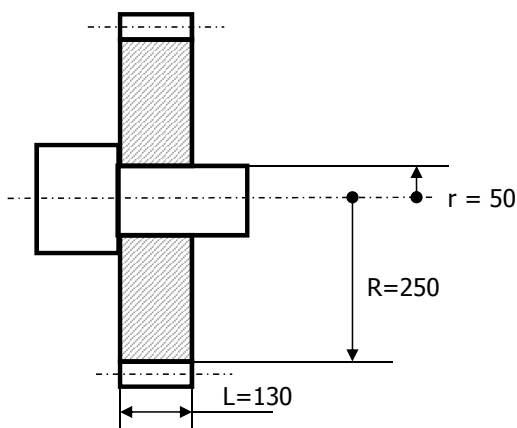
$$\rightarrow P_{max} = 120 \text{ MPa}$$

## Exemple : Frettage d'un pignon

### 3- Serrages limites

$$\Delta = \frac{4 \cdot r \cdot R^2}{E \cdot [R^2 - r^2]} P$$

Arbre plein, même matériau



$$\Delta_{min} = 21 \mu\text{m}$$

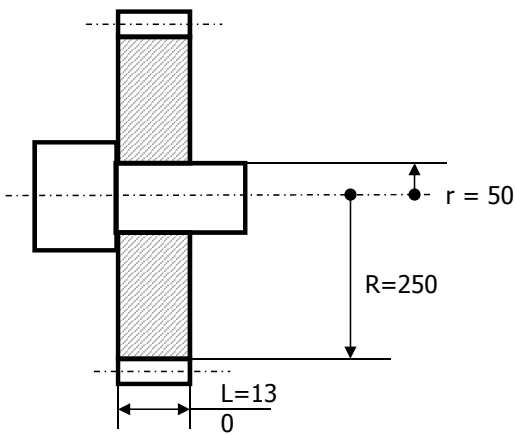
$$\Delta_{max} = 125 \mu\text{m}$$

## Exemple : Frettage d'un pignon

### 4- Choix qualités

$$IT_A + IT_M \leq \Delta_{\max} - \Delta_{\min}$$

$$IT_A + IT_M \leq 104 \mu\text{m}$$



$$\Delta_{\min} = 21 \mu\text{m}$$

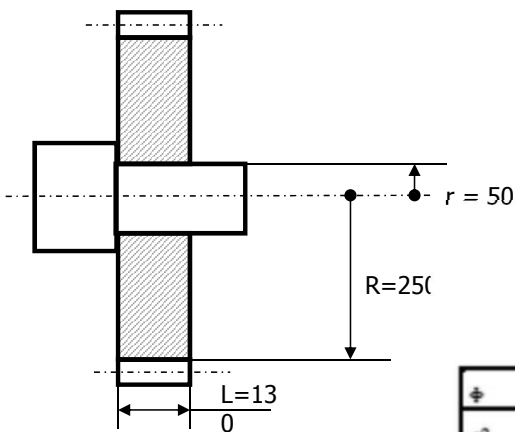
$$\Delta_{\max} = 125 \mu\text{m}$$

Principales qualités ou tolérances (IT) ISO (IT en micromètre : $1\mu\text{m} = 0.001\text{ mm}$ )													
dimensions nominales en mm													
au-delà de $\rightarrow$	1	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400
à (inclus) $\rightarrow$	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400	500
IT5	4	5	6	8	9	11	13	15	18	20	23	25	27
IT6	6	8	9	11	13	16	19	22	25	29	32	36	40
IT7	10	12	15	18	21	25	30	35	40	46	52	57	63
IT8	14	18	22	27	33	39	46	54	63	72	81	89	97
IT9	25	30	36	43	52	62	74	87	100	115	130	140	155
IT10	40	48	58	70	84	100	120	140	160	185	210	230	250
IT11	60	75	90	110	130	160	190	220	250	290	320	360	400
IT12	100	120	150	180	210	250	300	350	400	460	520	570	630
IT13	140	180	220	270	330	390	460	540	630	720	810	890	970

Choix : Arbre qualité 6 (IT =22) / Alésage qualité 7 (IT=35)

## Exemple : Frettage d'un pignon

### 5- Dimensions normalisées – Alésage normal



$$\Delta_{\min} = 21 \mu\text{m}$$

$$\Delta_{\max} = 125 \mu\text{m}$$

$$d_M = d_0^{Ja}$$

$$d_A = d_{Jd}^{Jc}$$

$$J_a = IT_M$$

$$J_c - J_d = IT_A$$

$$J_d - J_a \geq \Delta_{\min}$$

$$J_a = 35\mu\text{m}$$

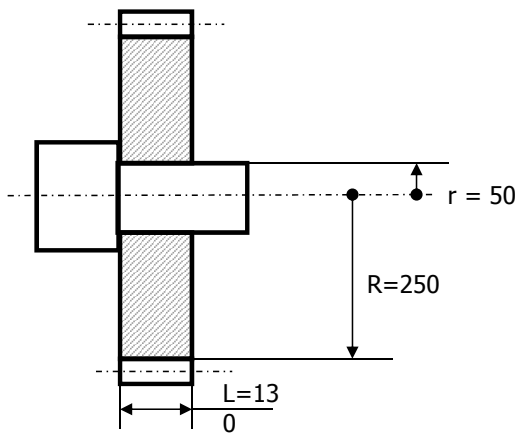
$$J_c = 22 + J_d$$

$$J_d \geq 21 + 35 = 56 \mu\text{m}$$

ARBRES											
$\Phi$	Ecart sup. (Es)				Ecart inf. (Ei)						
	e	f	g	h	k	m	n	p	r	s	
<3	-14	-6	-2	-0	+0	+2	+4	+6	+10	+14	
>3	20	-10	-4	-0	+0	+4	+8	+12	+15	+19	
>6	-25	-13	-5	-0	+0	+6	+10	+15	+19	+23	
>10	-32	-16	-6	-0	+0	+7	+12	+18	+23	+28	
>18	-40	-20	-7	-0	+0	+8	+15	+22	+28	+35	
>30	-50	-25	-9	-0	+0	+9	+17	+26	+34	+43	
>50	-60	-30	-10	-0	+0	+11	+20	+32	+41	+53	
>65	-60	-30	-10	-0	+0	+11	+20	+32	+43	+58	
>80	-72	-36	-12	-0	+0	+13	+23	+37	+51	+71	
>100	-72	-36	-12	-0	+0	+13	+23	+37	+54	+79	

H7s6

## Exemple : Frettage d'un pignon



### 6- Vérifications Pressions

$$d_M = d_0^{35}$$

$$d_A = d_{71}^{71+22=93}$$

$$\Delta_{\max\_eff} = (d + 93) - (d) = 93 \mu\text{m}$$

$$P_{\max\_eff} = 89 \text{ MPa}$$

## Exemple : choix de l'ajustement

AJUST	Alésage	AXE	$\Delta m$	
K7p6	+10 -25	+59 +37	27	84
K7n6	+10 -25	+45 +23	13	70
M7n6	0 -35	+45 +23	23	80
M7p6	0 -35	+59 +37	37	94

### Écart inférieur arbre

m	n	p	
13	23	37	

### Écart supérieur alésage

K	M	N	
- 3+ $\Delta$	- 13+ $\Delta$	- 23+ $\Delta$	Qualité 7 : $\Delta = 13$

### Tolérances fondamentales

Qualités 7: 35  $\mu$

Qualité 6: 22  $\mu$

## Serrage maximum : Ajustement M7 n6

$$p_{\max} = \Delta_{\text{MAX}} \frac{E \cdot [R^2 - r^2]}{4 \cdot r \cdot R^2} = 80 \cdot 10^{-3} \cdot 210000 \frac{250^2 - 50^2}{4 \cdot 50 \cdot 250^2}$$

**Soit  $\approx 81 \text{ Mpa}$**

Vérification 2:

$$81 \text{ MPa} \leq \frac{435}{1,25} = 348 \text{ MPa}$$

Vérification 3: idem vérification 2: matériaux identiques

vérification 4 :  $87 \text{ Mpa} < 348 \text{ Mpa}$

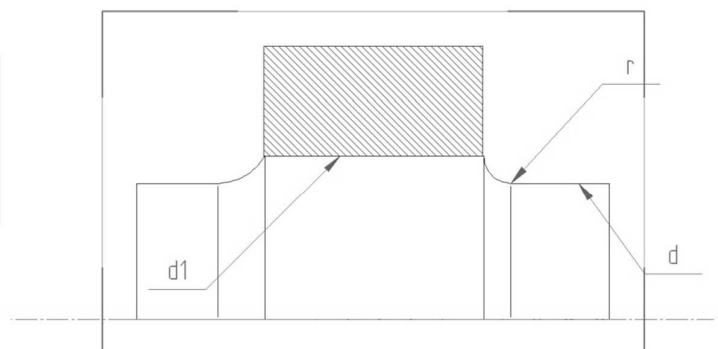
## Conception : détails constructifs

Les concentrations de contraintes apparaissent à la limite des zones frettées

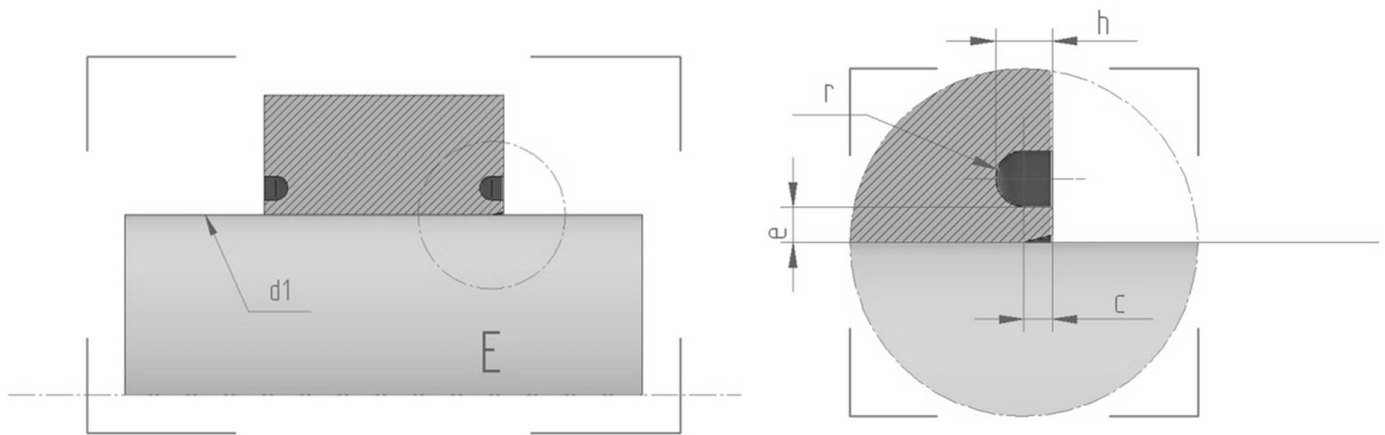
→ On cherche donc à établir une variation progressive de ces contraintes par une modification du profil de l'arbre ou du moyeu

Augmentation du diamètre de l'arbre  
( 10%, 1% mini)

r: congé le plus grand possible



## Conception : détails constructifs



Gorges de « limitation » de contraintes sur le moyeu

$$d_1 \cdot 0,01 < r < 0,06 \cdot d_1$$

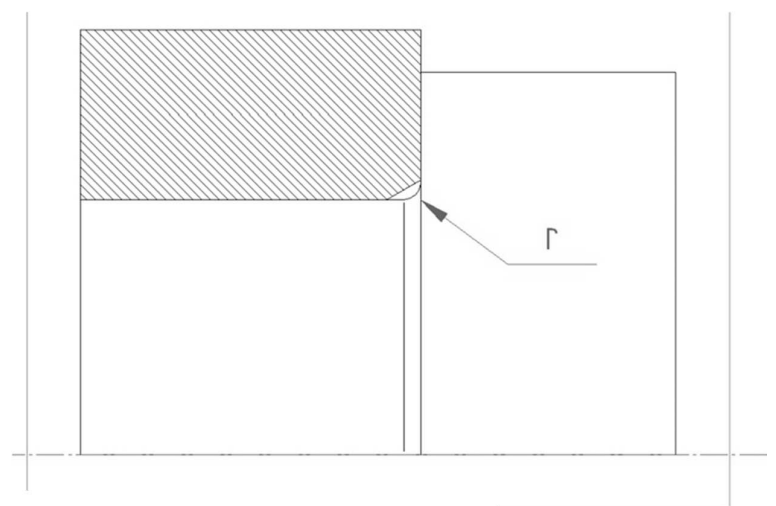
$$C = 0,01 \cdot d_1 \text{ avec } 1,5 \text{ mini}$$

$$d_1 \cdot 0,03 < e < 0,05 \cdot d_1$$

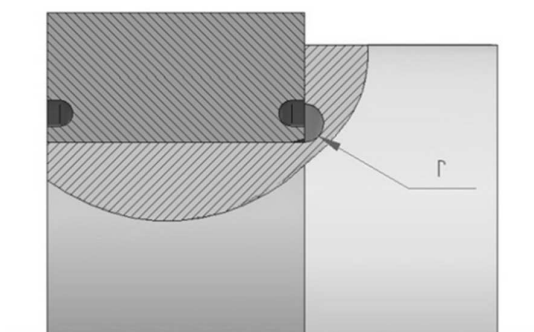
## Détail constructif : arbre épaulé

Congé sur arbre

$$r = d_1 / 100 \text{ avec } 1,5 \text{ mini}$$



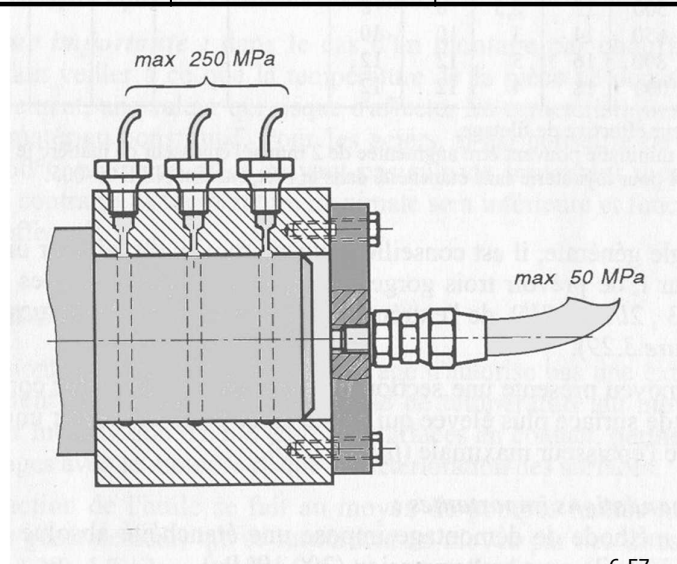
Gorge frontale



## Montage / Démontage

### Norme NF E 05 -015

	Arbre < 180 et alésage < 100	Arbre >180 et alésage > 100
Tolérance	qualité 6	Qualité 7
Rugosité	Ra 0.8 $\mu$	Ra 1.6 $\mu$
Cylindricité	IT / 4	IT / 4



Montage à la presse :

Tenir compte du lissage :

Majorer le serrage de 3. Ra

Chauffe moyeu et refroidissement arbre

$\Theta^\circ$  maxi

Risque de coincement pendant le montage .

Extraction sous pression hydraulique

membre de  
UNIVERSITÉ DE LYON

**INSA** | INSTITUT NATIONAL  
DES SCIENCES  
APPLIQUÉES  
LYON

## Liaisons par rivets ou par points de soudure

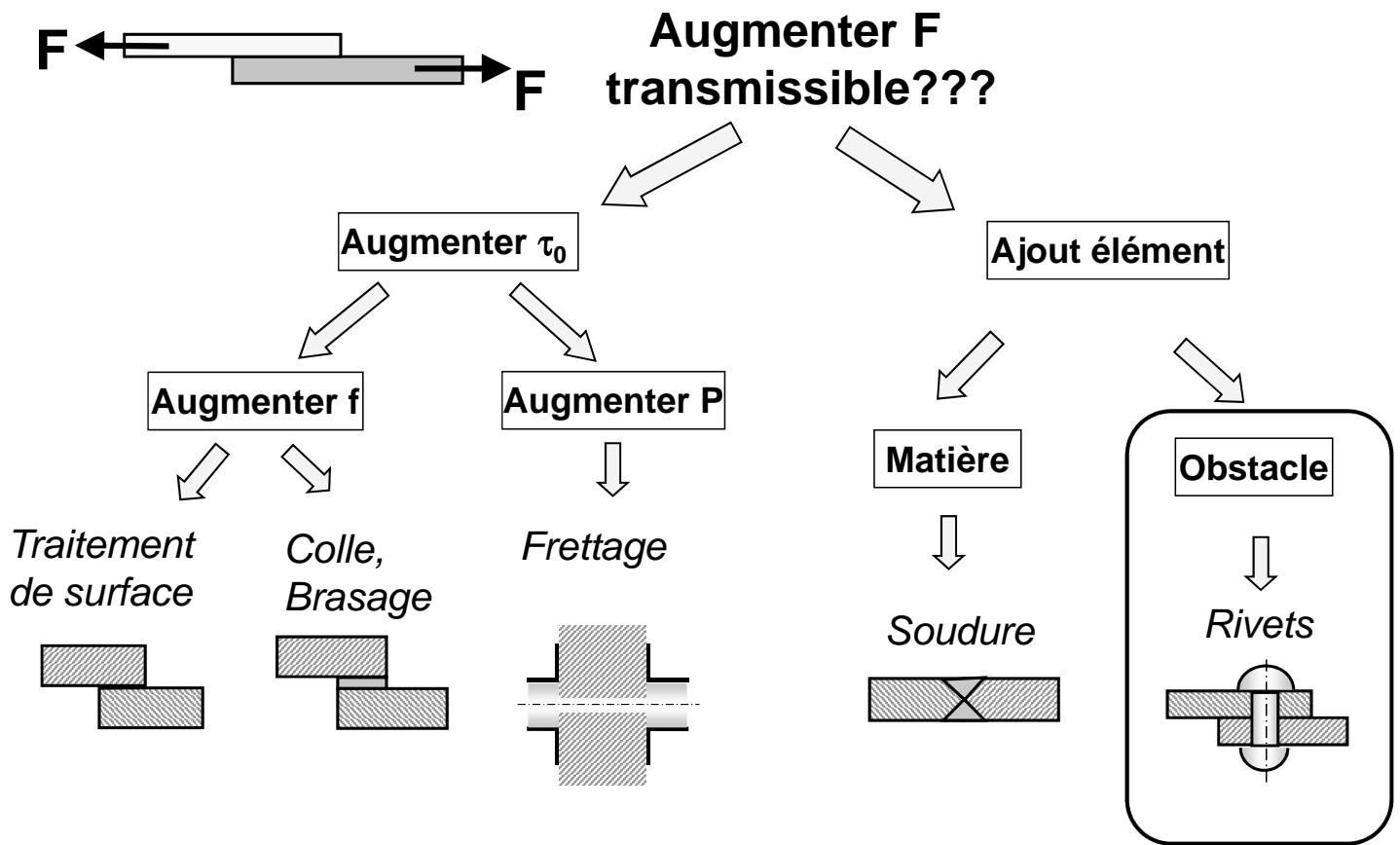
Équipe CDIM

**GM**  
GÉNIE MÉCANIQUE  
INSA Lyon - Université de Lyon

membre de  
UNIVERSITÉ DE LYON



# LIAISONS PERMANENTES



6-60

# LE RIVETAGE

La tour Eiffel : 2 500 000 rivets :



6-61

# Généralités

- Les rivets sont utilisés par toutes les industries, pour l'assemblage des petits et grands composants



- Les différents rivets

Pleins



INSA APPLIQUÉES LYON

Creux



www.v-ryan.com

Aveugles ou Pop

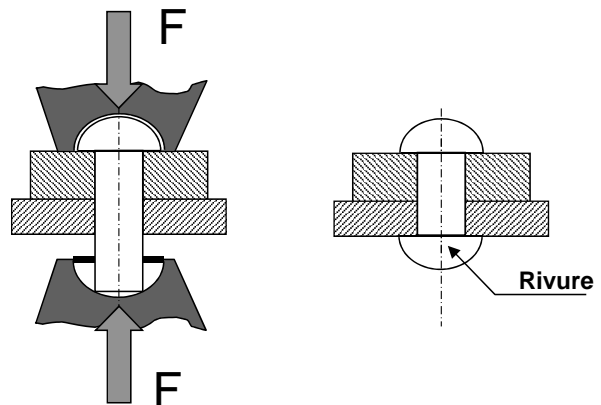
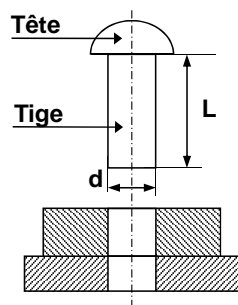


6-62

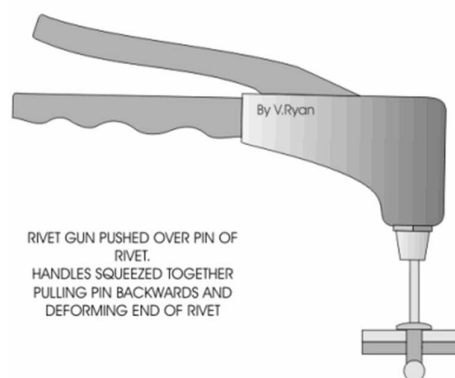
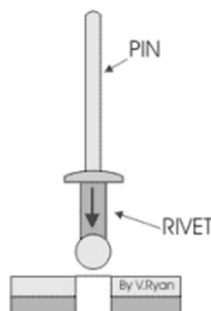
membre de UNIVERSITÉ DE LYON

# Pose des rivets

- Rivets pleins ou creux



- Rivets « pops »



# Avantages / Inconvénients

## ➤ Avantages :

- ✓ La sécurité de fixation,
- ✓ Le faible coût,
- ✓ Les cadences de production élevées,
- ✓ La possibilité d'assembler des pièces de matières et d'épaisseurs différentes,
- ✓ La résistance aux phénomènes de fatigue (contrairement au soudage).

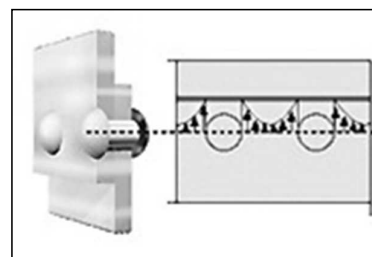
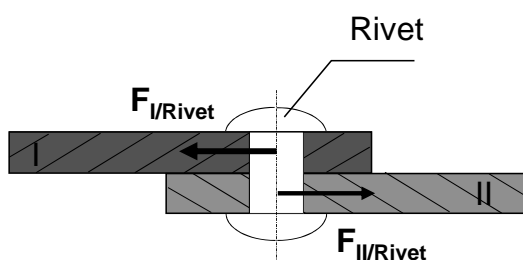
## ➤ Inconvénients :

- ✓ Les têtes et/ou les rivures qui sont protubérantes,
- ✓ La non "démontabilité" du montage

# Fonctionnement

## ➤ Principe de fonctionnement :

- Action locale de serrage produit par la rétractation de la tige,
- La zone d'action dépend de la flexibilité des pièces
- Transmission des efforts par les zones de serrage
- Serrage directement proportionnel au diamètre du rivet
- Sans pré-serrage le rivet travaille en cisaillement



## MODELISATION : Transmetteurs discrets (rivets – points de soudures)

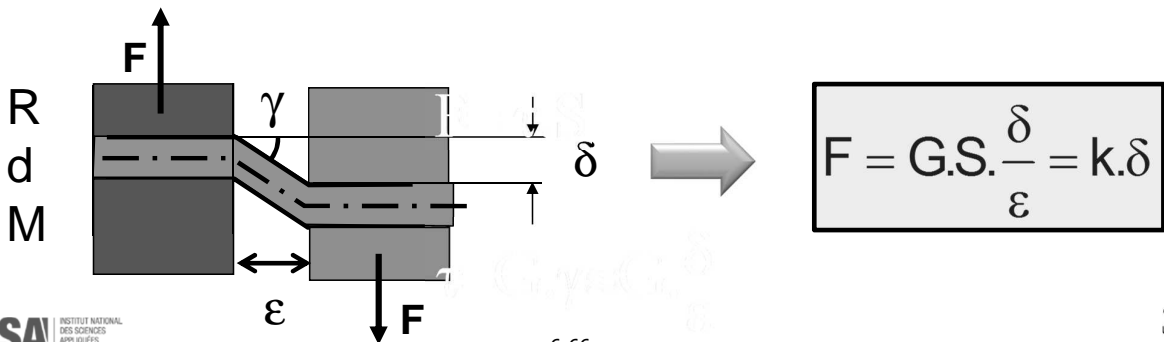


Modèle simple permettant des calculs « à la main »

→ Base pour élaborer des modèles plus complexes

### ➤ Hypothèses :

- ✓ Pièces assemblées rigides,
- ✓ Frottement entre les pièces négligé,
- ✓ **Les surfaces de soudure ou les sections des rivets sont déformables,**
- ✓ **Les rivets ou les points de soudure travaillent en cisaillement,**
- ✓ **Les efforts transmis par le transmetteur sont de la forme  $F=k.\delta$**
- ✓ La rigidité en cisaillement  $k$  du rivet ou du point de soudure est proportionnelle à la section  $S$  de cet élément.



## MODELISATION : Transmetteurs discrets

### ➤ Principe Écrire l'équilibre statique d'une des pièces soumise :

- ✓ aux efforts extérieurs
- ✓ aux efforts des transmetteurs

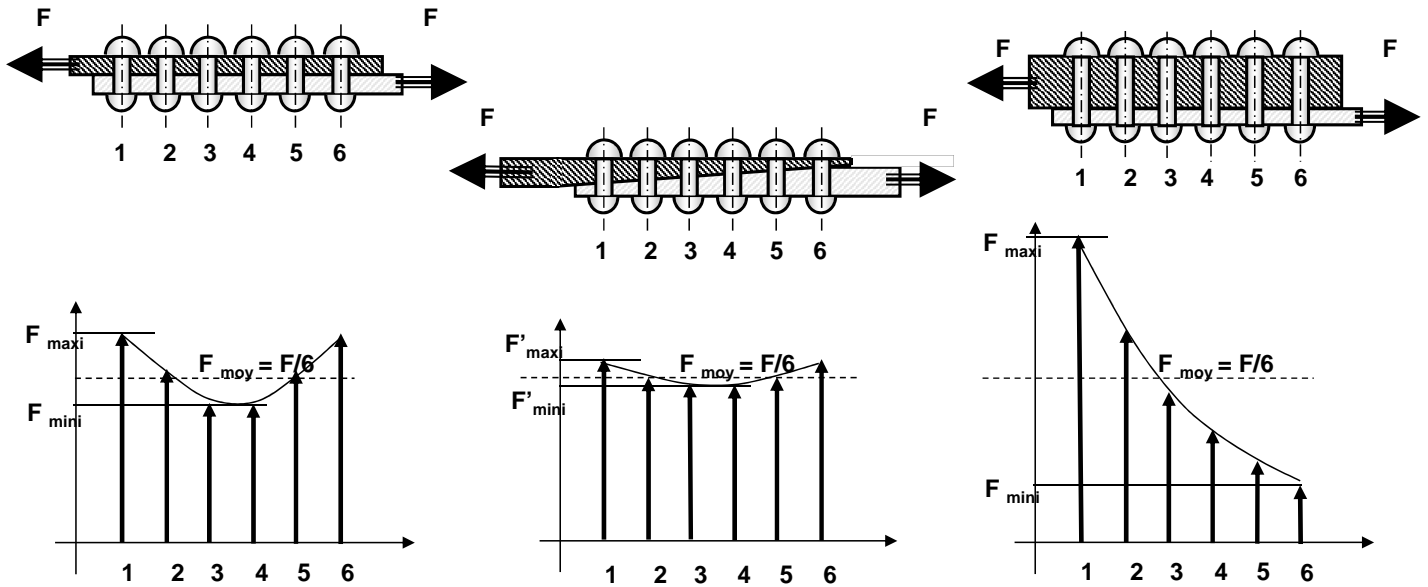
### ➤ Méthode

- ✓ Déterminer le barycentre  $\mathbf{G}$  des sections  $n$  déformables des transmetteurs (*sections des rivets, ou points de soudures*)  
→ problème hyperstatique
- ✓ Calculer le torseur des efforts extérieurs en  $\mathbf{G}$   $\{\overrightarrow{F}_{ext}, \overrightarrow{M}_{ext}(\mathbf{G})\}$
- ✓ Calculer la force de cisaillement de chaque transmetteurs (i) en réaction à :
  - ✓  $\overrightarrow{F}_{ext} \rightarrow \overrightarrow{T}_i^F$
  - ✓  $\overrightarrow{M}_{ext}(\mathbf{G}) \rightarrow \overrightarrow{T}_i^M$
- ✓ Déterminer les efforts appliqués à chaque transmetteur en superposant les contributions :  $\overrightarrow{T}_i = \overrightarrow{T}_i^R + \overrightarrow{T}_i^M$
- ✓ Appliquer un critère de résistance sur le transmetteur le plus sollicité

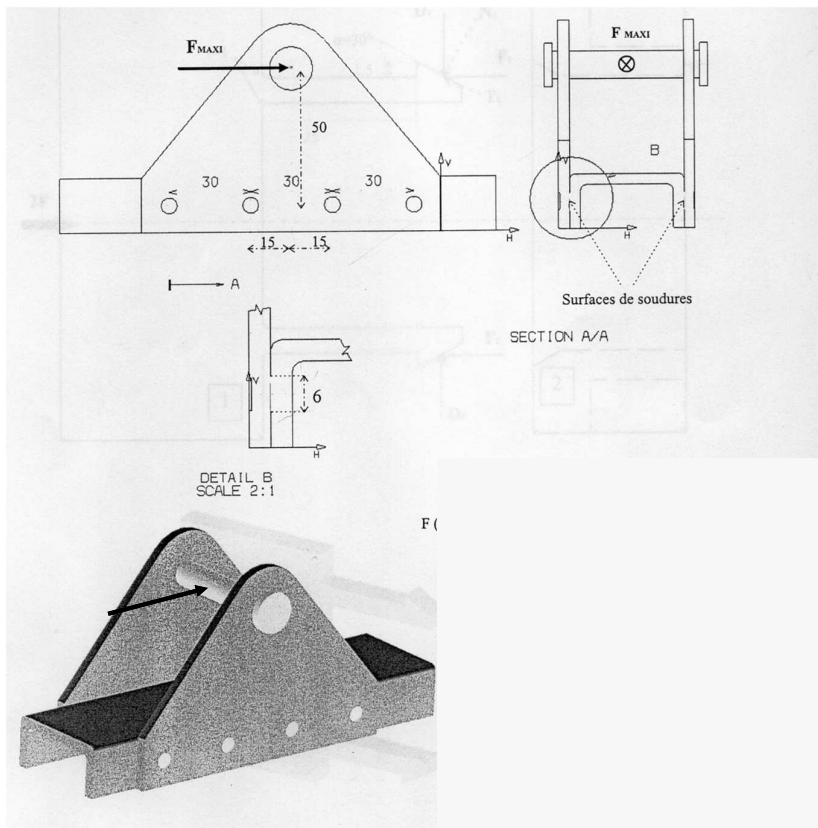
$$\checkmark \tau_{MAX} = MAX \|\overrightarrow{T}_i\| / S \rightarrow \tau_{MAX} \leq \frac{\tau_E}{\alpha}$$

# Une des limites de l'approche

→ Les pièces sont déformables ce qui va influencer la distribution des efforts



## Exemple : Attache ceinture de sécurité



Déterminer le diamètre minimum des rivets (points de soudure) pour un effort  $F_{max} = 24\text{KN}$

On considère des rivets pleins ( $\sigma_E = 252\text{ MPa} - \alpha = 1.5$ )

# 7. Soudure

## Assemblages permanents

Équipe CDIM

7-1

membre de  
UNIVERSITÉ DE LYON

### Aspects normatifs

La vérification des soudures est fortement organisée par divers règlements qui dépendent du type de construction concerné dont :

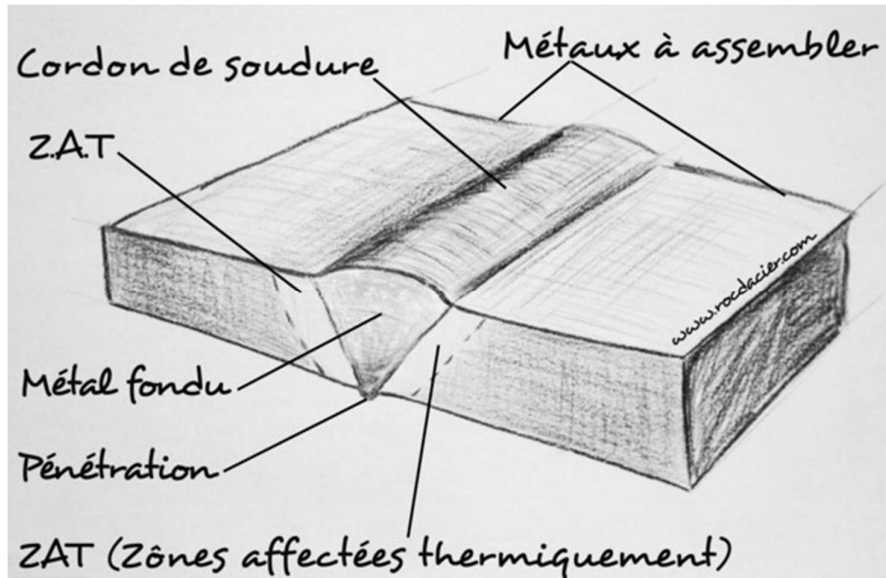
- **Eurocode 3 (EC3)** : construction métallique
- F.E.M (fédération européenne de la manutention) : engins de levage et de manutention, grues.
- RCCMR : ingénierie nucléaire.
- CODAP : appareils à pression, réservoirs sous pression.



Ces règlements précisent les critères de ruine et modes de validation à suivre, mais parfois aussi les méthodes d'exécution des cordons de soudure et les modes de leur contrôle.

## Cordons de soudure

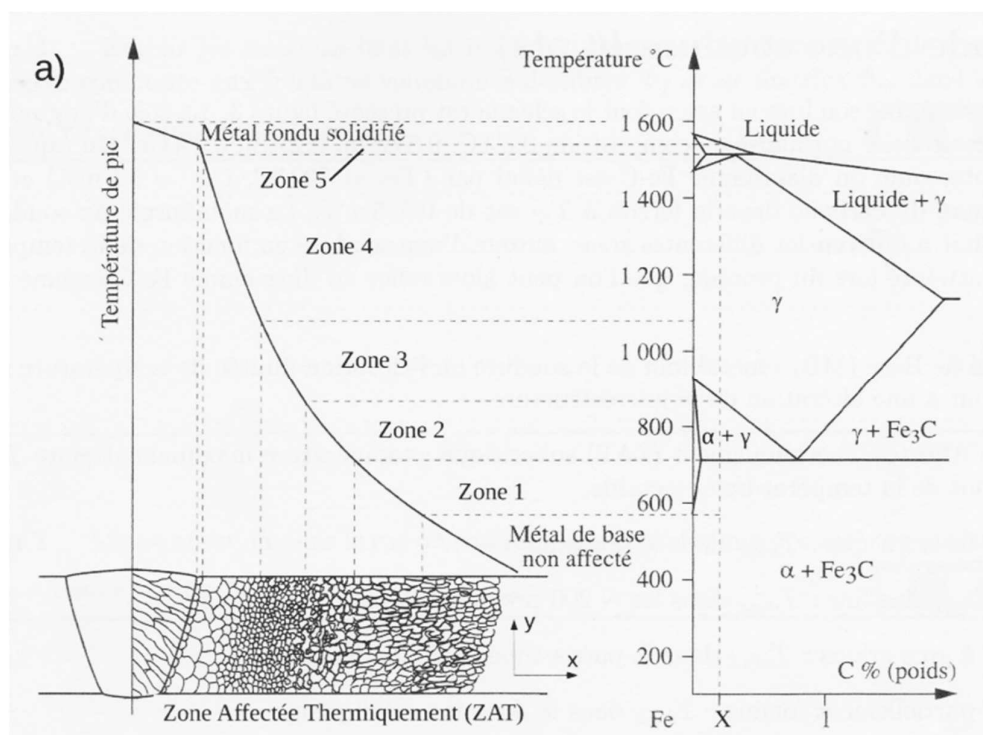
Le métal d'apport doit avoir des caractéristiques mécaniques de résistance au moins égales à celles du métal de base constituant la pièce soudée.



<http://www.rocdacier.com/>

## Cordons de soudure

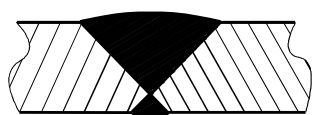
Les données métallurgiques déterminent le comportement mécanique de la soudure



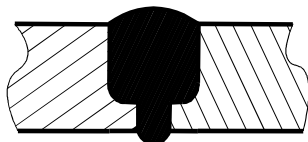
## Cordons de soudure

Le métal d'apport doit avoir des caractéristiques mécaniques de résistance au moins égales à celles du métal de base constituant la pièce soudée.

« bout à bout » ou « bord à bord » :  
Avec préparation des pièces, en V, en U, ou en X.  
Sans préparation des pièces, en I.



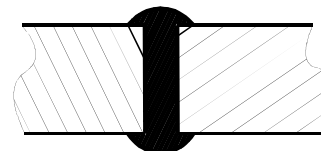
En V



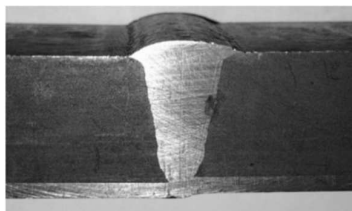
En U



En X

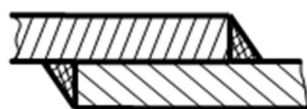
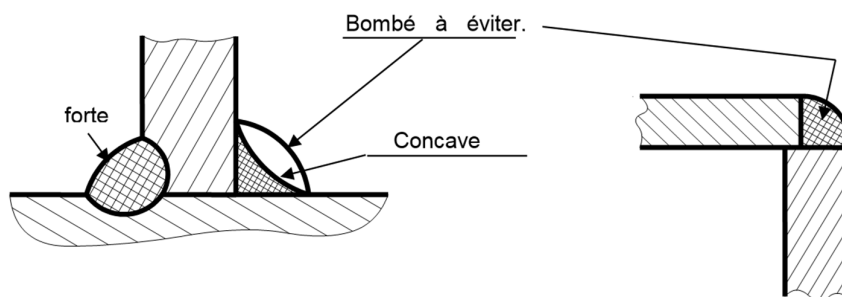


En I



## Cordons de soudure

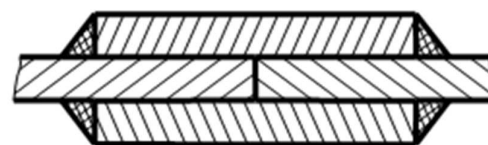
Soudures d'angle :  
Les soudures d'angle permettent également de réaliser des assemblages à recouvrement et à couvre joint simple ou double



Recouvrement



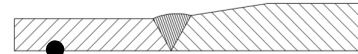
Couvre joint simple



Couvre joint double



## Règles de conception liées au soudage



### Choix des composants à assembler

- Profilsés, tubes...
- Tôles laminées, découpées, pliées
- Éléments emboutis, cintrés
- Éléments usinés ou moulés
- ..

### Positionnement des éléments

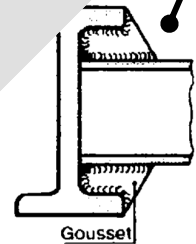
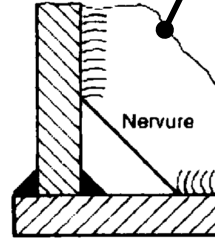
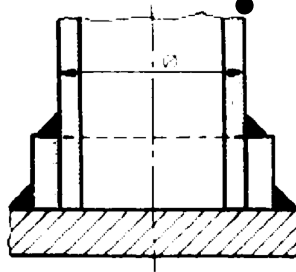
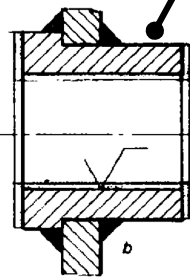
- Prévoir la mise en position des éléments
- Sinon, nécessité d'un montage dédié

### Position de la soudure

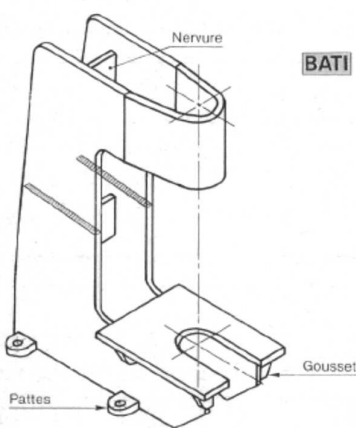
- Épaisseur similaire des éléments
- Zones moins sollicitées (fibre neutre)
- Éviter l'usinage du cordon
- Limiter les déformations dues au retrait
- Accessibilité du cordon

### Résistance de la pièce

- Utiliser des nervures et goussets
- Placer des tubes entretoises
- Limiter les parties usinées

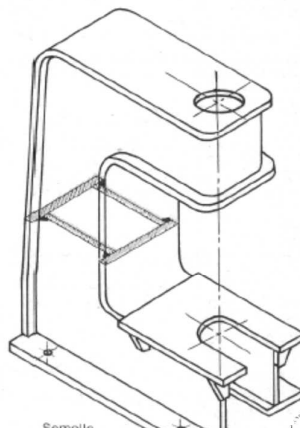


## Règles de conception liées au soudage

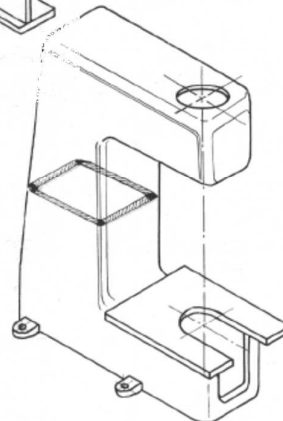


Forme en panneaux nervurés

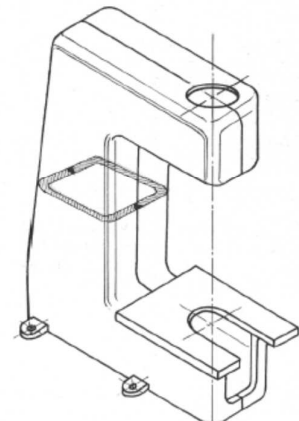
BATI



Forme en caisson saillant

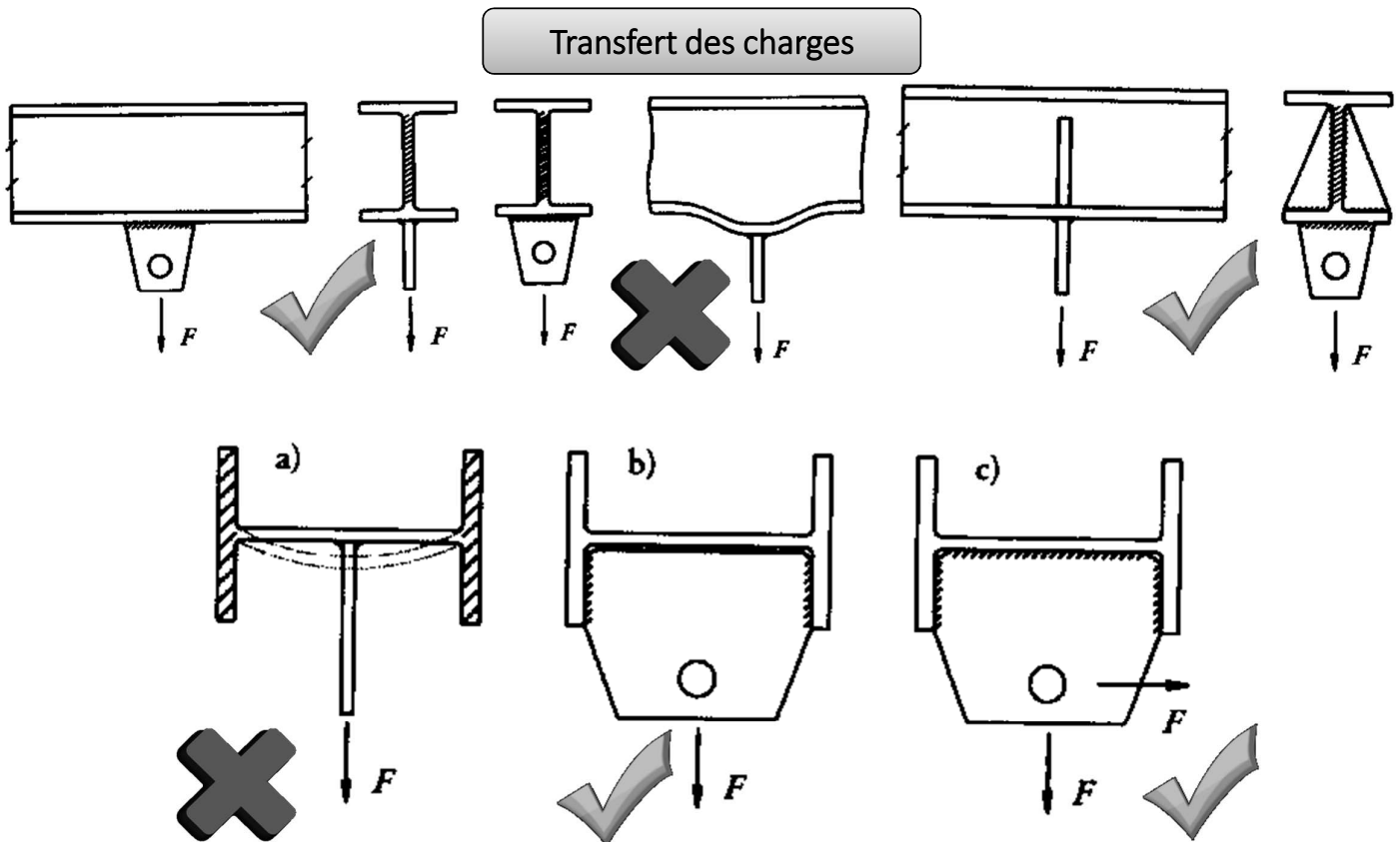


Forme en caisson



Forme en coquilles embouties

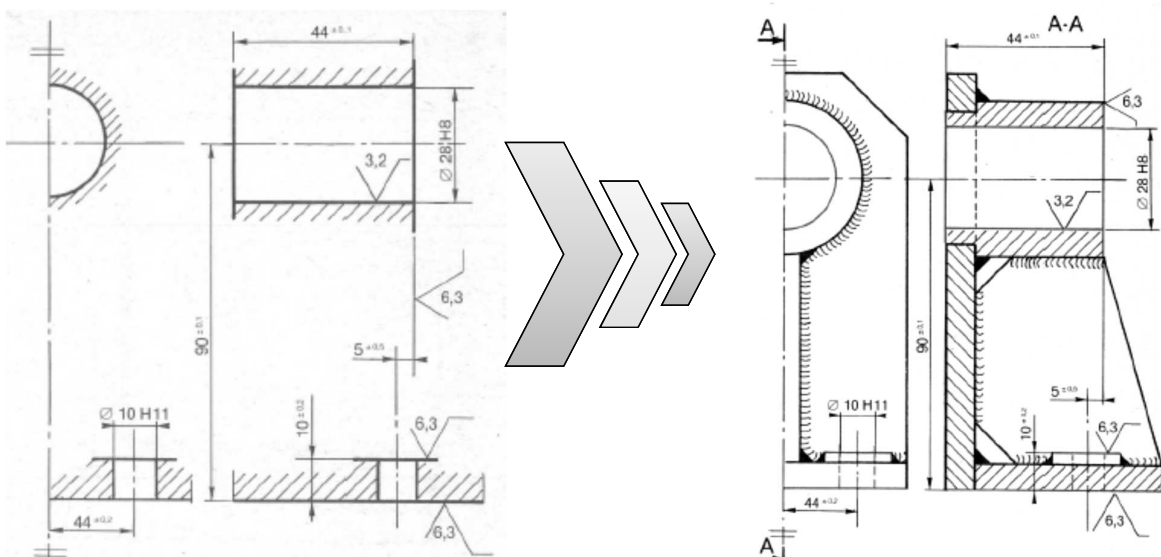
## Règles de conception liées au soudage



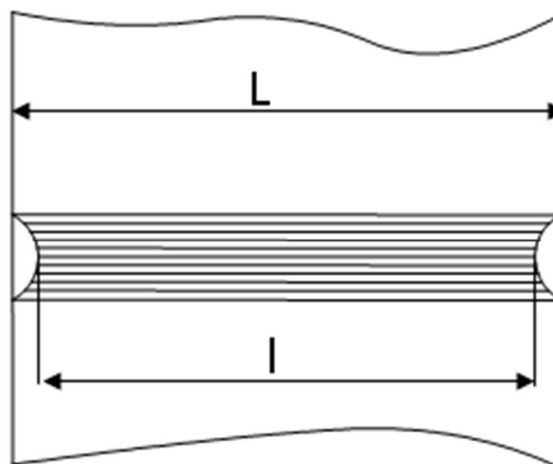
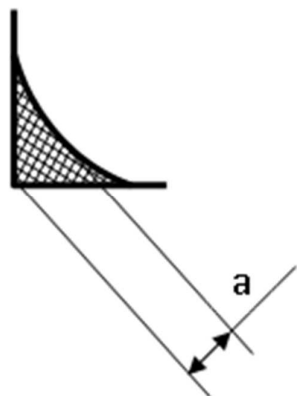
## Exemple de tracé d'une pièce mécano-soudée

On suivra la démarche générale suivante :

- Tracé des surfaces fonctionnelles spécifiées
- Tracé des surfaces "capables" qui après usinage donneront les surfaces fonctionnelles
- Tracé des volumes "capables" qui porteront les surfaces capables (tôles, profilés, nervures, goussets, caissons, entretoises...)
- Mises en positions des éléments, position des cordons, spécifications fonctionnelles supplémentaires et des spécificités de fabrication.



## Dimensions caractéristiques



On appelle "gorge" du cordon la dimension  $a$ , hauteur du triangle inscrit dans la section du cordon.  
La longueur utile du cordon est  $l = L - 2a$

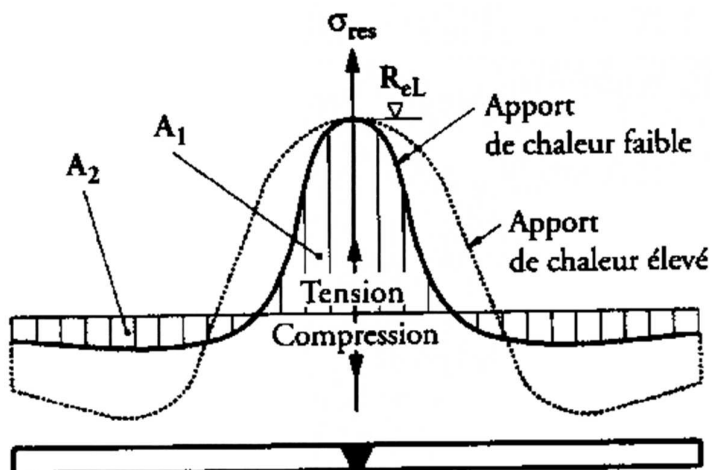
## Calculs de résistance d'un cordon de soudure bout à bout

Pour une soudure bout à bout, aucun calcul de vérification n'est exigé si :

- L'épaisseur du cordon est au moins égale à l'épaisseur de la pièce la plus faible
- Le métal d'apport a des caractéristiques au moins égales au matériau de base.

On peut compter cependant :

- Un facteur d'affaiblissement  $\lambda = 0,7$  à  $0,9$
- Un coefficient de concentration de contraintes au niveau du cordon  $K_t = 1,3$  à  $1,6$



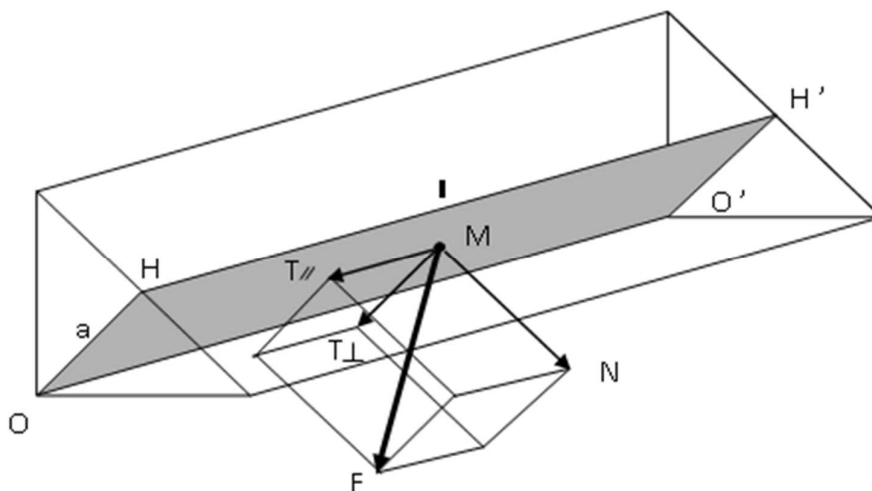
Contraintes résiduelles longitudinales dans une soudure bout à bout

# Représentation d'un cordon de soudure

Type de la soudure (bout à bout)	Représentation simplifiée	Symbole
en demi V		$\nabla$
en Y		$\Upsilon$
en demi Y		$\Upsilon$
en U (ou en tulipe)		$\Upsilon$
en demi U (ou en J)		$\Upsilon$
en V à flancs droits		$\nabla$
en demi V à flancs droits		$\nabla$
reprise à l'envers		$\cup$
d'angle		$\triangle$

# Calculs de résistance d'un cordon de soudure d'angle

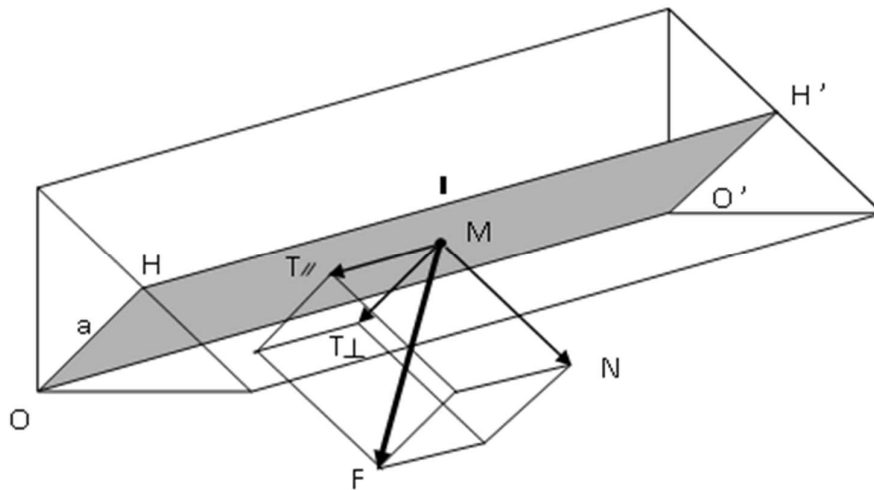
Modèle pour le dimensionnement d'un cordon d'angle



On considère que l'effort  $F$  exercé par les pièces assemblées est réduit au centre du cordon modélisé par un prisme de section triangulaire. La sollicitation est alors maximale dans le plan  $OHH'O'$  et on fait un hypothèse de répartition uniforme de contrainte dans la surface  $I * a$

## Calculs de résistance d'un cordon de soudure

Modèle pour le dimensionnement d'un cordon d'angle



L'équilibre statique donne :  $\vec{F} = \vec{N} + \vec{T}_{//} + \vec{T}_{\perp}$

$$\sigma = \frac{N}{l.a} ; \quad \tau_{//} = \frac{T_{//}}{l.a} ; \quad \tau_{\perp} = \frac{T_{\perp}}{l.a}$$

## Relation dimensionnement de base de l'EUROCODE

$$\sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{//}^2 + \tau_{\perp}^2)} \leq \frac{\sigma_R}{\beta_w \cdot \gamma_w} \quad \text{et} \quad \sigma_{\perp} \leq \frac{\sigma_R}{\gamma_w}$$

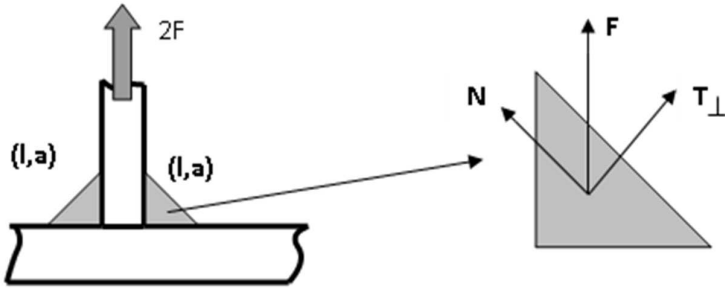
$\sigma_r$  : limite à rupture du métal de base

$\beta_w$  et  $\gamma_w$  : coefficient de réduction liés au matériaux

Nuance métal de base	S 235	S275	S335	S420	S460
$\beta_w$	0.8	0.85	0.9	1	1
$\gamma_w$	1.25	1.3	1.35	1.25	1.25

## Applications types

### Cordon frontal



$$T_{//} = 0$$

$$N = \frac{F}{\sqrt{2}}$$

$$T_{\perp} = \frac{F}{\sqrt{2}}$$

$$\sigma_{\perp} = \tau = \frac{F}{\sqrt{2}l.a}$$

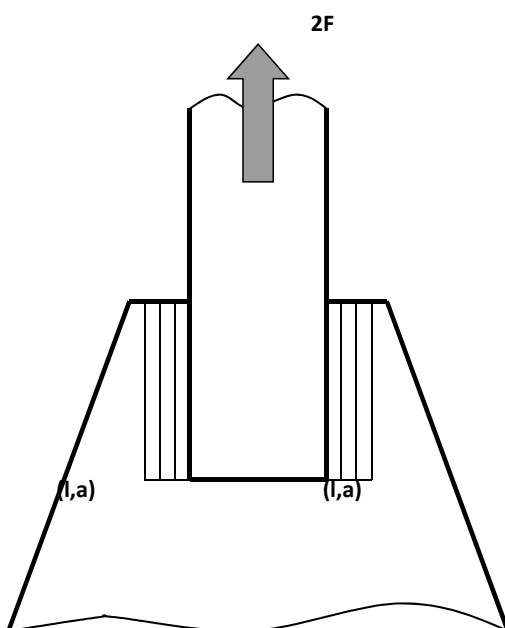
$$\tau_{//} = 0$$

$$\frac{F^2}{2.l^2.a^2} + 3 \cdot \frac{F^2}{2.l^2.a^2} \leq \left[ \frac{\sigma_r}{\beta_w \gamma_w} \right]^2$$

$$2 \cdot \frac{F^2}{l^2.a^2} \leq \left[ \frac{\sigma_r}{\beta_w \gamma_w} \right]^2$$

## Applications types

### Cordon latéral



$$T_{//} = F$$

$$N = 0$$

$$T_{\perp} = 0$$

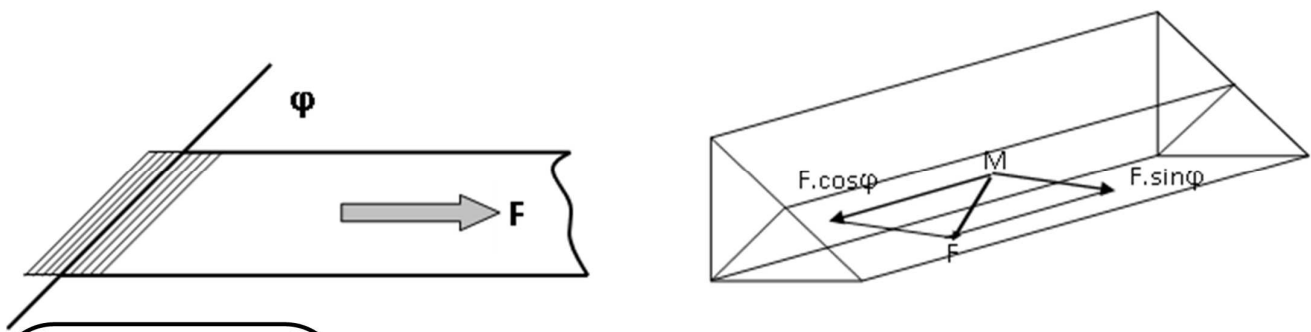
$$\sigma = \tau_{\perp} = 0$$

$$\tau_{//} = \frac{F}{l.a}$$

$$3 \frac{F^2}{l^2.a^2} \leq \left[ \frac{\sigma_r}{\beta_w \gamma_w} \right]^2$$

## Applications types

### Cordon oblique



$$N = \frac{F}{\sqrt{2}} \cdot \sin \varphi$$

$$T_{//} = F \cdot \cos \varphi$$

$$T_{\perp} = \frac{F}{\sqrt{2}} \cdot \sin \varphi$$

$$\sigma = \frac{F \cdot \sin \varphi}{\sqrt{2} \cdot l \cdot a}$$

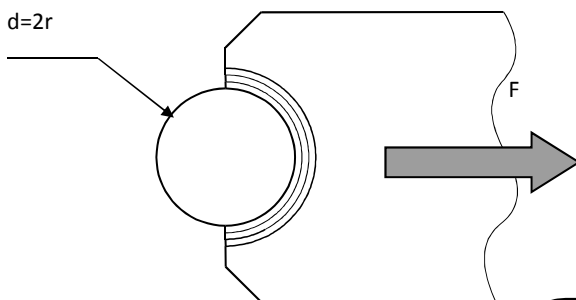
$$\tau_{//} = \frac{F \cdot \cos \varphi}{l \cdot a}$$

$$\tau_{\perp} = \frac{F \cdot \sin \varphi}{\sqrt{2} \cdot l \cdot a}$$

$$\frac{F^2}{l^2 \cdot a^2} \cdot [2 \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi] \leq \left[ \frac{\sigma_r}{\beta_w \gamma_w} \right]^2$$

## Applications types

### Cordon semi-circulaire

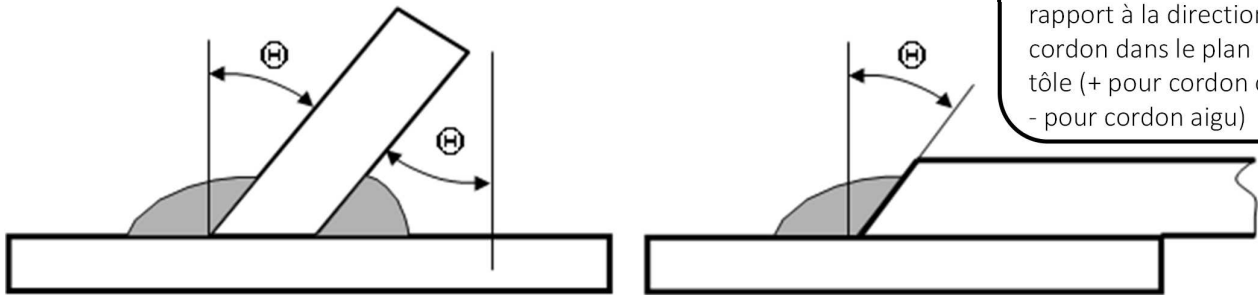


$$\sigma_{eq} = \frac{F}{\pi r a} \sqrt{1 + 2 \cos^2 \alpha}$$

avec  $\alpha = 45^\circ$  pour un cordon d'angle  $\pi/2$

## Applications types

Faces non perpendiculaire



$\Theta$  : angle compris entre 0 et 45° entre les deux faces.

$\alpha$  : angle effort par rapport à la direction du cordon dans le plan de la tôle (+ pour cordon obtus, - pour cordon aigu)

$$\sigma_w = \beta_w \frac{N}{l \cdot a} \sqrt{\sin^2 \alpha \left( 1 + 2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} + / - \frac{\theta}{2} \right) \right) + 3 \cos^2 \alpha}$$

## Dimensionnement en fatigue d'un cordon de soudure

Une vérification en fatigue n'est pas nécessaire si  $\gamma_M \cdot \sigma_{eq} \leq 36$  MPa pour les aciers ou 12 Mpa pour l'aluminium,  $\gamma_M$  étant le coefficient de sécurité à la fatigue du règlement de conception applicable.



## 8 Exercices et Etudes de cas

### Table des exercices

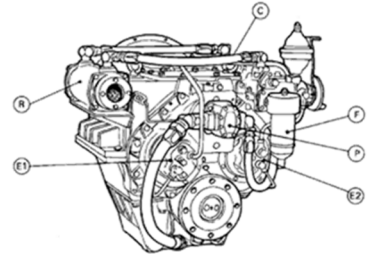
8	Exercices et Etudes de cas .....	8-1
8.1	Roulements à contacts obliques .....	8-2
8.1.1	Arbre d'entrée d'un réducteur Marin .....	8-2
8.1.2	Roue de guidage de Métro .....	8-6
8.2	Fatigue : .....	8-12
8.2.1	Barre cylindrique – Dimensionnement - Critères .....	8-12
8.2.2	Fatigue : Arbre de transmission .....	8-13
8.2.3	Endommagement cumulatif - Théorie de Miner .....	8-15
8.3	Emmanchement / frettage .....	8-16
8.3.1	Frettage transmission de couple .....	8-16
8.3.2	Couple transmissible par unité de longueur .....	8-17
8.4	Calcul de frettage pour un pignon épaulé .....	8-17
8.5	Assemblages par Rivets .....	8-18
8.5.1	Exemple 1 .....	8-18
8.5.2	Exemple 2 : .....	8-19
8.6	Dimensionnement des ressorts hélicoïdaux .....	8-20
8.6.1	Exercice préliminaire : Ressort de soupape .....	8-20
8.6.3	Dimensionnement du ressort d'une fixation de ski .....	8-21
8.6.4	Dimensionnement d'un ressort de régulation (cas donné dans le cours) .....	8-22
8.7	Dimensionnement des rondelles Belleville .....	8-23
8.8	Cordons de soudure dimensionnement selon l'EUROCODE .....	8-26
8.8.1	Exercice 1 .....	8-26
8.8.2	Exercice 2 .....	8-26
8.8.3	Exercice 3 .....	8-27
8.9	Serrage par boulons .....	8-28
8.9.1	Dimensionnement selon le mode de sollicitation .....	8-28
8.9.2	Influence du type de conception .....	8-29
8.9.3	Accouplement flexible .....	8-33
8.9.4	Ancrage de sécurité du câble porteur d'un téléphérique .....	8-35

## 8.1 Roulements à contacts obliques

### 8.1.1 Arbre d'entrée d'un réducteur Marin

Le système considéré dans ce TD est un réducteur marin installé à bord de navires de haute mer ou fluviaux, de bateaux de pêche ou de remorqueurs. Des plans de ce dispositif sont donnés en annexe.

- 1- Déterminer la voie de transmission de puissance en marche avant et marche arrière. Quels sont les embrayages utilisés dans chaque configuration ?
- 2- En considérant que le réducteur fonctionne 80% du temps pour un couple moteur de 2122 N.m et une vitesse d'entrée de 1800 tr/mn et 20% du temps pour un couple moteur de 1000 N.m et une vitesse d'entrée de 750 tr/mn, vérifier le dimensionnement des roulements de l'arbre d'entrée et calculer leur durée de vie.
- 3- *Travail personnel* : Déterminer par la RdM les diamètres minimaux des différents tronçons cet arbre réalisé en acier ( $\sigma_E=350\text{MPa}$ ).



## Annexes

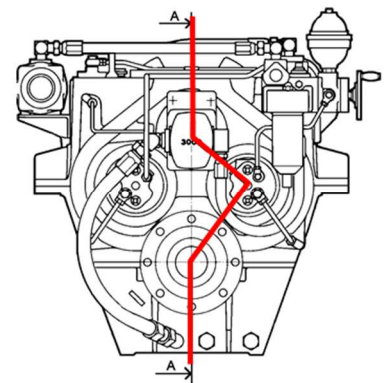
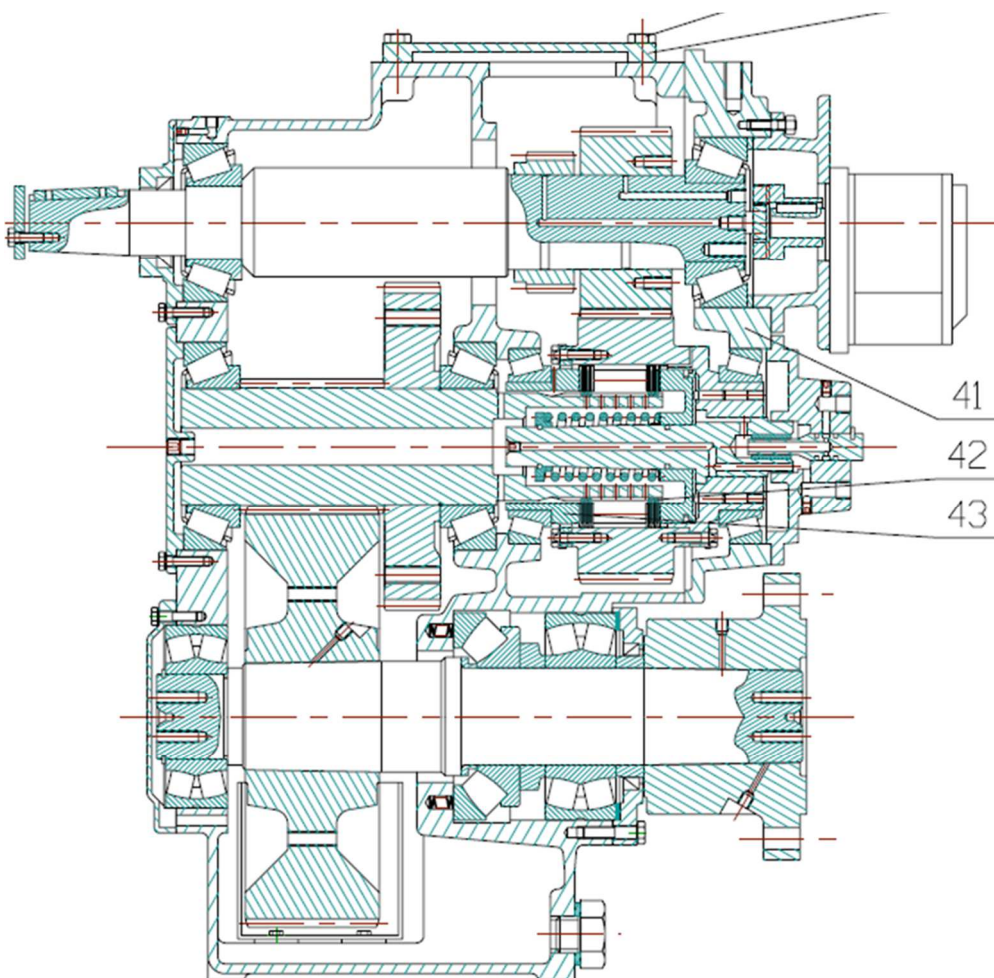


Figure 8-1 : Marche Avant

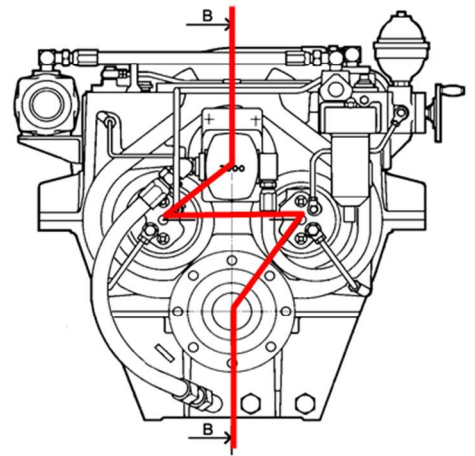
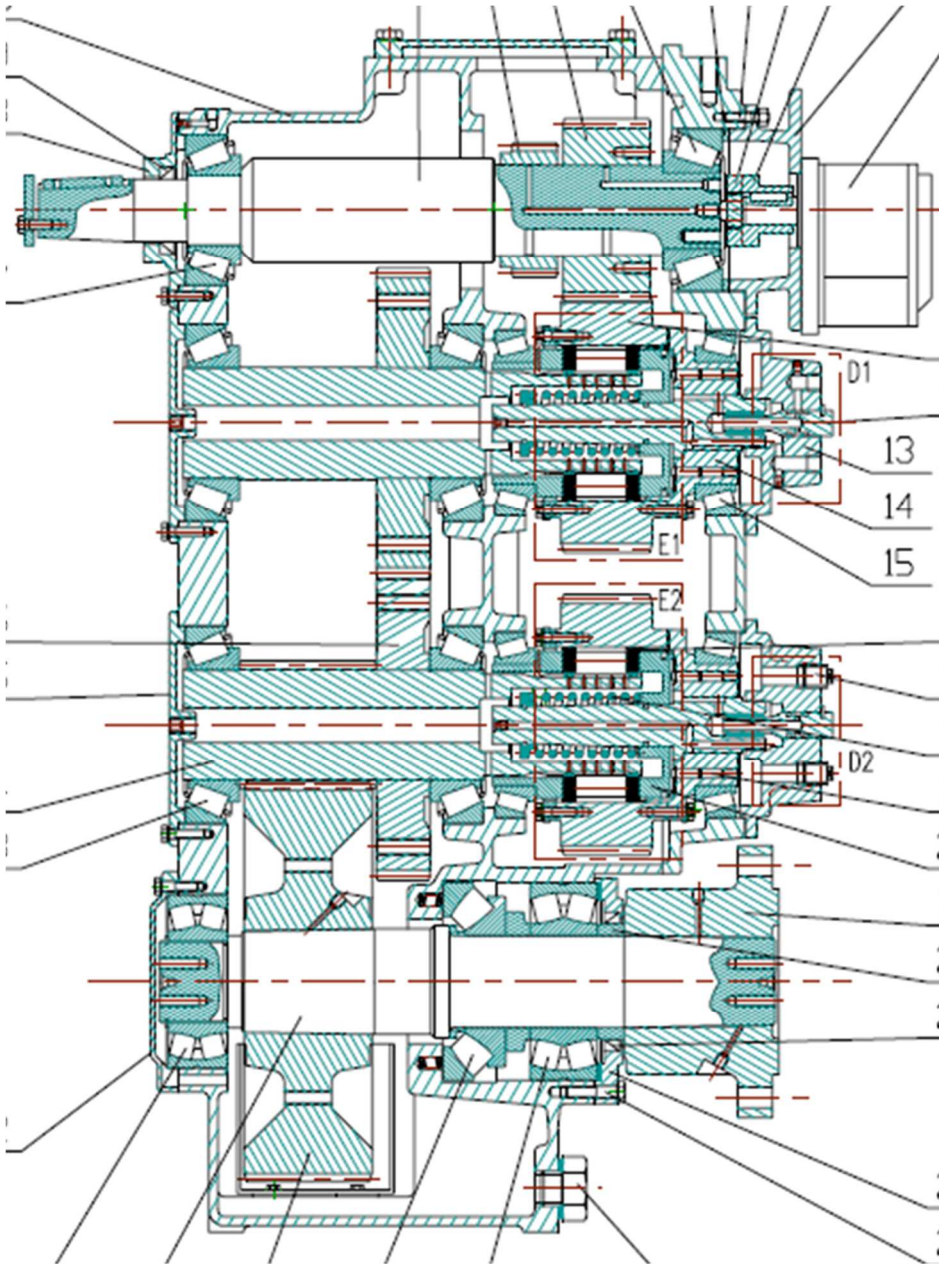


Figure 8-2 : Marche Arrière



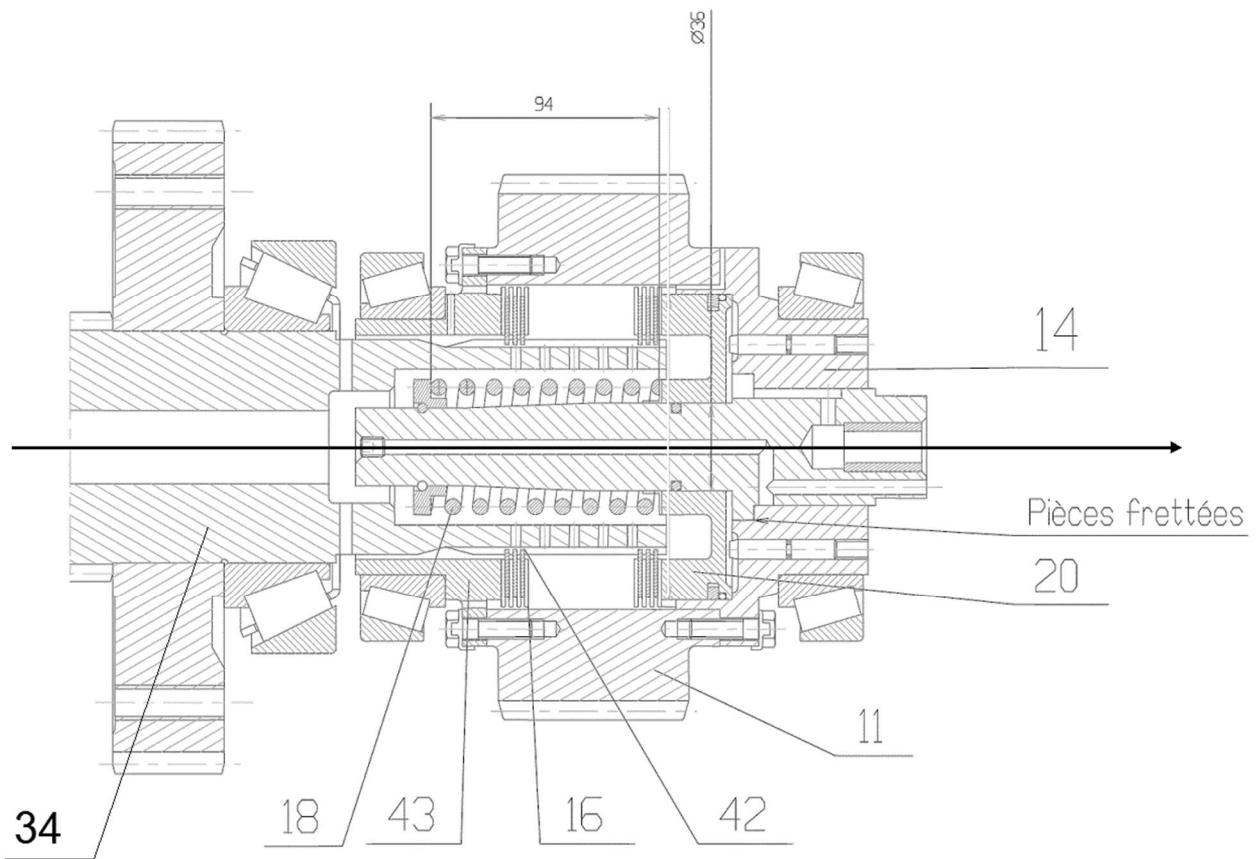


Figure 8-3 : Embrayage

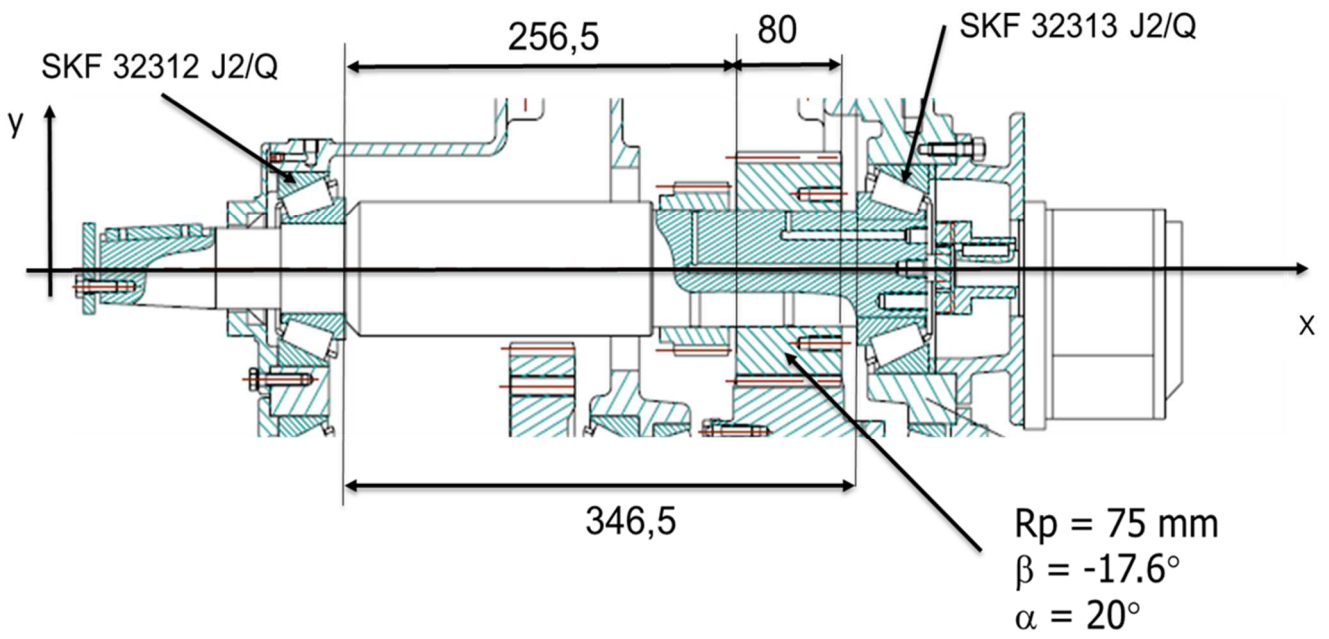
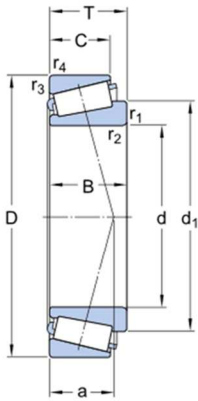


Figure 8-4 : Arbre d'entrée (dimensions en mm)



d	65	mm
D	140	mm
T	51	mm
d <sub>1</sub>	≈ 99.2	mm
B	48	mm
C	39	mm
r <sub>1,2</sub>	min. 3	mm
r <sub>3,4</sub>	min. 2.5	mm
a	33	mm

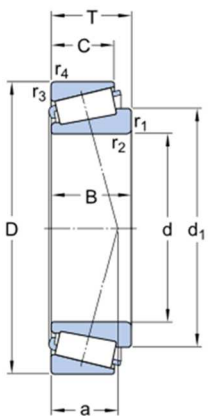
**Données de calcul**

Charge dynamique de base	C	264	kN
Charge statique de base	C <sub>0</sub>	335	kN
Vitesse de référence		3400	r/min
Vitesse limite		4800	r/min
Coefficient de calcul	e	0.35	
Coefficient de calcul	Y	1.7	
Coefficient de calcul	Y <sub>0</sub>	0.9	

**Masse**

Masse du roulement		3.506	kg
--------------------	--	-------	----

Figure 8-5 : Roulement SKF 32313 J2/Q



d	60	mm
D	130	mm
T	48.5	mm
d <sub>1</sub>	≈ 91.9	mm
B	46	mm
C	37	mm
r <sub>1,2</sub>	min. 3	mm
r <sub>3,4</sub>	min. 2.5	mm
a	31	mm

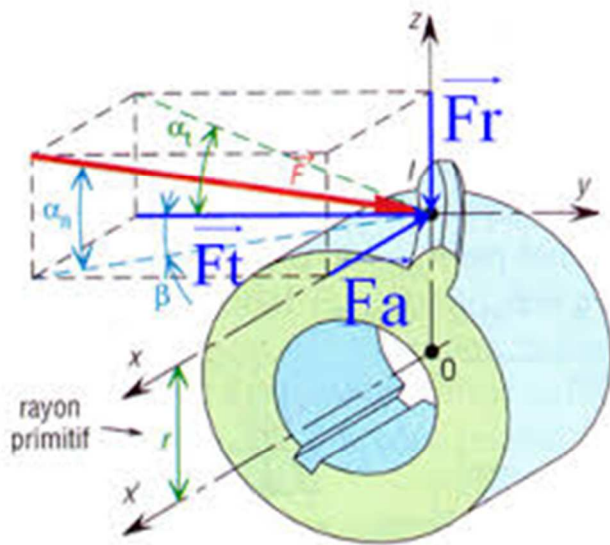
**Données de calcul**

Charge dynamique de base	C	229	kN
Charge statique de base	C <sub>0</sub>	290	kN
Vitesse de référence		3600	r/min
Vitesse limite		5300	r/min
Coefficient de calcul	e	0.35	
Coefficient de calcul	Y	1.7	
Coefficient de calcul	Y <sub>0</sub>	0.9	

**Masse**

Masse du roulement		2.894	kg
--------------------	--	-------	----

Figure 8-6 : Roulement SKF 32312 J2/Q



<https://pierreprovot.wordpress.com/les-engrenages/les-engrenages-droits-denture-helicoidale/>

Figure 8-7 : Efforts générés par un engrenage cylindrique hélicoïdal

### ✓Caractéristiques de l'engrenages

- R : Rayon primitif
- $\alpha$  : angle de pression
- $\beta$  : angle d'hélice

### ✓Caractéristiques des efforts

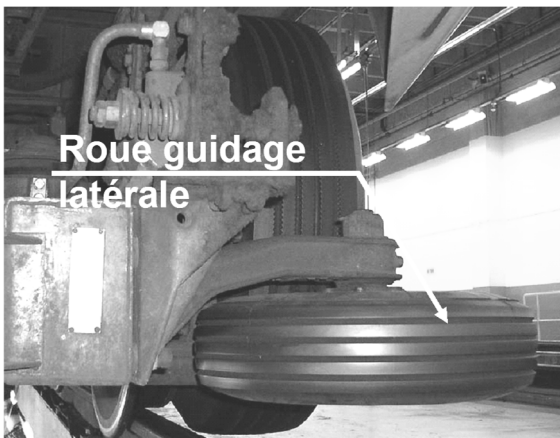
- F : effort résultant à la denture
- Ft : effort tangentiel  

$$F_t = F \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)$$
- Fr : effort radial  

$$F_r = F \cdot \sin(\alpha)$$
- Fa : effort axial

$$F_a = F \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

## 8.1.2 Roue de guidage de Métro



### Système considérés et objectifs

Le VAL (MATRA Transport) est un système automatisé de transport urbain de personnes sans conducteur. Ce sont des véhicules qui se déplacent sur voies spécifiques. Les rames sont composées de : un ou plusieurs véhicules. La traction et le guidage latéral sont réalisés par des roues équipées de pneumatiques. L'étude proposée concerne les roulements des roues assurant le guidage latéral.

### Objectifs :

- Appliquer la méthodologie de calcul au cas où la bague intérieure est fixe
- Choisir des roulements adaptés aux conditions de chargement.
- Calculer/déterminer une pré-charge axiale.

### Définition du système et conditions de fonctionnement

Un plan d'ensemble du système est donné Figure 8-8 . L'objectif est de choisir les roulements respectant un cahier des charges.

- Roulements à rouleaux coniques SKF identiques (tableaux en annexe)
- Diamètre de l'alésage 45mm
- Diamètre extérieur compris entre 80 et 95 mm
- Durée de vie

Outre les réactions des roulements, l'ensemble roue+moyeu est soumis aux efforts de contact avec le rail latéral au point  $M$ , et à son poids ( $P=300N$ ) appliqué en  $O_1$

$$\left\{ T_{\text{rail/roue}} \right\}_M = \begin{Bmatrix} X_M & 0 \\ Y_M & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(O,x,y,z)} \quad \left\{ T_{\text{pesanteur/roue}} \right\}_{O_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -P & 0 \end{Bmatrix}_{(O,x,y,z)}$$

	$X_M (N)$	$Y_M (N)$
Ligne droite	-228	4875
Virage extérieur	-550	11700
Virage intérieur	0	0

Sur un trajet type, par rapport à la longueur parcourue on estime à 60% de ligne droite, 20 % de virage intérieur, 20% de virage extérieur. Les roues de guidage situées à l'intérieur du virage ne supportent aucun effort radial. Le profil de charge de contact avec le rail pour une roue donnée est dans le tableau ci-dessus. On considère que la rame roule à vitesse constante.

### Travail à réaliser :

1. Analyser le montage :
  - Identifier les efforts extérieurs et leurs points d'application,
  - Identifier les roulements et le type de montage. Indiquer les bagues qui sont montées serrées,
  - Comment sont réalisés les arrêts axiaux? Le contrôle du jeu ?
2. Faire un schéma filaire du dispositif.
3. Calculer les charges radiales supportées par les roulements (faire les applications numériques).
4. En déduire, pour les différents roulements respectant le cahier des charges, les efforts induits, puis les efforts axiaux exercés par ces roulements sur l'ensemble roue+moyeu.
5. Déterminer les roulements ayant une capacité charge statique adéquate.
6. En considérant la charge dynamique minimale nécessaire à assurer le bon fonctionnement du roulement, identifier les roulements, déterminer le(s) roulements pouvant être utilisés (Figure 8-9).
7. Calculer la durée de vie  $L_{10}$  des roulements. On considère que dans le cas du virage intérieur la roue





Dimensions principales			Charges de base		Limite de fatigue	Vitesses de base		Désignation
d	D	T	dynamique	statique		Vitesse de référence	Vitesse limite	
mm			C	C <sub>0</sub>	P <sub>u</sub>			
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
45	100	38.25	166	176	20	5000	6700	32309 BR
45	85	24.75	98.7	98	11	6300	8000	▶ 32209
45	100	38.25	173	170	20.4	5300	7000	▶ 32309
45	100	27.25	113	102	12.5	5000	6700	31309
45	75	20	71.7	80	8.8	7000	8500	▶ 32009 X
45	85	20.75	81.6	76.5	8.65	6300	8000	▶ 30209
45	80	26	104	114	12.9	6700	8000	▶ 33109
45	100	38.25	166	176	20	5000	6700	32309 B
45	85	32	132	143	16.3	6000	7500	▶ 33209
45	95	29	110	112	12.7	5300	7000	T7FC 045
45	100	27.25	132	120	14.3	5600	7000	▶ 30309
45	85	20.638	87.3	81.5	9.3	6700	8000	358 X/354 X
45	95	36	182	186	20.8	6000	7000	▶ T2ED 045

Figure 8-9: Extrait de Table de roulements à rouleaux coniques

Ref	e	Y	Yo
32309 BR	0,54	1,1	6
32209	0,4	1,5	0,8
32309	0,35	1,7	0,9
31309	0,83	0,72	0,4
32009X	0,4	1,5	0,8
30209	0,4	1,5	0,8
33109	0,37	1,6	0,9
32309B	0,54	1,1	0,6
33209	0,4	1,5	0,8
T7FC045	0,88	0,68	0,4
30309	0,35	1,7	0,9
358X/354X	0,31	1,9	1,1
T2ED 045	0,33	1,8	1

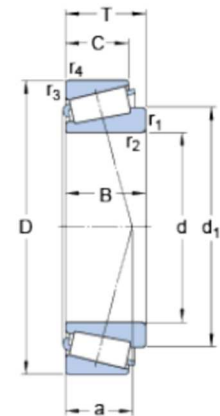
Figure 8-10: Coefficients e, Y, YO pour différentes références de roulements

### 32009 X/Q

**Calculation data**

Basic dynamic load rating	C	58.3	kN
Basic static load rating	C <sub>0</sub>	80	kN
Fatigue load limit	P <sub>u</sub>	8.8	kN
Reference speed		6300	r/min
Limiting speed		8500	r/min
Calculation factor	e	0.4	
Calculation factor	Y	1.5	
Calculation factor	Y <sub>0</sub>	0.8	

**Dimensions**

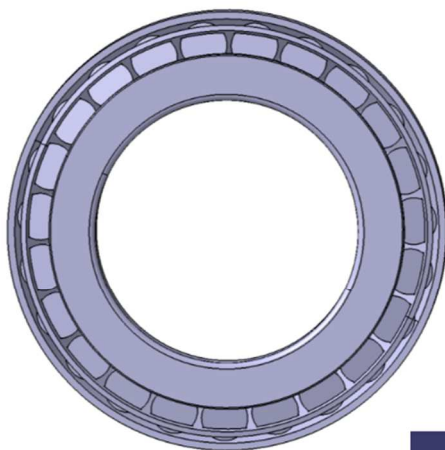


d	45	mm
D	75	mm
T	20	mm
d <sub>1</sub>	≈ 60.73	mm
B	20	mm
C	15.5	mm
r <sub>1,2</sub>	min. 1	mm
r <sub>3,4</sub>	min. 1	mm
a	16	mm

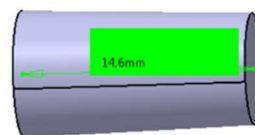
*Charges radiales équivalentes*

$$P_o = \max(F_r; 0.5F_r + Y_o.F_a)$$

$$\frac{F_a}{F_r} \leq e \quad P = F_r \quad \frac{F_a}{F_r} > e \quad P = 0.4F_r + YF_a$$



Z = 23



la = 14,6 mm



a = 16,5° mm

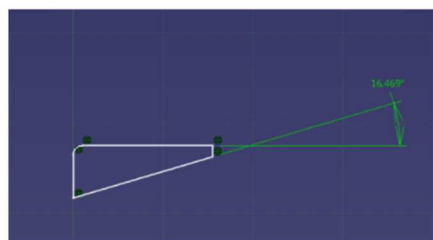


Figure 8-11 : Caractéristiques des roulements

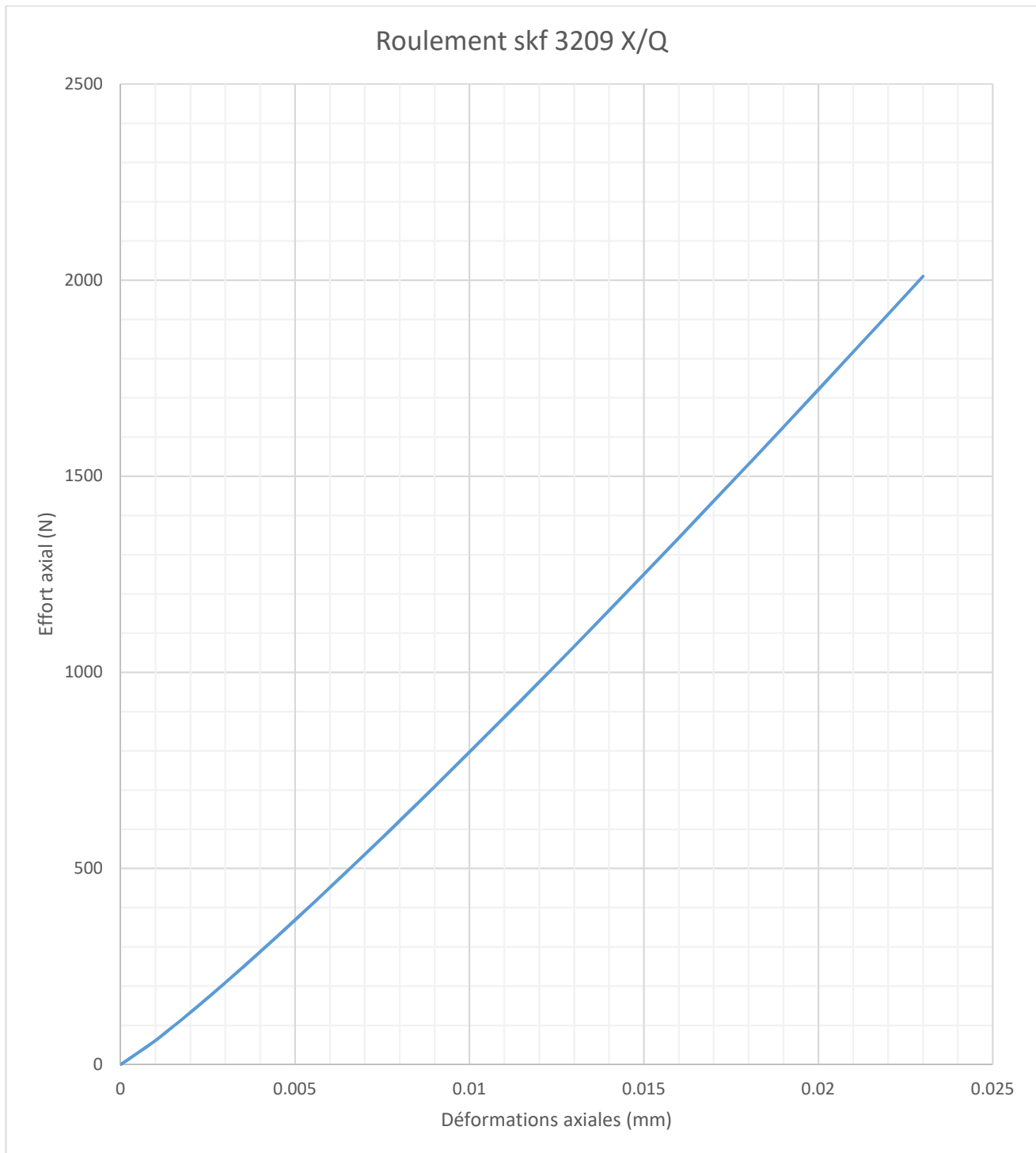
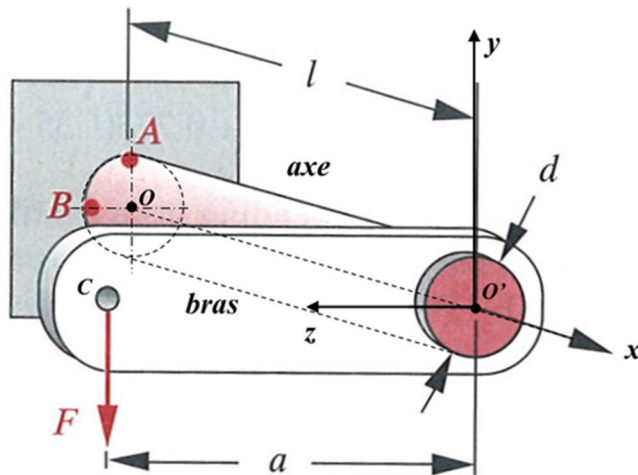


Figure 8-12 : Courbe Déformation-Effort

## 8.2 Fatigue :

### 8.2.1 Barre cylindrique – Dimensionnement - Critères



d	40 mm
l	300 mm
a	200 mm
$F_{\min}$	-1000 N
$F_{\max}$	1500 N
$\sigma_E$	325 MPa
$\sigma_r$	450 MPa
$\sigma_D$	160 MPa

Figure 8-13 : Barre cylindrique et bras de levier - données

On considère le système de la Figure 8-13. L'axe est encastré en O. L'axe et le bras sont solidaires et assemblés par soudure. Une force F est appliquée en C.

#### a. Chargement statique

- Définir et déterminer l'état de contrainte en A et B.
- En considérant les données du tableau 1 et la charge  $F_{\max}$ , vérifier la résistance statique et déterminer le coefficient de sécurité.
- Dans le cas où l'axe serait creux, quel diamètre intérieur maximum pourrait être utilisé (ici, on négligera le cisaillement dû à l'effort tranchant) ?

#### b. Chargement variable, fatigue

- Le chargement F est supposé varier sinusoidalement entre  $F_{\min}$  et  $F_{\max}$ . Déterminer les contraintes moyennes, alternées, en A et B
- Déterminer le coefficient de sécurité en fatigue à partir des critères de Soderberg et Goodman.

## 8.2.2 Fatigue : Arbre de transmission

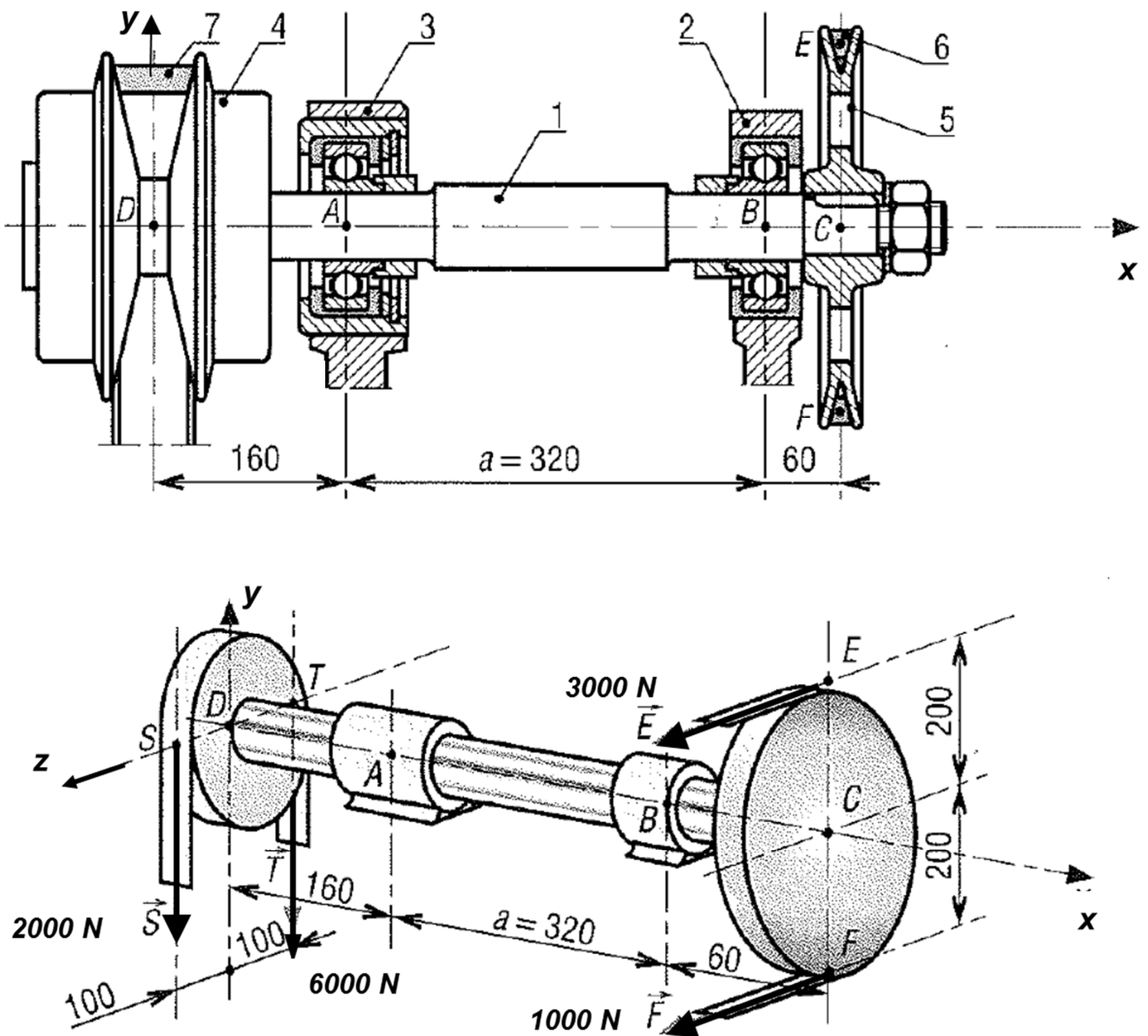


Figure 1

Figure 8-14: Arbre de transmission, dimensions en mm, forces en N

On considère l'arbre de transmission schématisé sur la Figure 8-14. On souhaite utiliser un acier tel que  $\sigma_E=700$  MPa,  $\sigma_r=800$  MPa. On cherche à dimensionner le diamètre  $d$  de cet axe.

- a. Calculer, **les réactions aux points A ( $A_y, A_z$ ) et B ( $B_y, B_z$ )**, on prendra les composantes suivant ( $A_x, B_x$ ) nulles, arrondir au N,
- b. Tracer les diagrammes du torseur des efforts de cohésion, en **déduire la section dangereuse**, vérifier que dans cette section le torseur de cohésion s'exprime par  $F_{D/G} = \{0, 8000, 0\}$  N et  $M_{D/G}(A) = \{400, 0, -1280\}$  N.m.
- c. **Résistance statique**, dans cette section,
- Exprimer en fonction du diamètre  $d$  de l'arbre et de  $\pi$ , les contraintes maximales de flexion, torsion, cisaillement en 1 point de la périphérie de l'arbre,
  - En négligeant les contraintes de cisaillement dues aux efforts tranchants déterminer le diamètre d'arbre minimum garantissant un coefficient de sécurité en statique de 2, vérifier la validité de l'hypothèse faite pour les contraintes négligées.
- d. **Résistance en fatigue**, dans cette section, pour un point M de la périphérie de l'arbre,
- Déterminer les contraintes alternées et moyennes  $\sigma_a, \sigma_m, \tau_a, \tau_m$  ainsi que  $\sigma_{a\_equi}, \sigma_{m\_equi}$
  - en négligeant les contraintes de cisaillement dues aux efforts tranchant déterminer le diamètre d'arbre minimum garantissant une durée de vie infinie avec un coefficient de sécurité en fatigue de 2, (on utilisera la droite de Goodman et on estimera la limite d'endurance à partir de la limite à la rupture),

## 8.2.3 Endommagement cumulatif - Théorie de Miner

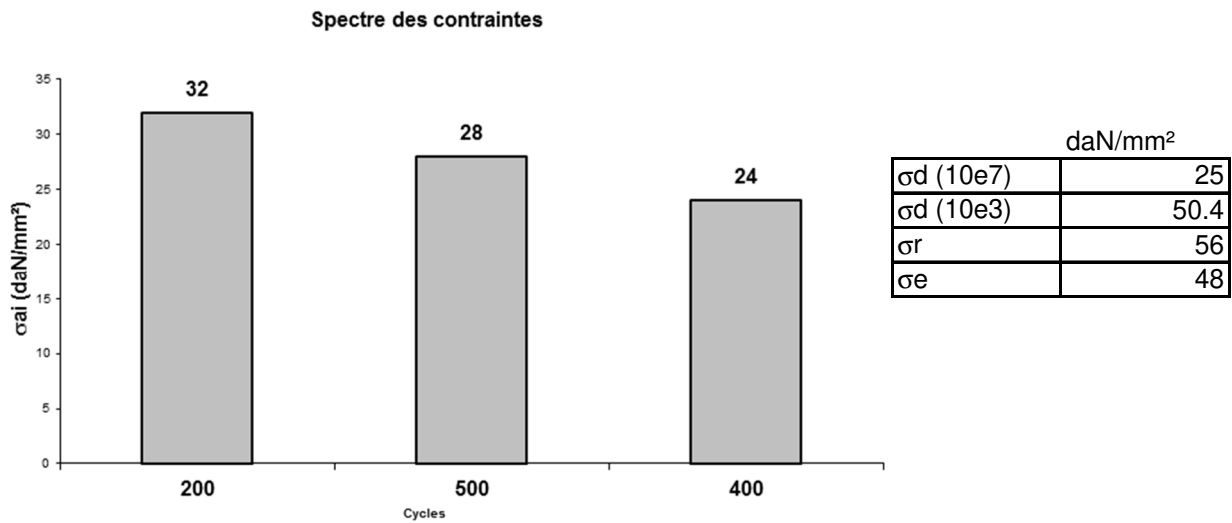


Figure 8-15 : Spectre des contraintes

Calculer la durée de vie d'une pièce supportant le spectre de contraintes alternées représenté ci-dessus, en utilisant une loi d'endommagement de type «  $\log \sigma = a + b \cdot \log N$  », pour :

- une contrainte moyenne égale à zéro
- une contrainte moyenne égale à 5 daN/mm<sup>2</sup>

### 8.3 Emmanchement / frettage

#### 8.3.1 Frettage transmission de couple

On considère le motoréducteur SEW R17 décrit par ci-après. Le couple en sortie du motoréducteur est de 16 Nm. On envisage de remplacer la liaison par clavetage entre la roue de sortie 12 et l'arbre de sortie 9, par un montage fretté.

Les données du montage sont :

- ✓ Longueur du frettage :  $L = 22 \text{ mm}$
- ✓ Diamètre du frettage :  $d = 20 \text{ mm}$
- ✓ Diamètre extérieur de la roue 12 (base des dents) :  $D = 58 \text{ mm}$
- ✓ Coefficient de frottement :  $f = 0.15$
- ✓ Matériau C35 ( $E=210000 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_E=275 \text{ MPa}$ )

1. Déterminer la pression de contact nécessaire à la transmission du couple.
2. Calculer le serrage diamétral minimum  $\Delta_{\min}$ . On prendra un coefficient de sécurité de 1,5 (correspondant à  $\alpha_p$ ) sur la pression.
3. Déterminer le serrage diamétral maximal  $\Delta_{\max}$  admissible pour rester dans le domaine élastique
4. Choisir un ajustement normalisé à alésage normal permettant ce serrage.

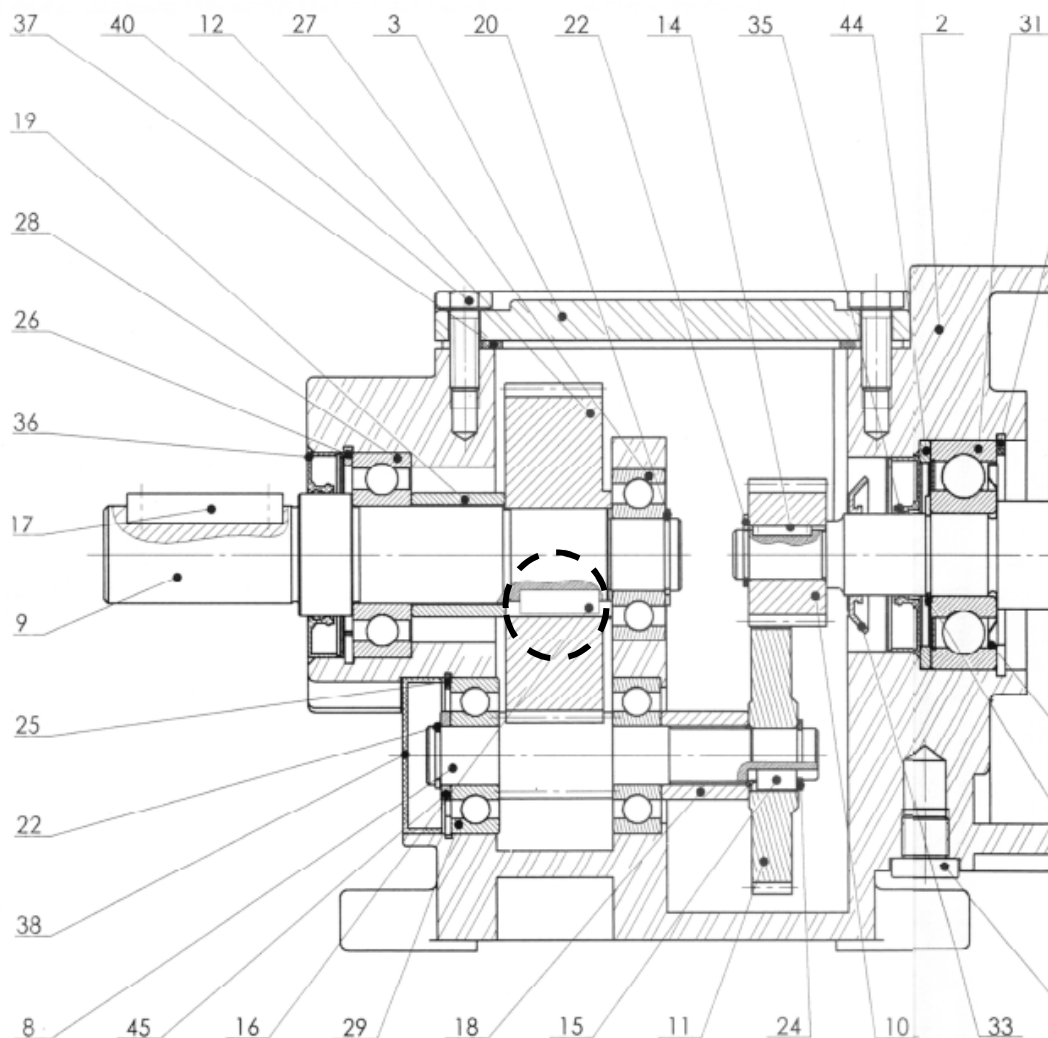


Figure 8-16



### 8.3.2 Couple transmissible par unité de longueur

Un assemblage fretté est réalisé avec un ajustement H6p6 sur un diamètre  $d$ , l'arbre est plein et de même matériau que la frette. Le diamètre extérieur  $D$  de la frette est égal à  $K d$  (avec  $K > 1$  évidemment).

On donne le coefficient de frottement de 0.12, on ne prend pas de pondération (coef. de sécurité de 1).

1. Etablir la variation de la pression de contact  $p$  en fonction de  $K$  et  $\Delta_{\text{mini}}$ .
2. Quel est le couple transmissible par unité de longueur pour cet ajustement en fonction de  $K$  et  $d$  ?
3. Calculer le couple transmissible pour un diamètre  $d=40$  et  $k=2$  et  $E=210000\text{MPa}$ .

### 8.4 Calcul de frettage pour un pignon épaulé

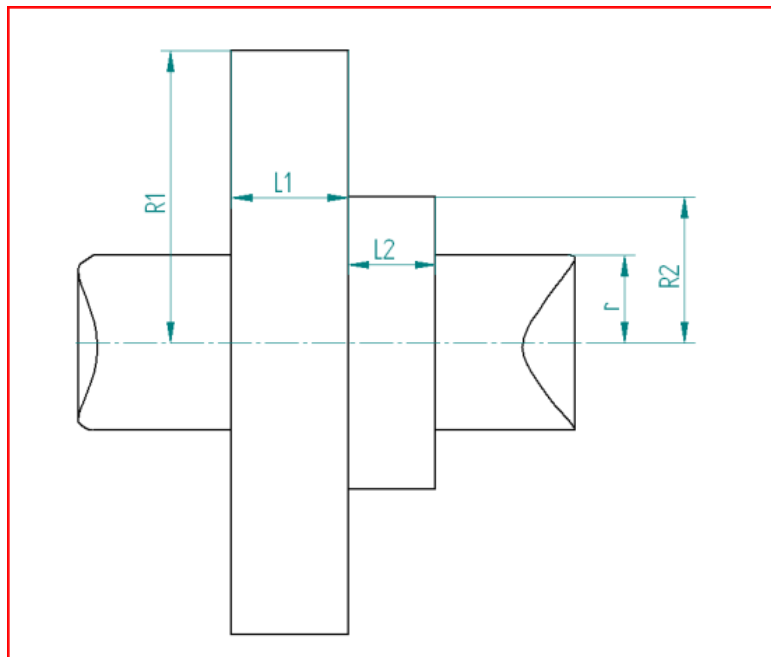


Figure 8-17

Un assemblage fretté est réalisé avec un ajustement à définir sur un diamètre  $d=2r$ , l'arbre est plein et de même matériau que la frette, le coefficient de frottement est  $f$  (Figure 8-17). Le diamètre extérieur de la frette est variable :  $R_1$  sur une longueur  $L_1$  et  $R_2$  sur une longueur  $L_2$ .

1. Exprimer  $C$  le couple transmissible de la liaison en fonction de  $P_1$  et  $P_2$ , pressions sur les longueurs  $L_1$  et  $L_2$ .
2. Exprimer  $\Delta m$  en fonction de  $P_1$  puis en fonction de  $P_2$ .
3. Exprimer enfin  $\Delta m$  en fonction de  $C$ .
4. A.N.:  $C=50\text{ N.m}$ ,  $\alpha_p=2$ ,  $r=15\text{mm}$ ,  $R_1=60\text{mm}$ ,  $R_2=30\text{mm}$ ,  $f=0,12$ ,  $L_1=10\text{mm}$ ,  $L_2=15\text{mm}$ ,  $E=210000\text{MPa}$

## 8.5 Assemblages par Rivets

### 8.5.1 Exemple 1

On veut assembler "rigidement" 2 plaques supposées indéformables à l'aide de 9 rivets pleins de diamètre  $d$  identiques déformables comme indiqué sur la Figure 8-18. On cherche à déterminer les efforts de cisaillement appliqués à chaque rivet ainsi que le rivet (ou les rivets) le plus chargé et d'en déduire un critère de dimensionnement (diamètre minimal).

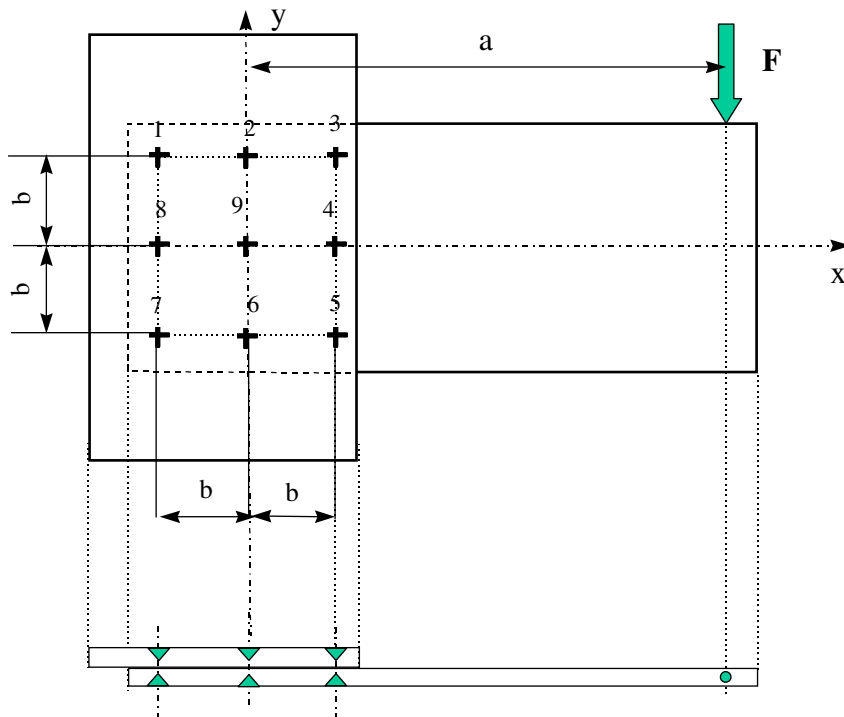


Figure 8-18 : Assemblage de deux plaques par rivets

### 8.5.2 Exemple 2 :

Une pièce 1 transmet une charge globale  $F$  à une pièce 2 suivant un spectre de charge présenté sur la Figure 8-19. Les pièces 1 et 2 sont supposées indéformables.

Trois rivets pleins de diamètre respectif  $d_A, d_B, d_C$  ( $d_A = d_C = 1.5 d_B$ ) assurent la liaison "rigide" et travaillent en cisaillement et leur rigidité en cisaillement dépend de leur diamètre.

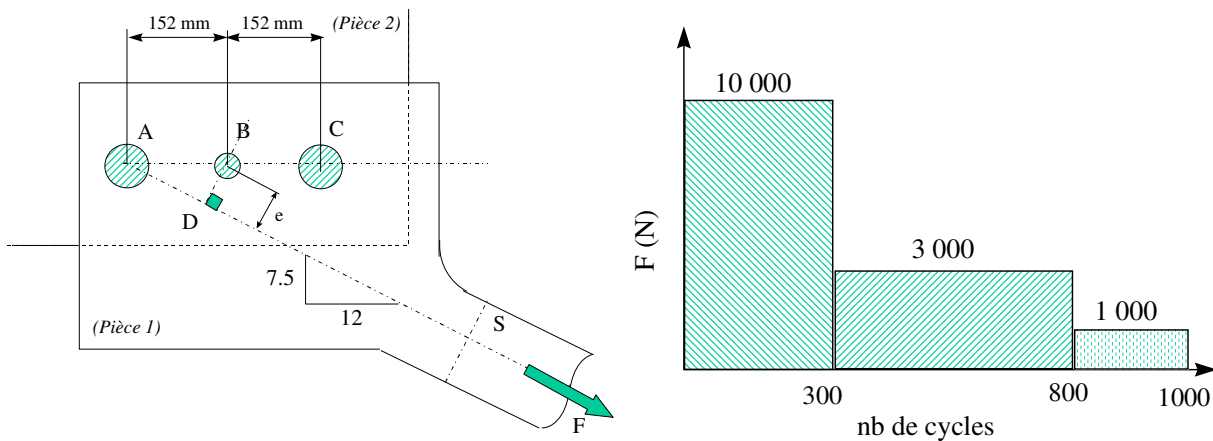


Figure 8-19 : Assemblage par rivets de deux plaques et spectre de charge

- 1- Calculer le spectre de charge appliqué au rivet le plus sollicité.
- 2- Calculer la charge maximale et la section du rivet le plus sollicité en utilisant le critère de résistance statique de Von Mises. On choisira un diamètre  $d_A$  égal à la valeur entière immédiatement supérieure à la valeur calculée. ( $\sigma_E = 252 \text{ MPa}$  -  $\alpha_{\text{secu}} = 1.5$ ).
- 3- Donner le spectre des contraintes de cisaillement et calculer avec la théorie de Miner linéaire ( $k=1$ ) le nombre de cycles à la rupture avec la loi de fatigue de Basquin (pas de limite horizontale). Pour définir ces lois en fatigue, on considèrera deux points :
  - $\tau_A = 180 \text{ N / mm}^2$  à  $N = 10^2$  cycles
  - $\tau_A = 20 \text{ N / mm}^2$  à  $N = 10^6$  cycles

## 8.6 Dimensionnement des ressorts hélicoïdaux

### Objectifs

Maîtriser les éléments de base pour :

- Le dimensionnement d'un ressort hélicoïdal de compression pour des applications de tarages, de stockage d'énergie et de régulation.
- Les contraintes d'implantation et de fabrication à prendre en compte dans le choix de ces ressorts.



#### 8.6.1 Exercice préliminaire : Ressort de soupape

Vitesse de rotation du moteur : 3000 tr/min. La fermeture de la soupape se fait pendant 0,1 tr sur une course de  $\Delta f=3\text{mm}$ . La masse de la soupape est de 50 g. On retient un coef de securité de 1,2.

Ces considérations permettent d'établir un effort de précontrainte de  $P_1=90\text{N}$  et une raideur minimale de  $K_{\text{mini}}=72\text{ N/mm}$  (modèle d'accélération constante de la soupape).

Le ressort est en 55Si7 ( $\tau_{\text{max}} = 477\text{ MPa}$ ,  $\Delta\tau_{\text{max}} = 250\text{ MPa}$ ,  $G = 78\text{GPa}$ ) et comportera  $N_a=4$  spires actives.

- Choisir le ressort adapté et justifier le choix.

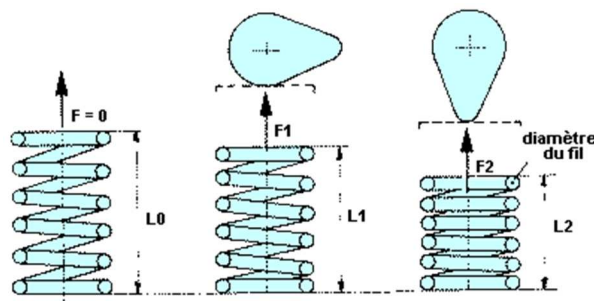


Figure 8-20 : came-ressort de soupape

Contrainte		Raideur			
$\tau = \frac{8.P.D}{\pi.d^3} \rightarrow \tau = k_D * \frac{8.P.D}{\pi.d^3}$ avec $k_D = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0,615}{c}$ facteur de Whall et $c = \frac{D}{d}$ facteur d'enroulement		$K = \frac{d.G}{8.c^3.N_a}$			
Flèche	$f = \frac{8.P.N_a.c^3}{d.G}$	Forme des spires d'extrémité			
		Simplement coupée	Simplement meulée	Rapprochée	Rapprochée et meulée
Spire utiles N		$N_T$	$N_T$	$N_T - 2$	$N_T - 2$
Longueur écrasée $L_E$		$d.(N_T+1)$	$d.N_T$	$d.(N_T+1)$	$d.N_T$
Longueur à vide $L_0$		$N_T.p + d$	$N_T.p$	$(N_T-2).P + 3d$	$(N_T-2).P + 2d$

## 8.6.3 Dimensionnement du ressort d'une fixation de ski

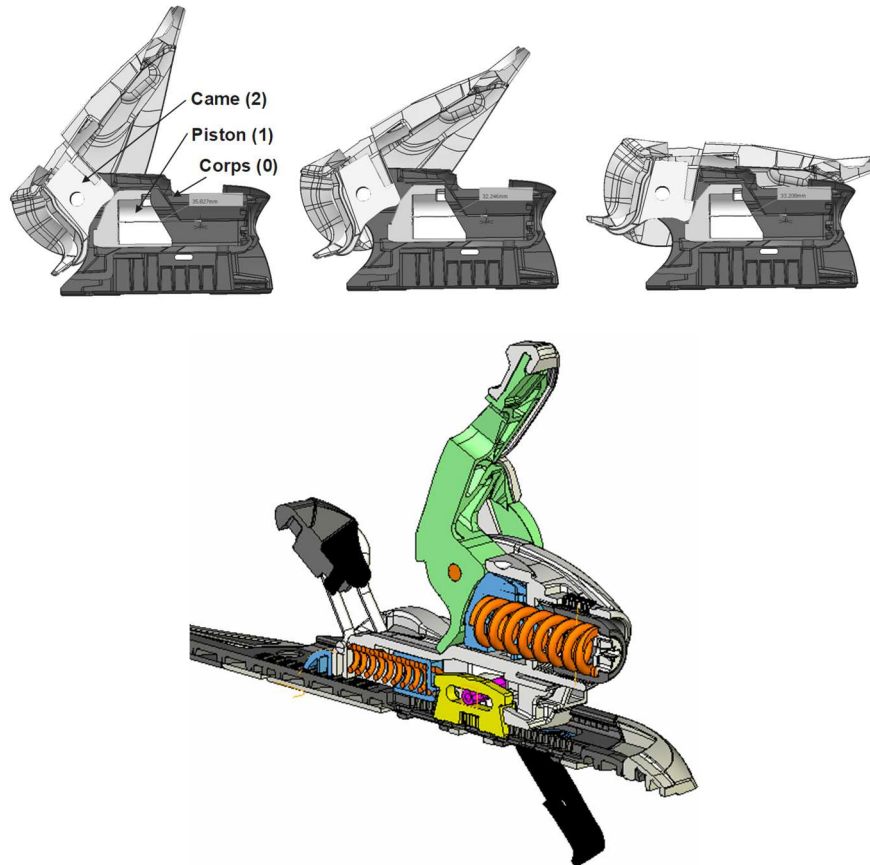


Figure 8-21 : implantation d'un ressort de talonnière fixation de skis

Lors d'une chute vers l'avant du skieur, la fixation (Figure 8-21) doit se déclencher afin de libérer la chaussure du skieur du ski et ainsi limiter le risque de blessure du membre inférieur.

L'effort maximal est de 800 N.

Le diamètre extérieur  $\varnothing D_{e_{max}}$  = 20 mm, la hauteur sous charge maximale devant être entre 40 et 50 mm.

Le réglage par vis impose une variation d'effort de 350 N pour 2,9 mm de compression du ressort

Le matériau est un 45SiCrMo6 ( $\tau_{max} = 650$  MPa,  $\Delta\tau_{max}$  **non pris en compte**,  $G = 82$  GPa)

- En considérant un coefficient de sécurité de 1,2 sur la limite élastique du matériau, déterminer les caractéristiques géométriques du ressort choisi et justifier. On prendra le diamètre de fil dans la série : **1,07 – 1,22 – 1,4 – 2 – 2,5 – 2,84 – 3,18 – 3,43 – 3,76 – 4 – 4,11 – 4,5 – 4,88 – 5 – 5,26 – 6,3.**
- Quels problèmes pose ce ressort ? Sur quels paramètres peut-on agir afin d'obtenir un ressort compatible avec le cahier des charges ? Déterminer ce nouveau ressort.

Données complémentaires

Type d'acier	Désignation	Etat	$\sigma_e$ (Mpa)	$\sigma_r$ (Mpa)
Aciers au silicium	45 Si 7	Trempé	510-780	640-980
	55 Si 7	Revenu	620-880	780 -1080
	45 SiCrMo 6		780-870	950 -1050
Aciers non alliés à haut % de carbone	C 65	Trempé	620-680	
	C 70	Revenu	680-720	
	C 80		780-820	
Corde à piano		Grenailé	1090	
OTEVA		Grenailé	1250	
Pour tous ces aciers, on peut adopter $\tau_e = 0,8 \cdot \sigma_e$ ; $\sigma_{-1} = 0,5 \cdot \sigma_r$ ; $\tau_{-1} = 0,8 \cdot \sigma_{-1}$				

## 8.6.4 Dimensionnement d'un ressort de régulation (cas donné dans le cours)

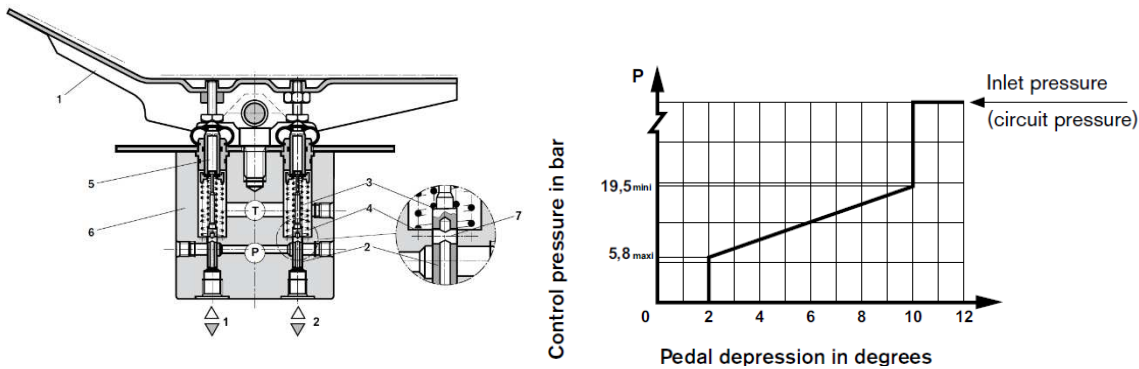


Figure 8-22

Le ressort est utilisé pour réguler la pression de sortie du circuit d'alimentation d'un moteur hydraulique (Figure 8-22). Il doit donc respecter les conditions de fonctionnements suivantes :

- $P_1 = 15,4$  N pour  $H_1 = 29$  mm
- $P_2 = 57,8$  N pour  $H_2 = 25$  mm
- $\varnothing_{Dint}$  mini = 4,6 mm ;  $\varnothing_{Dext}$  max = 8 mm
- Extrémités jointives meulées, 1,25 spires terminales
- Marge de calage de -0,1 à +0,11 mm (la marge de calage permet de décaler la valeur de  $P_1$  entre 13,7 et 17 N)

Le ressort existant est en acier pour corde à piano grenailé (caractéristique donnée ci-après), d'un diamètre de fil de 1,4mm et diamètre d'enroulement de 6,2mm. Il comporte 15,5 spires utiles.

- Déterminer quelle caractéristique dimensionnelle n'est pas compatible avec le cahier des charges. Faire des propositions afin d'améliorer ce ressort
- On souhaite profiter du redimensionnement de ce ressort pour installer une marge de calage la plus grande possible. Pour cela on change le matériau en passant à de l'OTEVA-Grenailé. Déterminer les caractéristiques du ressort ( $\varnothing d$  peut être pris égal à 1 – 1,02 – 1,07 – 1,09 – 1,14 – 1,19 – 1,22 – 1,24 – 1,25 – 1,30). On tiendra compte du gonflement des spires :  $D_{emax} = D + d + \frac{0,1}{D} \left( \left( \frac{H_0 - 2d}{N} \right)^2 - 0,8d \left( \frac{H_0 - 2d}{N} \right) - 0,2d^2 \right)$

Détermination des limites  $\tau_e$  et  $\Delta\tau_e$  pour 4 matériaux en fonction de  $\varnothing d$  (Diagramme de Goodman pour ressorts)

	Point 1 Y		Point 1 X		Point 2 Y		G (Coulomb)	E (Young)
	A	B	A	B	A	B		
CP	1119,4	177,9	725	128,4	589,5	82,5	81500	206000
CP-G	1119,4	177,9	840	132,5	499,6	73,9	81500	206000
OT	1019,5	78,1	450	0	599	83,4	79500	206000
OT-G	1019,5	78,1	293,8	51,9	760,6	30,1	79500	206000

$$\tau_{e \max} = A_{1Y} - B_{1Y} \cdot \ln(\varnothing d) \text{ et } \Delta\tau_{e \max} = A_{2Y} - B_{2Y} \cdot \ln(\varnothing d) + K \cdot \tau_1 - \tau_1 \text{ avec } K = (\tau_{e \max} - A_{2Y} + B_{2Y} \cdot \ln(\varnothing d)) / (A_{1X} - B_{1X} \cdot \ln(\varnothing d))$$

## 8.7 Dimensionnement des rondelles Belleville

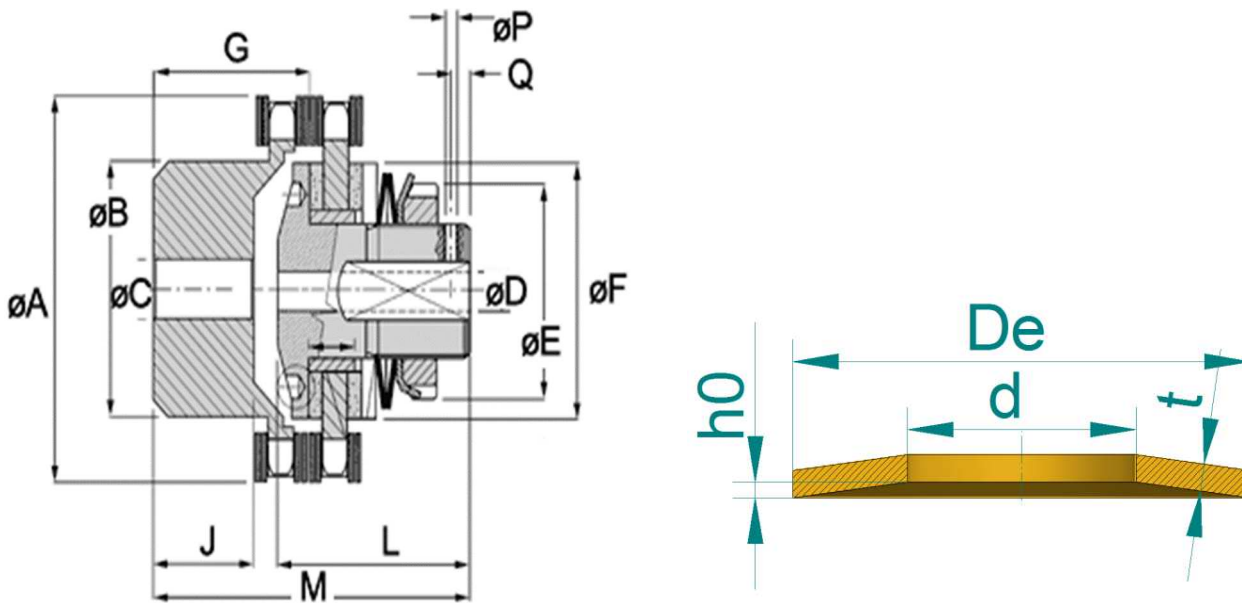


Figure 8-23

### Dimensionnement des rondelles Belleville d'un limiteur de couple 50-12-60 :

On considère le limiteur de couple présenté Figure 8-23 qui permet de transmettre un couple compris entre 12 et 60 N.m.

- 1- A partir du plan de coupe et de l'éclaté fourni Figure 8-24, analyser le fonctionnement de ce dispositif.
- 2- Déterminer l'effort maximal que doit exercer le ressort axial pour assurer la transmission des couples et assurer qu'il n'y a pas de transmission si le couple dépasse la valeur choisie. On donne les dimensions des bagues de friction (2) :  $r = 19 \text{ mm}$ ,  $R = 25 \text{ mm}$ . Le coefficient de frottement  $f$  est compris entre 0,12 et 0,16.
- 3- Le choix du matériau composant les bagues de friction est-il délicat ?
- 4- Quel est l'intérêt du montage en série opposées retenu ? Cela influence-t-il le choix des rondelles ?
- 5- Choisir dans le catalogue Mubea fourni Figure 8-25 une rondelle. Pour des questions d'encombrement le diamètre extérieur doit être inférieur à 60 mm et le diamètre intérieur compris entre 28 et 35 mm. Par ailleurs on souhaite que la flèche max soit comprise entre 0.5ho et 0.75ho
- 6- Le pas de filetage de la pièce (1) est de 1.5 mm, déterminer le nombre de tours qu'il faut effectuer pour passer d'un couple transmissible de 12 N.m à 60 N.m



**Composition**

- 1 - Moyeu à flasque bride
- 2 - Bague de friction
- 5 - Couronne dentée
- 13 - Ressort axial
- 28 - Vis de réglage
- 33 - Bague de glissement
- 35 - Ecrou à encoches
- 38 - Flasque mobile
- 39 - Rondelle dentée
- 45 - Pignon à chaîne préalésé
- 46 - Chaîne double

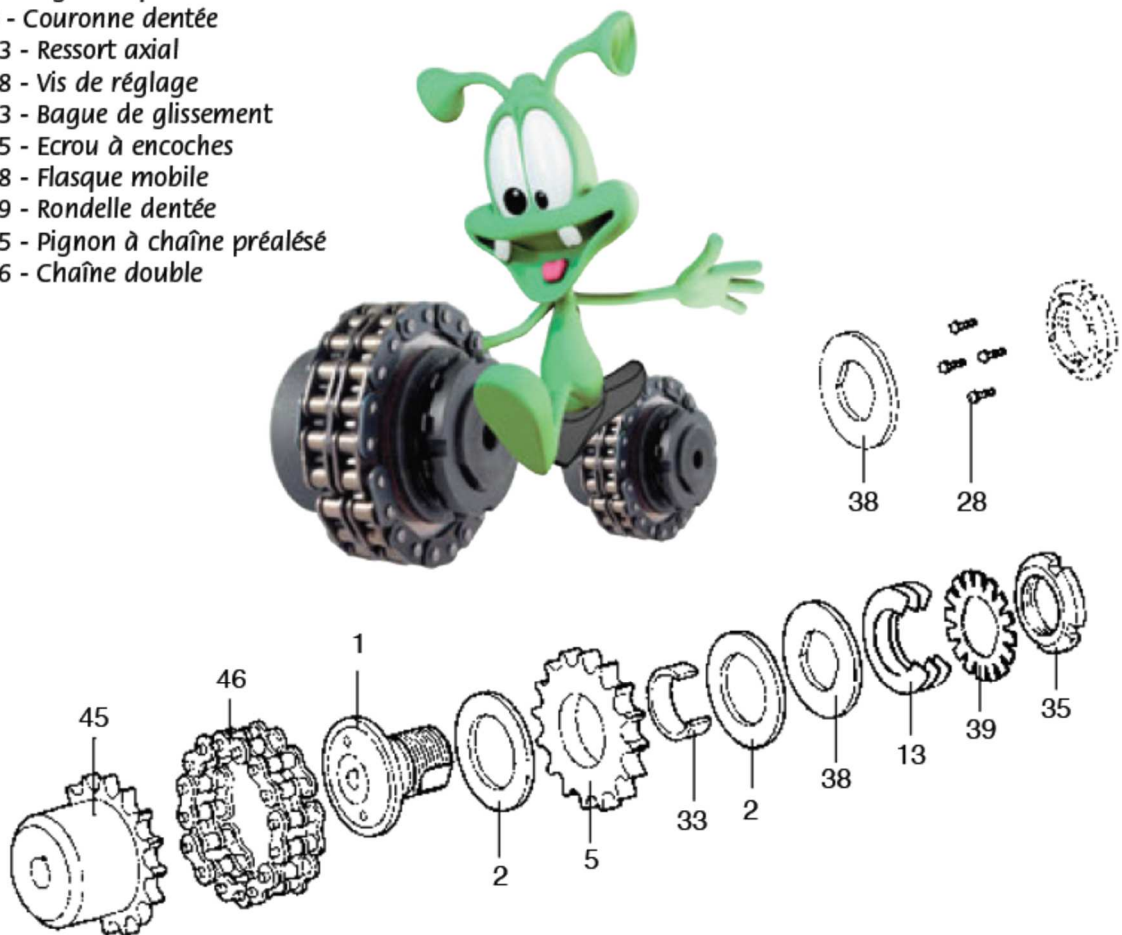


Figure 8-24



17.11. Dimensions et caractéristiques des rondelles ressort

MUBEA



Dimensions standard

\* $s_c = h_o = l_o - t$  sur les rondelles ressort sans surface d'appui  
 $s_c = h'_o = l_o - t'$  sur les rondelles ressort avec surface d'appui

Dimensions en mm							Course s en mm					Force élastique F en N					Contrainte $\sigma$ en N/mm <sup>2</sup>									
d	D <sub>e</sub>	D <sub>i</sub>	t	l <sub>o</sub>	h <sub>o</sub>	h <sub>o</sub> /t	s = 0,25 h <sub>o</sub>					s = 0,5 h <sub>o</sub>					s = 0,75 h <sub>o</sub>					s <sub>c</sub> *				
							s	F	$\sigma_1$	$\sigma_{II}$	$\sigma_{III}$	s	F	$\sigma_1$	$\sigma_{II}$	$\sigma_{III}$	s	F	$\sigma_1$	$\sigma_{II}$	$\sigma_{III}$	s	F	$\sigma_1$	$\sigma_{II}$	$\sigma_1$
3	8	3,2	0,3	0,55	0,25	0,833	0,062	45,6	883	207	401	0,125	79,1	1669	511	750	0,187	104,3	2359	912	1046	0,25	125,5	2952	1409	1290
4	8	4,2	0,2	0,45	0,25	1,250	0,062	21,2	654	8	409	0,125	33,3	1294	114	753	0,187	39,2	1794	319	1034	0,25	42,0	2195	622	1250
5	10	5,2	0,25	0,55	0,30	1,200	0,075	30,4	696	21	380	0,15	48,2	1217	133	702	0,225	57,5	1891	336	965	0,30	62,6	2074	628	1166
6	12	6,2	0,5	0,85	0,35	0,700	0,087	133,5	845	249	475	0,175	239,2	1605	582	894	0,262	326,4	2280	1001	1259	0,35	404,2	2669	1506	1566
7	14	7,2	0,35	0,80	0,45	1,285	0,112	68,0	723	173	418	0,225	105,7	1343	103	770	0,337	123,2	1860	764	1055	0,45	130,5	2273	619	1270
8	16	8,2	0,40	0,90	0,50	1,250	0,125	83,7	693	10	399	0,25	131,2	1289	117	735	0,375	154,3	1768	322	1009	0,50	165,4	2186	624	1220
9	18	9,2	0,45	1,05	0,60	1,333	0,150	120,7	763	-14	440	0,3	165,8	1415	83	809	0,450	213,7	1957	291	1106	0,60	222,9	2387	610	1330
10	20	10,2	0,4	0,90	0,50	1,250	0,125	53,4	443	-4	254	0,25	83,7	824	75	468	0,375	98,5	1142	206	642	0,50	105,5	1398	400	777
11	22	11,2	0,6	1,40	0,80	1,333	0,200	240,4	865	-14	468	0,4	369,9	1605	98	897	0,600	425,4	2219	336	1227	0,80	443,9	2708	699	1478
12	25	12,2	0,7	1,80	0,90	1,285	0,225	331,2	902	4	499	0,45	514,6	1875	136	919	0,675	599,6	2320	396	1259	0,90	635,4	2837	785	1516
14	28	14,2	0,6	1,80	1,00	1,250	0,250	434,8	904	13	515	0,5	681,0	1680	154	950	0,750	801,4	2330	422	1304	1,00	858,8	2852	817	1577
16	34	18,3	1,5	2,55	1,05	0,700	0,262	1291,0	942	283	495	0,525	2313,0	1790	660	933	0,787	3155,0	2543	1131	1313	1,05	3908,0	3203	1696	1636
18	40	18,3	2,0	3,15	1,15	0,575	0,287	2182,0	933	365	466	0,575	4030,0	1785	810	883	0,862	5656,0	2556	1336	1252	1,15	7171,0	3246	1946	1576
20	40	20,4	1,0	2,30	1,30	1,300	0,325	565,3	734	-4	422	0,65	675,8	1363	98	776	0,975	1017,0	1887	305	1063	1,30	1072,0	2305	617	1283
20	40	20,4	2,0	3,1	1,1	0,550	0,275	2175,0	882	354	485	0,55	4041,0	1689	783	920	0,825	5701,0	2421	1288	1307	1,1	7258,0	3077	1868	1646
22	45	22,4	1,25	2,85	1,80	1,280	0,400	1041,0	883	4	497	0,8	1620,0	1641	134	914	1,200	1891,0	2273	389	1253	1,60	2007,0	2779	770	1514
25	50	25,4	1,25	2,85	1,60	1,280	0,400	853,7	717	2	410	0,8	1328,0	1332	106	755	1,200	1550,0	1845	312	1035	1,60	1646,0	2256	621	1251
28	56	28,5	1,5	3,45	1,95	1,300	0,487	1458,0	843	-4	483	0,975	2259,0	1565	112	8891	1,462	2822,0	2165	350	1218	1,95	2766,0	2645	709	1470
30	60	30,5	2,5	4,50	2,00	0,800	0,500	4059,0	1012	236	564	1,0	7088,0	1914	583	1056	1,500	9432,0	2704	1041	1481	2,00	11433,0	3384	1810	1834
30	70	30,5	2,5	4,90	2,40	0,960	0,600	3755,0	981	153	475	1,2	6297,0	1807	422	883	1,800	8031,0	2538	806	1225	2,40	9360,0	3153	1308	1501
35	70	35,5	3,0	5,10	2,10	0,700	0,525	6077,0	891	264	493	1,05	9007,0	1694	617	928	1,575	12287,0	2407	1060	1307	2,10	15218,0	3029	1593	1628
40	80	41,0	2,25	5,20	2,95	1,311	0,737	3698,0	942	-9	544	1,475	5715,0	1749	117	1000	2,212	8813,0	2419	379	1370	2,95	6950,0	2953	778	1652
45	90	48,0	2,5	5,70	3,20	1,280	0,800	4232,0	886	2	509	1,8	6585,0	1646	130	836	2,400	7884,0	2280	385	1286	3,20	8157,0	2787	766	1553
50	100	51,0	2,7	8,20	3,50	1,296	0,875	4779,0	853	-3	490	1,75	7410,0	1584	118	902	2,825	8609,0	2192	357	1235	3,50	9091,0	2678	721	1491

Figure 8-25

## 8.8 Cordons de soudure dimensionnement selon l'EUROCODE

### Objectifs

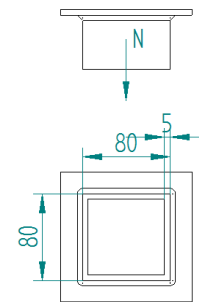
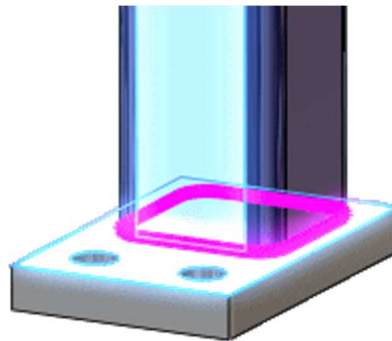
Maîtriser les éléments de base pour :

- Le dimensionnement des soudures en cordons selon les recommandations de l'EUROCODE
- Les notions de mise en œuvre des assemblages mécano-soudés



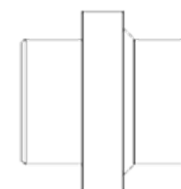
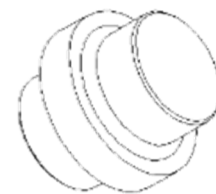
### 8.8.1 Exercice 1

Un tube en acier S235 80x80x5, soudé sur une platine par un cordon périphérique d'épaisseur 5mm. Quel effort axial  $N$  peut-il supporter?

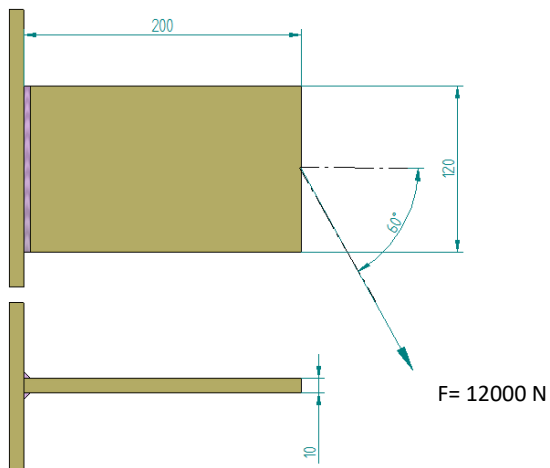


### 8.8.2 Exercice 2

Un cordon circulaire d'épaisseur 3mm assemble un axe de 55 mm de diamètre et une couronne en S335. En adaptant les formules de l'Eurocode 3, calculer la longueur de cordon juste nécessaire pour transmettre un couple de 200 Nm.



## 8.8.3 Exercice 3



Une plaque en acier S355 supporte une charge représentée sur le croquis ci-dessus.

Dimensionner la gorge des cordons de soudure à mettre en place afin de supporter cette charge suivant l'Eurocode 3. On retiendra un coefficient de pondération sur la charge de 1.5.

On raisonnera en imposant au cordon de soudure de supporter la contrainte équivalente de la poutre (au droit du cordon bien-sûr).

## 8.9 Serrage par boulons

### 8.9.1 Dimensionnement selon le mode de sollicitation

On considère l'assemblage boulonné de la Figure 8-26, réalisant une liaison rigide entre le bâti fixe en acier (2) et le bras coudé en acier (1) par l'intermédiaire de six vis de classe 6-8 ( $\sigma_r=600$  MPa,  $\sigma_E=480$  MPa). La pièce 1 est soumise à la force  $F=2000$  N appliquée verticalement en A.

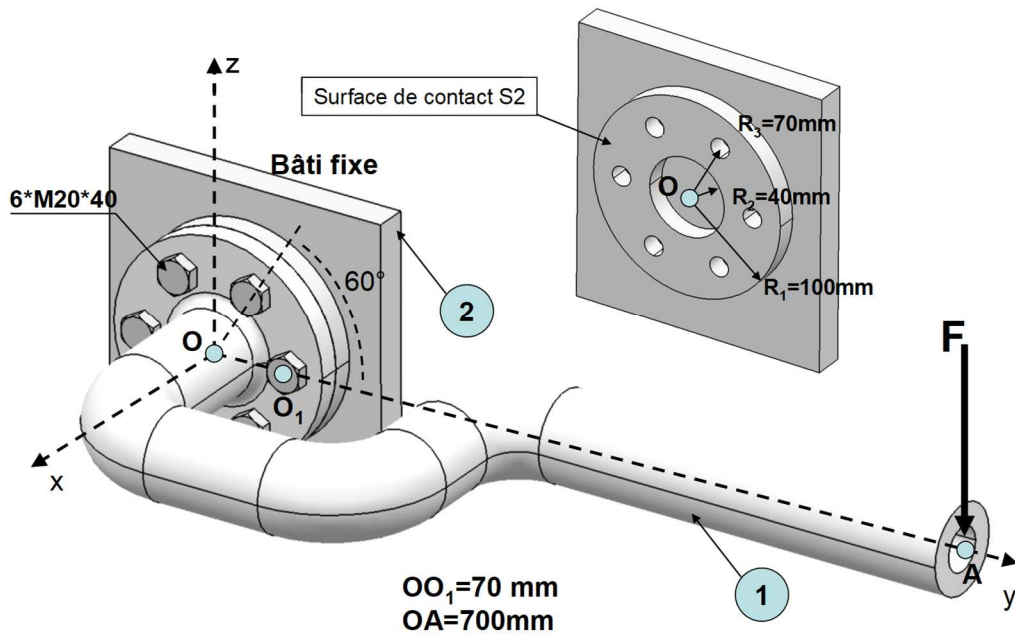


Figure 8-26

#### I. La transmission des efforts et moments en O entre les pièces 1 et 2 se fait par frottement entre les surfaces de contact (surface S2).

- Calculer l'effort normal de contact minimum devant exister entre les pièces 1 et 2, (coefficient de frottement  $f=0.18$ ),
  - faire un schéma de calcul
  - expliciter les hypothèses faites.
- En considérant un facteur d'assemblage de 1,2, déterminer l'effort de serrage de chaque vis.
- Quelle est la contrainte maximum supportée par chacune des vis, coefficient de surcontrainte  $K_t=2,2$ , quel diamètre de vis peut-on choisir, quel est le coefficient de sécurité ?

$d$ (mm)	12	16	20	24
$S_b$ (mm <sup>2</sup> )	84.3	157	245	353

#### II. La transmission des efforts est réalisée par les vis en cisaillement (cas d'un serrage trop faible, ou glissement surfacique). Les pièces 1 et 2 sont considérées rigides, seules les vis sont déformables.

- Déterminer les efforts de cisaillement supportés par chacune des six vis.
  1. Faire un schéma de calcul,
  2. Expliciter la démarche et les hypothèses.
- Sur la vis la plus chargée, calculer la contrainte de cisaillement, quel doit être le diamètre minimum pour que la résistance soit assurée ?

8.9.2 Influence du type de conception

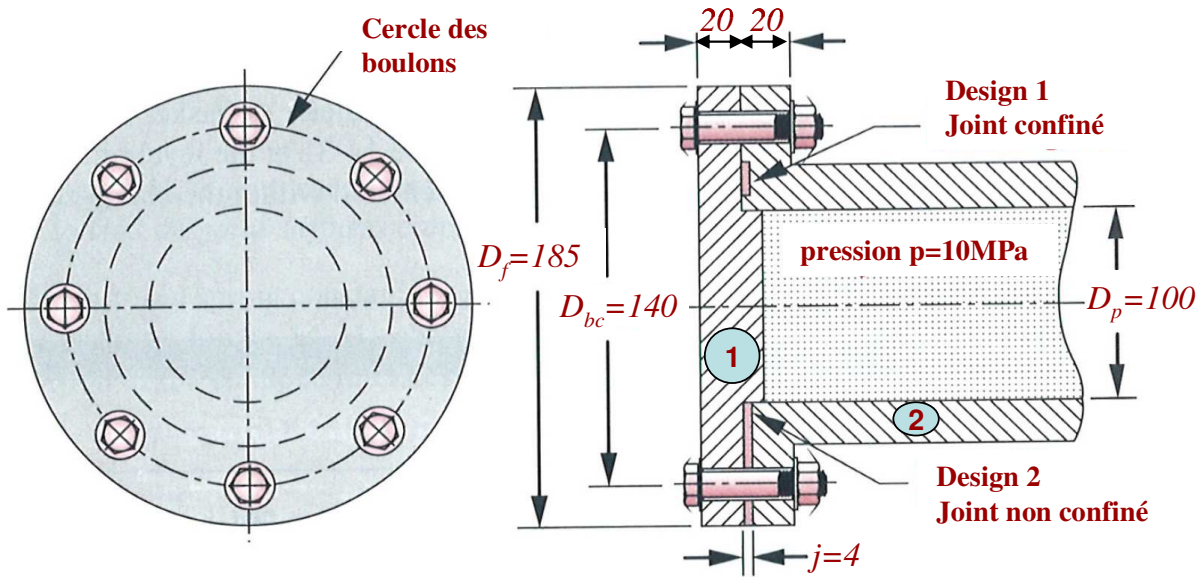


Figure 8-27 : Fermeture d'un tuyau sous pression par un couvercle boulonné (dimensions en mm)

Sur la Figure 8-27, deux types de fermetures par boulons sont présentés :

- (1) le joint est confiné dans une rainure du tuyau sous pression,
- (2) le joint n'est pas confiné et est intercalé entre le couvercle (1) et le tuyau (2).

Le joint est en caoutchouc (module d'Young  $E_c = 80 \text{ MPa}$ ), les boulons, le couvercle et le tuyau sont en acier (module d'Young  $E = 210\,000 \text{ MPa}$ ). La limite élastique des boulons (qualité 5.6) est de  $\sigma_E = 300 \text{ MPa}$ , la limite dynamique est  $\sigma_D = 180 \text{ MPa}$

On souhaite avoir un serrage résiduel  $F_{res} = \rho * F_{1/boulon}$  avec  $\rho = 0.8$ ,  $F_{1/boulon}$  étant la charge supportée par chaque boulon et générée par la pression  $p$  sur le couvercle (1),  $F_0$  est le pré-serrage. On considère un coefficient de sur contrainte  $K_t = 1.35$  du au filetage, et on prendra un coefficient de sécurité statique  $\alpha = 2$

1. Déterminer la section minimum résistante  $S_{b\_mini}$  des boulons. Choisir une valeur normalisée dans le tableau 1 et définir l'assemblage. On considère ici  $\rho$  non nul donc on prévient le décollement des pièces 1 et 2. Dans la pratique, la valeur de  $\rho$  est à ajuster. Cela revient à prendre un coefficient de sécurité sur la force de serrage à la limite du décollement des pièces 1 et 2.

Vis		Tete de Vis		Ecrou		Trou	Pas
d (mm)	S <sub>b</sub> (mm <sup>2</sup> )	t (mm)	a (mm)	t (mm)	e (mm)	d <sub>trou</sub> (mm)	p (mm)
12	84.3	19	10	19	10.8	14	1.75
16	157	24	13	24	14.8	18	2
20	245	30	16	30	18	22	2.5
24	353	36	19	36	21.5	26	3
30	561	46	24	46	25.6	32	3.5

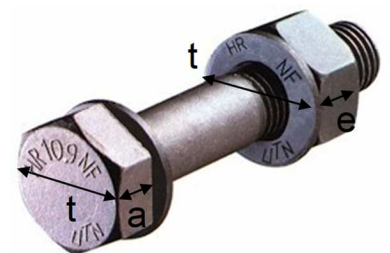
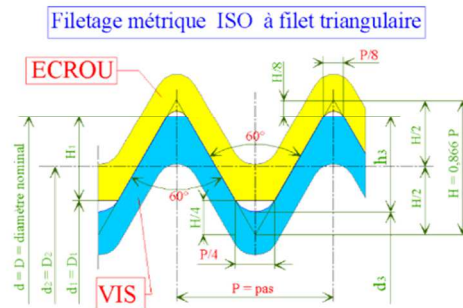




Tableau 1: Extrait de dimensions normalisées de vis, écrou, diamètre de perçage

## Géométrie du filetage ISO NFE 03-001/ISO 68

- $d$  : diamètre nominal en mm
- $p$  : pas en mm
- $d_1=D_1=d-1,0825*p$  diamètre en sommet d'écrou
- $d_2=D_2=d-0,6495*p$  diamètre moyen de la vis
- $d_3=d-1,2268*p$  : diamètre à fond de file
- $d_{eq}=(d_2+d_3)/2 = d-0,9382*p$
- $A_s$  : section résistante:  $A_s=\pi.d_{eq}^2/4$

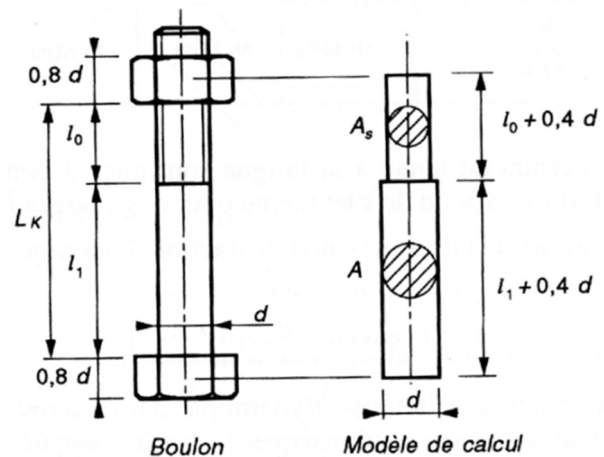


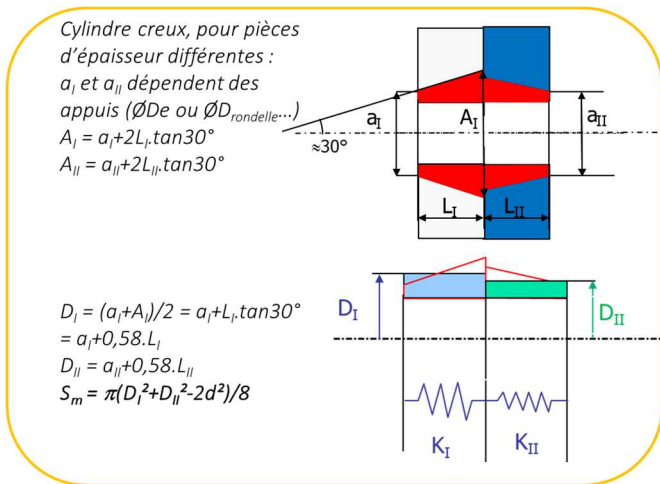
**2. Etude du design 1.** Dans ce cas la rigidité du joint ne rentre pas en compte dans le calcul. Déterminer la force de pré-serrage  $F_{0-1}$  à appliquer.

On fait ici un dimensionnement optimisé (Un dimensionnement non optimisé revient à considérer la raideur du boulon nulle, donc un facteur de rigidité  $\lambda=0=K_B/(K_B+K_{12})$ , ainsi qu'un effort de serrage juste supérieur ou égal à l'effort extérieur pour ne pas avoir décollement des pièces 1 et 2).

La Force de pré-serrage s'exprime par  $F_{0-1} = F_{RES} + \frac{K_{12}}{K_{12}+K_B} F_{1/B} = F_{RES} + (1 - \lambda)F_{1/B}$ , dans le cas où on est à la limite du décollement on retrouve la formule  $F_{0-1} = (1 - \lambda)F_{1/B}$ , car la force de serrage résiduelle  $F_{RES}$  est nulle. Egalement, si  $K_B$  est négligeable devant  $K_{12}$  alors le pré-serrage  $F_{0-1}$  est supérieur ou égal à  $F_{1/B}$  c-à-d l'effort extérieur rapporté à un boulon.

$$K_B^{-1} = E_B^{-1} \left[ \frac{l_0 + 0,4d}{A_s} + \frac{l_1 + 0,4d}{A} \right]$$





3. Etude du design 2, la rigidité du joint (3) en caoutchouc est à considérer. Déterminer la force de pré-serrage des boulons  $F_{0-2}$ .

On considère pour le joint des cylindres d'action de mêmes dimensions que ceux des pièces 1 et 2. On doit alors calculer la rigidité de de l'assemblage  $K_{123}$

4. Calculer le coefficient de sécurité dynamique pour les 2 designs en supposant une variation de pression entre 0 et 10MPa, commenter.

Pour chaque design, on va calculer une contrainte moyenne  $\sigma_m$  et alternée  $\sigma_a$ , en faisant l'hypothèse d'une fluctuation sinusoïdale  $\sigma = \sigma_m + \sigma_a \cdot \sin(\omega t)$ , ensuite on estimera un coefficient de sécurité en utilisant le critère de Soderberg

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \frac{\sigma_m}{\sigma_E} = \frac{1}{\alpha_{fatigue}}$$

5. Vérification de la résistance des vis en prenant en compte la torsion du au couple de frottement vis, un moyen de serrage :

On considère le Design 1, sans serrage résiduel.

$$F_{0max} = \gamma \cdot F_{0mini}$$

Moyen de serrage	Précision	$\gamma$
Clé dynamométrique	±20%	1,5
Clé à choc	±40%	2,5
Clé à main	±60%	4

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\left(\frac{F_{0max} + \lambda F_{Emax}}{A_S} + \frac{32M_B}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16C_{fvmax}}{\pi d^3}\right)^2}$$

On ne considère pas  $M_B$ , pour le calcul de  $C_{fvmax}$  on prend

$$C_{fvmax} = F_{0max} \cdot (0,16 \cdot p + 0,583 \cdot d_2 \cdot f_v), \text{ avec } p \text{ le pas de la vis}$$

6. Calcul non optimisé :

$$F_0 = F_E + \frac{T_E}{\tan(\varphi)} T_E \text{ est ici nul, } F_0 \text{ correspond à l'effort } F_{1/B}$$

$$\sqrt{\left(K_t \frac{F_0}{A_S}\right)^2 + 3 \left(\frac{16C_{fv}}{\pi d e q^3}\right)^2} < 0,85 \times \frac{\sigma_E}{\alpha}$$

on prend  $F_0=F_{1/B}$ , on va dans un premier temps négliger  $C_{fv}$ , choisir un diamètre de vis puis faire un calcul de vérification en tenant compte de  $C_{fv}$ .

$$\frac{F_0}{0,85 \times \sigma_E} < A_S$$



### 8.9.3 Accouplement flexible

Le but de cet exercice est de dimensionner les boulons de l'accouplement flexible représenté sur la Figure 8-28. Un tel accouplement permet de relier deux arbres légèrement désalignés et donc de transmettre uniquement un couple  $C_m$ . La transmission du couple se fait uniquement par adhérence entre les surfaces de contact entre les brides (Figure 8-29).

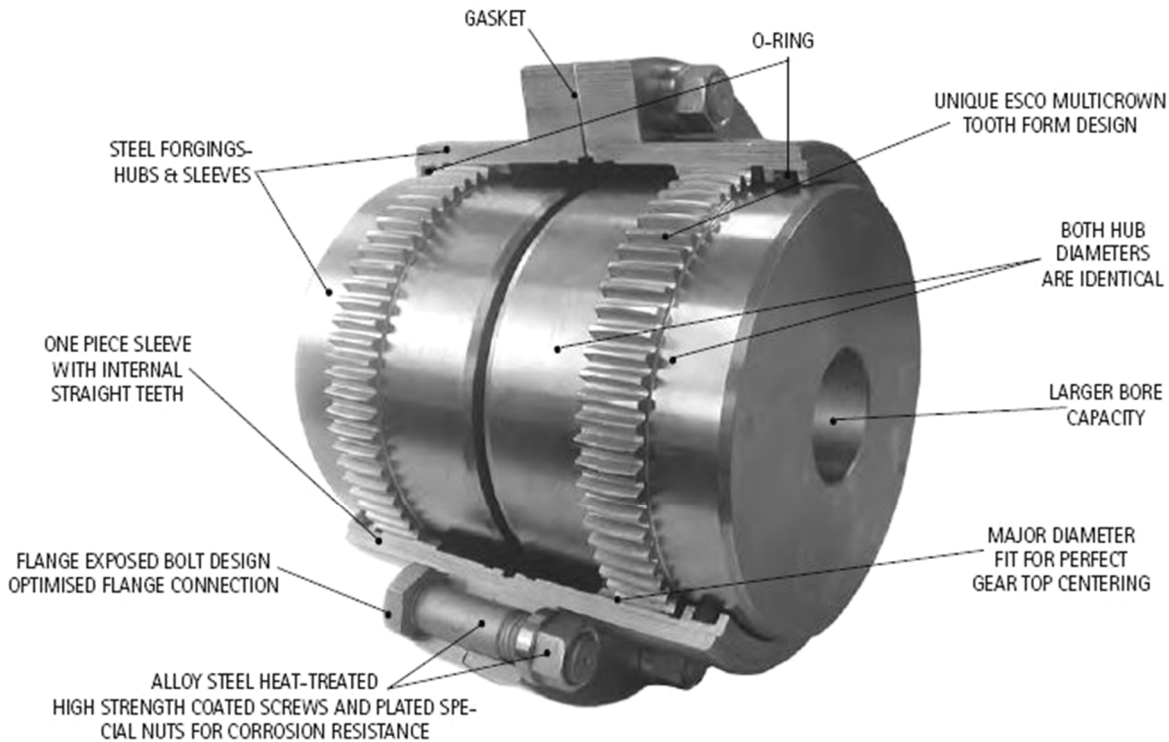


Figure 8-28: Accouplement flexible (Escogear)

Le couple maximum à transmettre est  $C_{max} = 244000 \text{ N.m}$ . Les dimensions de l'accouplement sont données dans le tableau de la figure 4. Le nombre de boulons n'est pas connu et est à déterminer, on le note  $n$ . Les boulons sont en acier ( $\sigma_E = 600 \text{ MPa}$ ) on prendra un coefficient de sécurité  $\alpha = 1.1$ . Les surfaces de frottements sont considérées comme des couronnes circulaires (les trous sont négligés) de diamètres extérieur  $B$  et intérieur  $(C+D)/2$ , cf tableau Figure 8-30. Le coefficient de frottement est  $f = 0.18$ .

- Déterminer l'effort normal  $N$  minimum devant exister entre les surfaces pour transmettre le couple. On se placera à la limite du glissement et on utilisera la loi de Coulomb. On majorera cet effort de 25%. En déduire l'effort de serrage  $F_0$  de chaque boulon en fonction de  $n$ .
- Exprimer en fonction de  $n$  la section minimum que doit avoir un boulon pour vérifier le critère de résistance statique ( $K_t = 1.2$ ).
- En tenant compte des dimensions de l'accouplement et donc de l'espace disponible pour l'écrou et la tête, les têtes de vis ne doivent pas dépasser des surfaces d'appui, choisir un boulon. Déterminer le nombre minimum de boulons (vérifier la résistance des boulons). Si celle-ci n'est pas vérifiée, itérer jusqu'à trouver une solution ! (Utiliser les tableaux de dimensions normalisées du polycopié de cours).

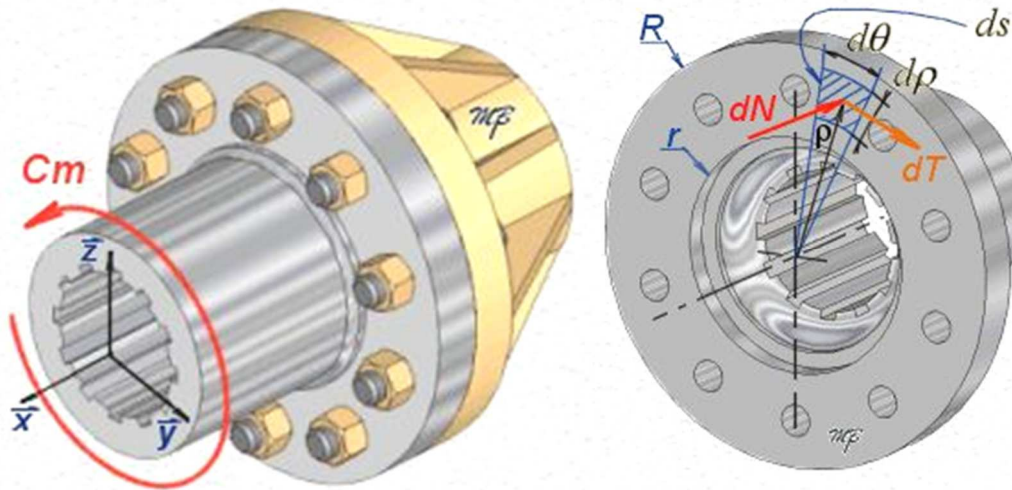
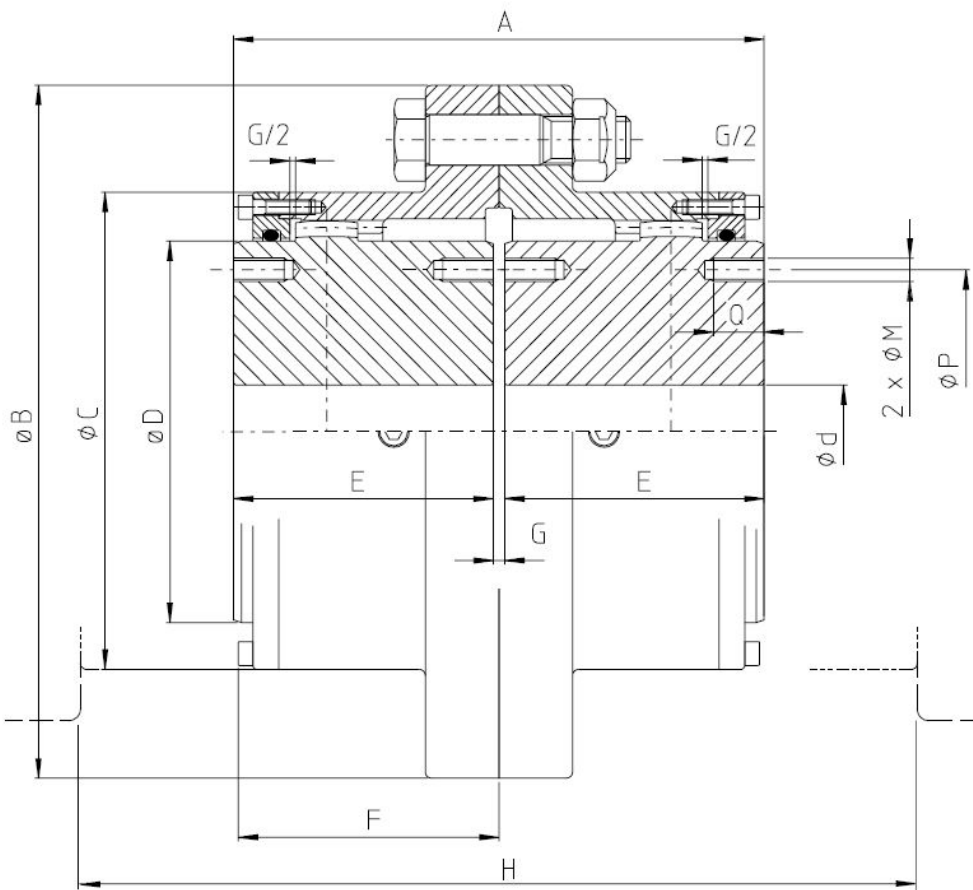


Figure 8-29: Schéma de principe de la transmission du couple par frottement-adhérence entre les surfaces



A	mm	570
B	mm	591
C	mm	472
D	mm	394
E	mm	280
F	mm	225

Figure 8-30 : Vue en coupe de l'accouplement

#### 8.9.4 Ancrage de sécurité du câble porteur d'un téléphérique

Le câble porteur du téléphérique « Vanoise Express » comporte un ancrage principal où le câble dé-tréfilé est noyé dans un massif en plomb et un ancrage de sécurité réalisé au moyen de mors de serrage (6 mors), voir Figure 8-31. Le serrage des mors sur le câble est assuré par boulons. Il y a **10 boulons par mors**. Sur **chaque boulon**, un empilement de **6 rondelles belleville identiques en parallèle** est intercalé entre le mors et la tête hexagonale de la vis.

L'objet de l'étude est le dimensionnement des boulons et des rondelles de sorte à garantir le serrage nécessaire du câble.

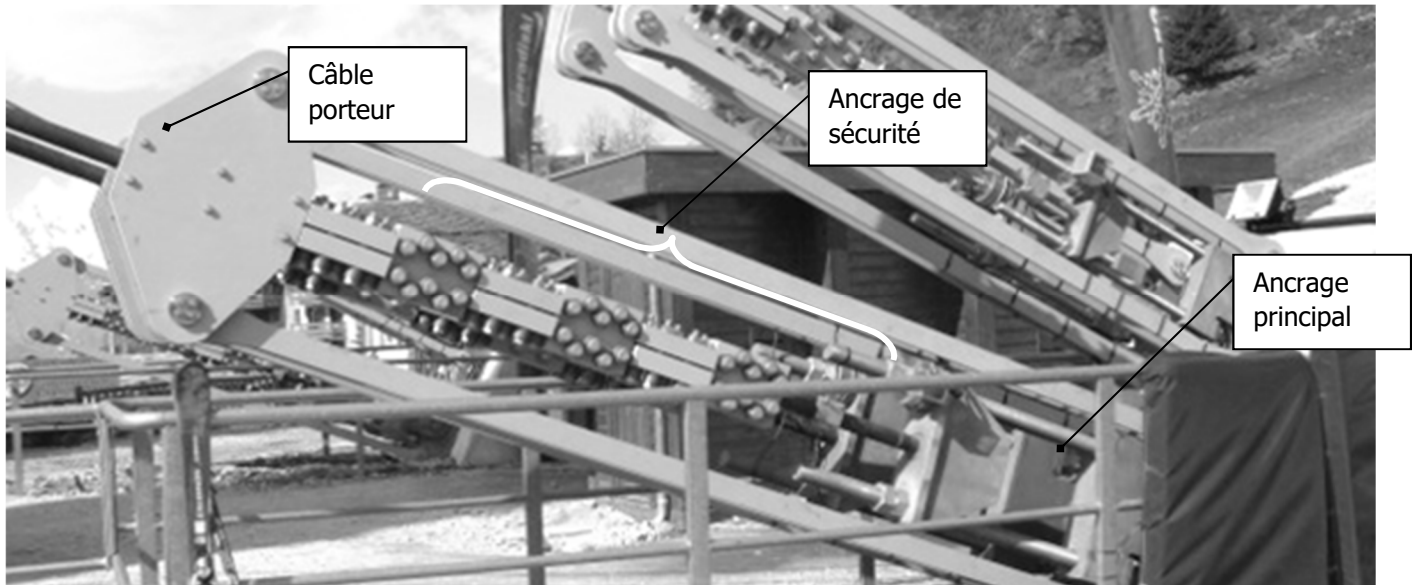


Figure 8-31: Ancrage du câble porteur



Figure 8-32 : Ancrage de sécurité, Mors boulonnés de serrage du câble

#### Données :

La tension du câble installé est de 220 tonnes. Le diamètre du câble est de 50 mm, il est réalisé dans de l'acier comme les mors. Le coefficient de frottement câble/mors est  $f=0.18$ . La longueur d'un mors est  $L=400\text{mm}$  (Figure 8-33).

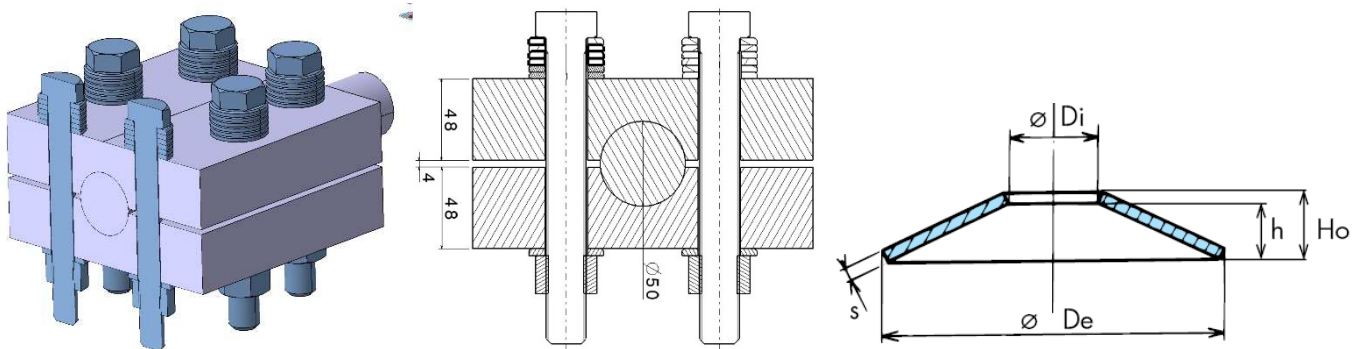


Figure 8-33 : Vue en coupe d'un mors de serrage,

- 1) **Déterminer la force de serrage minimum que doit exercer chaque dispositif de serrage « boulon+rondelles »** sur les mors pour garantir le non glissement du câble. On calculera pour cela, la pression de serrage minimum devant exister à l'interface câble/mors en considérant que la surface de contact entre le câble et les deux  $\frac{1}{2}$  mors est un cylindre (l'espacement entre les mors est négligé).

*Cette force sera majorée de 50% de façon à avoir une marge de sécurité et palier aux surtensions dues notamment au trajet de la cabine et aux intempéries.*

- 2) **Déterminer le diamètre d minimum des boulons**, choisir une valeur normalisée (Figure 8-35). Donner les dimensions de la tête de la vis et de l'écrou.

Données:  $K_t=2.2$ ,  $\alpha_{secu}=1.4$ ,  $\sigma_E=900$  MPa,  $E=210\ 000$  MPa

- 3) **Montrer** que parmi les rondelles du tableau Figure 8-36, seule la rondelle PVD060031350XD peut être utilisée. Pour simplifier l'analyse, le frottement entre les rondelles est négligé. On rappelle que lorsque les rondelles sont empilées, la flèche maximale en fonctionnement ne doit pas dépasser  $0.75h$
- 4) **Déterminer la flèche totale** de l'empilement des 6 rondelles sous l'effort de serrage. La courbe ci-dessous donne pour une rondelle PVD060031350XD la relation effort - flèche.

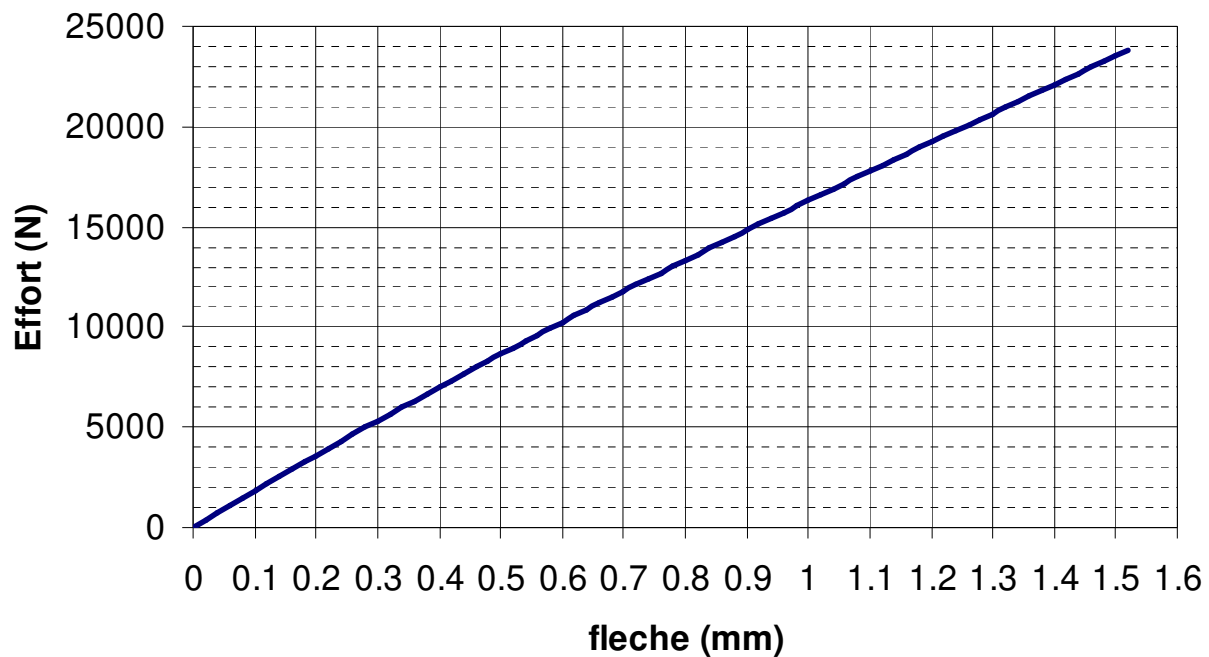


Figure 8-34 : Courbe Effort – flèche pour la rondelle PVD060031350XD

- 5) Une fois le câble tendu, le diamètre du fil subit une légère diminution de son diamètre de 0.08 mm.
  - a) Calculer la raideur du boulon  $K_b$ ,
  - b) Déterminer la raideur  $K_R$  de l'empilement de rondelles depuis le graphe de la Figure 8-34. On pourra considérer une raideur linéaire  $K_{1R}$  à partir du point de fonctionnement déterminé en 3.
  - c) Déterminer la raideur équivalente  $K_{BR}$  de l'ensemble (boulon+6 rondelles en parallèle),
  - d) Déterminer la variation de l'effort de serrage dû à la diminution du diamètre du câble (les mors sont considérés rigides). La retenue du câble est-elle toujours assurée ?
  
- 6) En considérant le même système de montage mais sans les rondelles belleville, déterminer la variation de l'effort de serrage dû à la diminution du diamètre du câble (Il faudra recalculer la raideur  $K_b$  du boulon avec une longueur  $L_b$  plus petite, sans les rondelles)
  
- 7) Expliquer l'intérêt de l'emploi des rondelles belleville.



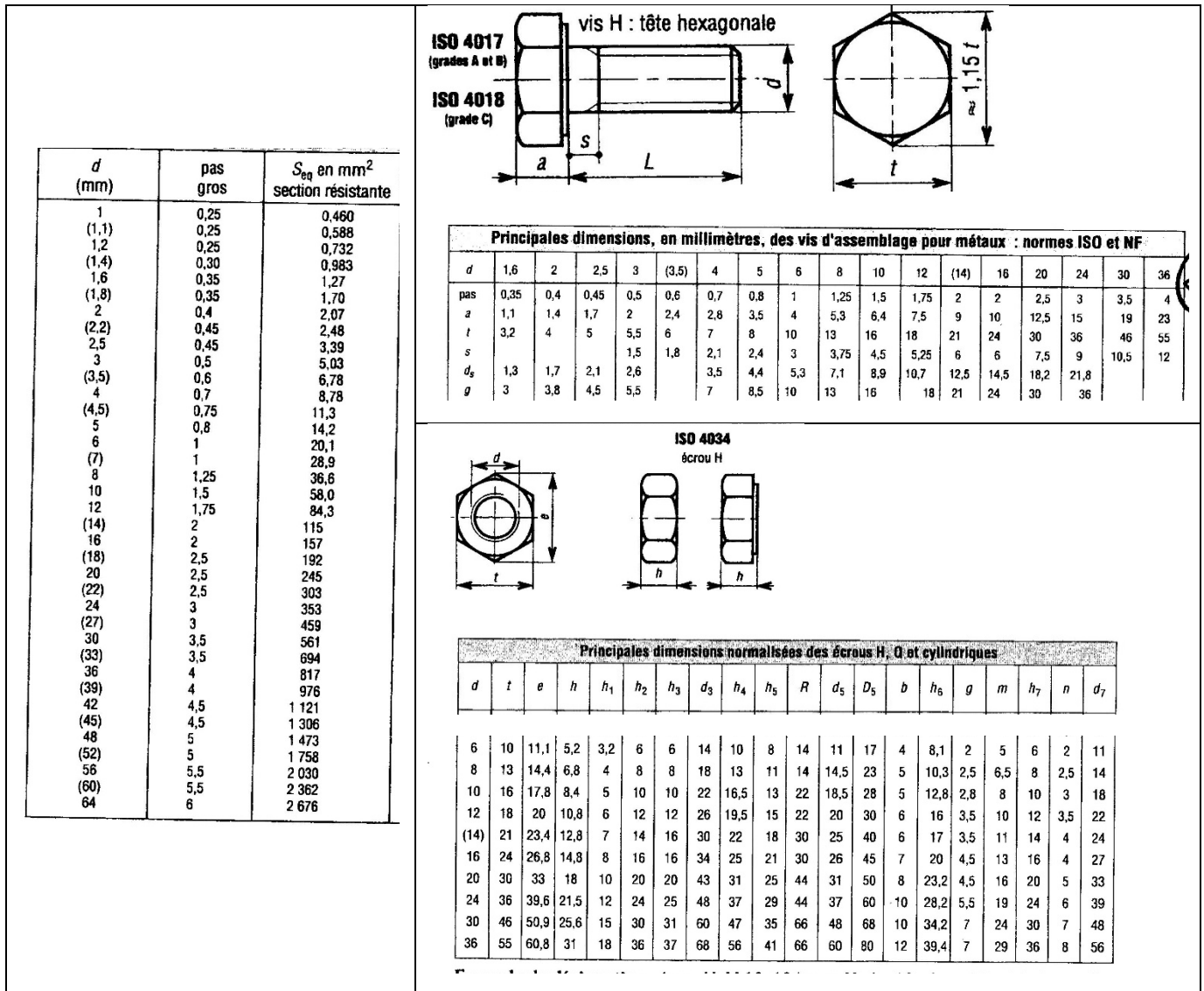


Figure 8-35: Dimensions normalisées des vis et écrou

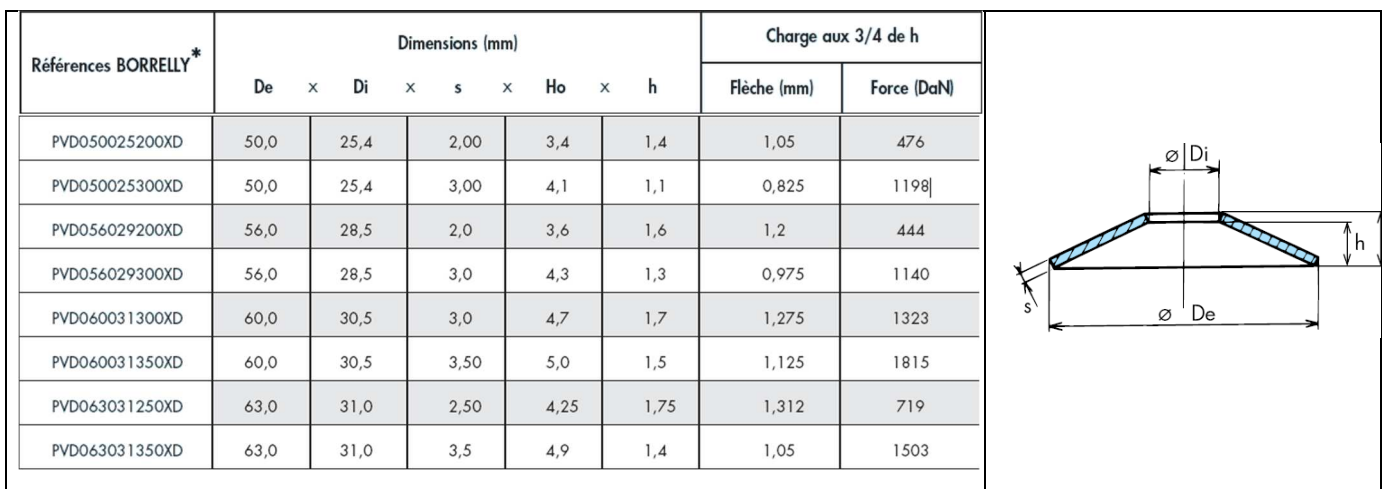


Figure 8-36: Caractéristiques des Rondelles Bellevilles

## 9 French-English Glossary

### 9.1 Rupture par fatigue, mécanique de la rupture / Fatigue Failure, Fatigue Life, Fracture Mechanics (elastic theory)

Chargement variable → Variable Loading ≠ Static loading

Chargement complètement renversé → Fully reversed loading

Contrainte variable/fluctuante → Fluctuating stress ≠ Static constant stress

Un chargement variable peut conduire à une rupture par fatigue → Variable loading can lead to fatigue failure

La théorie de la fatigue par l'approche déformation-cycle → The strain life (S-N) theory of fatigue failure

Résistance à la fatigue → Fatigue strength

La limite d'endurance ( $\sigma_D$  ou  $\sigma_{-1}$ ) est déterminée expérimentalement par des tests sur éprouvettes → Endurance limit and fatigue strength of materials are determined experimentally by tests on specimens.

Specimens (*éprouvette*) are subjected to repeated or varying forces of specified magnitudes while the cycles (or stress reversals) are counted to destruction.

Endurance limit (*limite d'endurance*  $\sigma_D$ )

Endurance limits  $\sigma_D(N_i)$  for a given number of cycles  $N_i$ .

Tensile strength (*résistance à la rupture en traction*)

Yield stress  $\sigma_E$  (limite d'élasticité)

Fluctuating stress description :	$\sigma_{\min}$	minimum stress
	$\sigma_{\max}$	maximum stress
	$\sigma_m$	mean/average stress
	$\sigma_a$	stress amplitude, or alternating stress
	$\sigma_r$	stress range ( $\sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ )

The endurance diagram: S-N Curve (for steels when plotted in a log-log scale is a straight line between  $10^3$  and  $10^7$  cycles)

Facteur de pondération de la résistance à la fatigue / Fatigue strength reduction factor  $K_F$

Facteur de concentration de contrainte / Stress concentration factor  $K_t$

Combinaison des modes de chargement (solicitation) / Combination of loading modes

Contraintes multi-axiales / Multi axial stresses

Fatigue par dommages cumulés / Cumulative fatigue damage

The theory which is in greatest use at the present time to explain fatigue damage is « the Palmgren – Miner cycle-ratio summation theory” also called Miner’s rule.

Principe de la mécanique de la rupture / Fracture mechanics principle: “remaining life in a specimen after discovering a crack”

Facteur d’intensité de contrainte au voisinage d’une fissure de dimension  $a$  / Elastic stress intensity factor  $K_0 = \sigma(\pi a)^{1/2}$

Tenacité: Facteur d’intensité de contrainte critique / Fracture toughness: Critical Stress intensity factor  $K_{IC}$ .

Hence for a stress  $\sigma$  and a crack of size  $a$ , when  $K_0$  reaches  $K_{IC}$  then the crack propagates suddenly and leads to failure.

Matériau cassant, fragile / Brittle-like material

Les trois modes de fissuration (ouverture, cisaillement, déchirement) / The three fracture or cracking modes (opening, sliding, tearing)

Propagation de fissure / Crack propagation (growth)

Seuil de propagation de fissure  $K_{TH}$  / crack propagation Threshold  $K_{TH}$

## 9.2 Interference fit, Press fit, Shrink fit

**Objectif/Objective:** coupler un moyeu et un arbre / To couple a hub and a shaft.

**Principe/ Principle:** Un montage par frettage/emmanchement est obtenu en montant un arbre dans un moyeu de diamètre légèrement plus petit. Les deux pièces sont montées en force ou par dilatation différentielle / A press fit is obtained by machining a hole in the hub to a slightly smaller diameter than that of the shaft. The two parts are then forced together slowly in a press, preferably with oil lubricant applied to the joint.

### **Montage- Démontage / Mounting and dismounting**

Seulement des pièces de taille relativement petite peuvent être montées avec des presses classiques. / Only relatively small parts can be press fitted without exceeding the force capacity of a typical shop press. For larger parts, a shrink fit can be made by heating the hub to expand its inside diameter and/or an expansion fit can be made by cooling the shaft to reduce its diameter.

### **Vocabulaire / Vocabulary:**

In using standard, capital letters always refer to the hole; lowercase letters are used for the shaft.

**Diamètre nominal / Basic size (of the fit):** the size to which limits or deviations are assigned. Same for both members of the fit.

**Écart (Supérieur, Inférieur) / Deviation (upper, lower):** La différence algébrique entre une dimension et la dimension nominale/ the algebraic difference between a size and a corresponding basic size



**Tolérance / Tolerance:** *différence entre le maximum et minimum de dimension d'une pièce/* is the difference between the maximum and the minimum size limits of a parts.

**Classe d'Intervalle de Tolérance / International Tolerance grade , IT,** Nombre désignant des groups de tolerance/ numbers that designate groups of tolerances such that the tolerances for a particular IT number have the same relative level accuracy but vary depending on the basic size.

### 9.3 Bolts, Screws, Nuts etc

English (US)	French
Bolt	Boulon
Nut	Ecrou
Screw	Vis
Washer	Rondelle
Effective cone/cylinder	Cône/cylindre d'action
Stud – Headless screw threaded at both ends	Goujon
Thread	Filetage
ISO standard thread form	Filetage au standard ISO
The thread is an helix that causes the screw to advance into the work piece or nut when rotated	
Thread pitch	Pas de filetage
d: Nominal outside diameter	Diamètre nominal
dp: pitch diameter	Diamètre primitif
dr: root diameter	Diamètre de fond de filet
tensile loading	chargement en traction
tensile stress area $A_t = \frac{\pi}{4} \left( \frac{d_p + d_r}{2} \right)^2 = S_b$	
Power screw	Vis de transmission
Preloaded fasteners in tension	Pré-serrage en traction
tightening	serrage
Metric class	classe de qualité métrique

### 9.4 Springs

English (US)	French
Spring (extension, compression, torsion)	ressort
Spring rate (stiffness)	raideur
wire, wire diameter d round wire, rectangular wire etc.	fil, diamètre du fil d
coil	spire
parallel , series combinations	associations en parallèle ou en séries
G, shear modulus	module de cisaillement
free length	longueur à vide
shut height	longueur à spires jointives
deflection	flèche
number of active coils	nombre de spires utiles
total number of coils	nombre total de spires
ends	extrémités

---

plain ends, plain-ground ends, squared ends, squared-ground ends	
working load	charge de travail
buckling of compression springs	flambage des ressorts de compression
working length	longueur de travail (flèche de travail)
spring index $C=D/d$ $4 < C < 12$	Rapport d'enroulement $c$